МАТЕМАТИЧКИ ВЕСНИК
46 (1994), 57–61

ĐURO R. KUREPA
1907–1993

Zlatko P. Mamuzić

Drugog novembra 1993. godine preminuo je Đuro Kurepa. Povodom osamdesetogodišnjice njegovog rođenja, „Matematički Vesnik“, 40 (1988), 87–95, objavio je opsežan referat E. Stipanića, a u „Mathematica Balkanica“, 2 (1988), 279–289, štampan je detaljan životopis profesora Đure Kurepe, tako da ću se u ovom nekrologu samo delimično poslužiti nekim podacima iz tih članaka.

Đuro R. Kurepa rođen je 16. avgusta 1907. godine u Majskim Poljanama kod Gline. Osnovno i srednje obrazovanje stekao je u Majskim Poljanama, Glini i Križevcima u vremenu 1914–1927. Studirao je matematiku i fiziku na Sveučilištu u Zagrebu u vremenu 1926–1931. Počev od školske 1932/33 godine pa sve do januara 1936. godine bio je na specijalizaciji matematičkih nauka u Parizu. Letnji semestar 1937. proveo je na Univerzitetu u Varšavi, a zimski semestar 1959/60 u Princetonu (SAD). Počev od školske 1938/39 godine pa neprekidno sve do 1965. godine prošao je kroz sva nastavnička zvanja univerzitetskog nastavnika na Filozofskom fakultetu Sveučilišta u Zagrebu. Godine 1965. je po pozivu prešao na rad na Prirodno-matematičkom fakultetu Univerziteta u Beogradu, gde je radio neprekidno sve do 1977. godine kada je otišao u penziju.

Mada je spisak njegovih publikovanih radova veći, u pomenutom časopisu „Mathematica Balkanica“ navedeno je 212 bibliografskih jedinica. Taj je spisak danas svakako i veći jer, prema podacima kojima raspolažem, samo u 1991. godini publikovana su tri rada Đ. Kurepe, među kojima i opsežan članak pod naslovom „Fixpoint approach in Mathematics“, kao prilog knjizi „Constantin Carathéodory: An International Tribute“, Vol.II, str. 713–767, World Scientific Publ. Co, Singapore, 1991. Sem toga, takođe prema raspoloživim podacima, vidim da je samo u 1989-oj, 1990-oj o 1991-oj godini na raznim kongresima, skupovima i drugde, održao ukupno 40 predavanja, među kojima se nalazi i njegova pristupna beseda u SANU, osmog maja 1989. godine, po prijemu za člana Srpske Akademije Nauka i Umetnosti. Tako je i taj vid njegove delatnosti bitno uvećan.

Devetnaestog decembra 1935. godine odbranio je Đ. Kurepa doktorsku tezu pod naslovom „Ensembles ordonnés et ramifiés" na Sorboni u Parizu pred komisijom koju su sačinjavali P. Montel (predsednik), M. Fréchet (mentor i izvestilac) i A. Denjoy (član). Tako je Đ. Kurepa svoj četvorogodišnji boravak u Francuskoj iskoristio da uđe u najaktualniju problematiku teorije skupova i topologije u to vreme, jer je Pariz tada spadao među najjače centre iz tih matematičkih disciplina. Da pomenem samo još E. Borela s kojim je Đ. Kurepa često bio u kontaktu i diskutovao po raznim problemima teorije skupova. Teza je štampana na ukupno 138 strana u „Publ. Math. de l'Univ. de Belgrade", Tome IV, Belgrade, 1935, 1–138. Da bismo istakli čemu je ustvari posvećena Kurepina teza, primetimo prvo da je njegov mentor, M. Fréchet, 1906. godine definisao klase $(\mathcal{E})$ i $(\mathcal{D})$ prostora topologiziranjem nosioca E prostora jednoznačnim preslikavanjem kombiniranog proizvoda $E \times E$ u skup $[0, \infty)$ nenegativnih realnih brojeva, pri čemu klasa $(\mathcal{D})$ nije ništa drugo do klasa distancijalnih, danas poznatih i pod imenom metričkih prostora. Podstaknut idejama M. Fréchet-a metode apstrakovanja u matematici, gde, na primer, spada i Fréchet-ova definicija okolinskih prostora 1917. godine, Kurepa je u svome radu „Tableaux ramifiés d'ensembles. Espaces pseudodistanciés", objavljenom u Comptes Rendus-u 1934. godine, generalisao klasu $(\mathcal{D})$ M. Fréchet-a topologiziranjem datog skupa E izvesnim preslikavanjem kombiniranog proizvoda $E \times E$ u neki potpuno uređeni skup sa prvim elementom čiji komplement nema prvi element. U domaćoj terminologiji, te Kurepine prostore nazivamo pseudodistancijalni prostori. U predgovoru svoje teze, Kurepa tvrdi da se poreklo njegove teze nalazi upravo u ideji kojom se rukovodio u definiciji pseudodistancijalnih prostora. Međutim, kao što to i sam naslov ističe, sadržaj njegove teze prvenstveno se odnosi na parcijalno uređene skupove, a posebno na njegove granasto uređene skupove (razvrstano uređene skupove ili tablice) a sve u cilju rešavanja problema Suslina i problema kontinuuma.

Jednostavna verzija problema M. Suslina sastoji se u tome da se dokaže stav: Ako je svaka familija disjunktnih intervala nekog potpuno uređenog skupa najviše prebrojiva, onda taj skup sadrži najviše prebrojiv svuda gust podskup. Sadržaj tog stava zvaćemo još Suslinova hipoteza i kraće označiti sa SH. Hipoteza G. Cantora, kraće označena sa CH, sastoji se u tvrđenju da je

$$2^{\aleph_0} = \aleph_1,$$

gde je $\aleph_0$ transfinitan kardinalni broj prebrojivog skupa, a $\aleph_1$ transfinitni kardinalni broj transfinitnog rednog tipa ω_1 svih konačnih rednih brojeva i rednih tipova prebrojivih skupova. Opšta Cantorova hipoteza sastoji se u tvrđenju

$$2^{\aleph_\alpha} = \aleph_{\alpha+1}$$

u dobro uređenom skupu $\aleph_0, \aleph_1, \ldots, \aleph_\alpha, \aleph_{\alpha+1}, \ldots$, svih transfinitnih kardinalnih brojeva. Napomenimo da u osnovi onog dela teorije skupova koji je doveo do tih pretpostavki, leži Zermelov aksiom izbora.

Posle detaljnijeg ispitivanja parcijalno uređenih skupova uopšte, podstaknut biološkim procesom reprodukcije u prirodi, Đ. Kurepa u svojoj tezi daje adekvatnu matematičku deskripciju svojih drveta, tj. granasto uređenih skupova i taj svoj aparat testira na rešavanju problema Suslina i problema Cantora. Kako tu, tako i u svojoj knjizi „Teorija skupova“ (1950), Đ. Kurepa daje izvesne stavove u kojima su, u terminima razvrstanih skupova, dati potrebni i dovoljni uslovi pa da odgovori na probleme Suslina i Cantora budu pozitivni. Međutim, teorija razvrstanih skupova je atomistički pristup tim problemima i nužno dovodi do uvođenja hipoteza. Sasvim slično kao što je i Dedekindov atomistički pristup definiciji linearnog kontinuuma nužno doveo do njegove hipoteze da svakom preseku u skupu racionalnih brojeva odgovara jedna, i samo jedna, tačka numeričke prave. Tek tada ona postaje kontinualna. Svojom dubokom intuicijom, Kurepa je to osetio i u Dodatku svoje teze lansirao ovu takozvanu *hipotezu grananja*: (P_1) Ma koja razvrstana tablica T bila, gornja granica bT je dostignuta u T, tj. T sadrži neki degenerisani podskup potencije bT. ($bT = \sup kx$, $x \subseteq T$, gde je x obostrano uređen podskup od T). Kurepa je dao još 11 ekvivalenata te hipoteze. U završnom delu svoje teze Kurepa veli: „Završno, izražavamo ubeđenje da hipoteza CH Cantora i hipoteza grananja (P_1) nisu dostupne poznatim metodama i principima teorije skupova. Nisu li one logički ekvivalentne? — ili, jesu li one dva specijalna slučaja (i vrlo interesantna svojom logičkom strukturom) nekog principa nesvodljivog na uobičajene aksiome i principe?“ Ta vrlo složena pitanja osnova matematike bila su stalna opsesija Kurepinog intelekta čitavog njegovog radnog naučnog veka, i u svojim radovima često je na njih navraćao i pažljivo ne samo pratio, već i beležio šta se u matematici dešava na tom polju.

Ako je ispunjena hipoteza grananja (P_1), Kurepa je dokazao da je tada odgovor na Suslinov problem pozitivan, što ćemo kraće označiti sa $+SH$. Ako je odgovor na Suslinov problem negativan, tu ćemo činjenicu označiti sa $-SH$. Isto značenje imaće i oznake $+CH$ odnosno $-CH$ za Cantorovu hipotezu. U svome radu „Sur un principe de la théorie des espaces abstraits“, CR Acad. Sci. 256 (Paris, 1953), str. 655–657, Kurepa je postavio hipotezu da kardinalni broj $2^{\aleph_0}$ kontinuuma može biti ma koji alef veći ili jednak od $\aleph_1$. Tu Kurepinu hipotezu označimo sa KH. Pozitivan odgovor na njegovu hipotezu označićemo sa $+KH$. U svome radu „Powers of regular cardinals“, Annals of Math. Logic, 7 (1970), str. 139–178, W. B. Easton je dokazao $+KH$ za regularne alefe neprebrojive kardinalnosti. Za singularne alefe neprebrojive kardinalnosti, još se ne zna da li je $+KH$ ili je $-KH$. S druge strane, postulacioni odgovor i za $+CH$ i za $-CH$ dao je 1963. godine P. Cohen tako što je dokazao konsistentnost i za jedno i za drugo. Postulacioni odgovor za $+SH$ dali su T. Jech 1967. god. i S. Tannenbaum 1968. god, a za $-SH$ R. Solovay i S. Tannenbaum 1971. god. Utvrđena je konsistentnost i za svaki navedeni od četiri mogućna slučaja $\pm CH$ $\pm SH$: za $+-$ (Jech, 1967), (Tannenbaum, 1968), $-+$ (Soloway–Tannenbaum, 1971), za $++$ (R. B. Jensen, 1974). Najzad je 1984. godine Stevo Todorčević, učenik Đ. Kurepe, dokazao da je u teoriji skupova sa sistemom aksioma ZFC, Suslinov problem neodlučiv (S. Todorčević, Trees and linearly ordered sets, pp. 235–293, in Handbook of Set-theoretic Topology, editors K. Kunen and J. E. Vaughan, North-Holland, 1984, 1–1273).

Na jednom internacionalnom skupu naučnika u Zapadnom Berlinu (European Summer Meeting of the ASL, W. Berlin, 24.07–03.08.1989) održao je Đ. Kurepa 26.07. predavanje na kome je izložio 57 ekvivalenata svoje hipoteze grananja —

kako sam navodi u jednom spisku svojih predavanja u 1989. godini.

U svojim radovima često je navraćao na probleme Suslina i Cantora. Samo na problem Suslina vraćao se tri puta pod istim naslovom: 1936, 1937. i 1945. (vid. spisak radova Đ. Kurepe u pomenutom časopisu Math. Balkanica). Taj problem pod naslovom „Le problème de Souslin et les espaces abstraits", pojavio se treći put u Limi (Peru) (Universidad Nacional Mayor de San Marcus). Separat toga rada dobio sam od njega 1974. godine nakon što je recenzirao moju monografiju „Koneksni prostori", koja je tada izašla kao druga knjiga „Posebnih izdanja" Matematičkog Instituta u Beogradu. Razmatrajući lokalno koneksne okolinske prostore, tu sam dokazao ovaj stav (Stav 1.5.7): „Koneksne komponente otvorenih skupova u lokalno koneksnim okolinskim prostorima su otvoreni skupovi u tim prostorima". U svojoj recenziji Kurepa je ukazao da se taj stav nalazi iskazan još u gore pomenutom njegovom radu kao Lema 4 na strani 467. Pogledao sam: zbilja je tako, ali Kurepa nije dokazao tu lemu. Međutim, dokaz ni najmanje nije trivijalan pa se i danas pitam kako je došao do tog rezultata. Verovatno intuicijom. To je bila česta njegova navika. U već pomenutom radu iz 1934. godine, Kurepa je dao definiciju pseudodistancijalnih prostora, ali nije iz nje izvukao nijedno njihovo svojstvo. Njegov mentor, M. Fréchet je 1945–46 godine definisao tzv. „espaces écartisés" na sličan način kao i Đ. Kurepa, ispitao njihova svojstva i doveo u vezu sa uniformnim prostorima, ali nije citirao Kurepu. Naravno, to mu je Kurepa prigovorio i, kada je neposredno posle drugog svetskog rata M. Fréchet posetio Beograd, održao je predavanje o svojoj verziji definicije tih prostora, izvinio se što nije pomenuo Kurepu, ali je napomenuo da je Kurepa dao samo golu definiciju. Imao sam čast da prisustvujem tom predavanju M. Fréchet-a. Kao temu za doktorsku disertaciju dobio je P. Papić od Kurepe da prouči pseudodistancijalne prostore, što je P. Papić i učinio i tezu odbranio 1954. godine upravo pod naslovom „Pseudodistancijalni prostori". Kako u radu „On the existence of pseudometric non totally orderable spaces" (Glasnik mat, fiz. i astr, Zagreb, 1963, str. 183–194), tako i u radu „Distanza numerica e non numerica" (Publ. Seminario Matematica, Bari, 1963, str. 3–26), Đ. Kurepa je dokazao još nekoliko svojstava pseudo-distancijalnih prostora i „fabrikovao" primer jednog takvog prostora koji nije homeomorfan sa potpuno uređenim prostorom.

Đ. Kurepa je u svojim radovima pre i posle drugog svetskog rata dalje uopštio klase $(\mathcal{E})$ i $(\mathcal{D})$ M. Fréchet-a definišući klase $\mathcal{E}[M]$ i $\mathcal{D}[M]$ apstraktnih prostora, koji se dobivaju topologiziranjem datog skupa E posredstvom preslikavanja $E \times E \to M$ u neki skup M sa strukturom različitom od strukture realnih brojeva. Tako je omogućeno uvođenje u matematiku novih prostora apstraktnog razmaka. Autor ovih redova je u svojoj tezi „Apstraktan razmak i uniformne strukture" (1955) na istu temu uveo dva nova postupka topologiziranja skupova apstraktnim razmakom koji su omogućili neposredan prelaz na uniformne strukture i pokazao da se upravo tim putem kao specijalni slučajevi mogu dobiti prostori Đ. Kurepe, M. Fréchet-a, A. Appert-a, J. Colmez-a, T. Inegaki-a. Autor ovih redova izdao je 1960 knjigu pod naslovom „Uvod u opštu topologiju" (koju su američki matematičari preveli na engleski jezik 1963. godine). Ta je monografija u § 12 obuhvatila i klase prostora apstraktnog razmaka sa rezultatima i domaćih matematičara.

Od ostalih priloga Đ. Kurepe topologiji pomenuću ovde još njegovo uvođenje stelarnih i zvezdanih brojeva, o čemu čitalac može više detalja naći u mom referatu „Razvoj topologije u Srbiji“ koji sam izložio na jednodnevnom skupu topologa Jugoslavije 16. februara 1991. godine u Matematičkom odjelu Prirodoslovno-matematičkog fakulteta u Zagrebu, povodom 35-godišnjice Seminara za topologiju na Sveučilištu u Zagrebu. Kao počasni gost, tome skupu prisustvovao je i Đ. Kurepa. U svojoj diskusiji, očigledno srećan i zadovoljan, nije štedeo reči o svome oduševljenju rezultatima koje je čuo.

Takav je bio uopšte: divio se svim značajnim dostignućima čoveka. Radovao se rezultatima drugih matematičara kao i svojima. U već pomenutom revijalnom članku „Fixpoint approach in Mathematics“ o rezultatima svojima, domaćih i stranih matematičara, koji su radili ili rade u teoriji o fiksnim tačkama, u petom odeljku Kurepa je posredstvom fiksnih tačaka izrazio ekvivalentne stavove nekoliko važnih stavova u matematici i, na kraju, iskazao ovaj svoj univerzalni stav: Neka je data bilo koja teorija X snabdevena datim sistemom V istinosnih vrednosti moći $\geqslant 1$. Svaki iskaz S u X je ekvivalentan nekom iskazu o fiksnoj tački samopreslikavanja $v_S|V$ tako da je odlučivost iskaza S ekvivalentna postojanju neke jednoznačno određene fiksne tačke funkcije v_S: za fiksnu tačku ima ta funkcija upravo istinosnu vrednost τ_S iskaza S.

Već sam pomenuo Kurepinu knjigu „Teorija skupova“ koja se u izdanju „Školske knjige“ pojavila u Zagrebu 1951. godine sa ukupno 442 strane. Bila je to prva obimnija knjiga iz teorije skupova i topologije na ovim prostorima. O njoj sam u „Vesniku DMF NR Srbije“ za 1951. godinu napisao opširan članak, a povodom tridesetpetogodišnjice njenog izlaženja, još jedan osvrt na istu u knjizi 3 „Istorijski spisi iz Matematike i Mehanike“, 1989. godine. Ukazao sam na njen veliki značaj i uticaj za naše naučne kadrove u oblasti matematičkih nauka uopšte. Takođe u izdanju „Školske knjige“ u Zagrebu, pojavila se dvotomna „Viša algebra“ Đ. Kurepe 1965. godine na ukupno 1379 strana. Bila je to potpuna i moderna knjiga iz te matematičke oblasti koja je, zajedno sa knjigom „Teorija skupova“, veliki doprinos dala u pripremi naučnih kadrova u nas za hvatanje koraka sa savremenom matematikom i ulazak u njene tokove i u 21. veku.

Već i iz ovde nepotpunog prikaza naučne aktivnosti Đ. Kurepe čitalac može zaključiti da je bio vrlo plodan matematičar. Lav Tolstoj ocenio je jedno od svojih dela da mu je jedini nedostatak — perfekcija. Radovi Đ. Kurepe ne pate od takvog nedostatka. Njegov matematički jezik nije lak za čitanje. Ali je upravo to budilo radoznalost i dovodilo do novih rezultata.

Čovek je uopšte simbioza dobra i zla. Čovek je utoliko veći kao čovek ukoliko u sebi pobeđuje zlo. Đuro Kurepa je bio velik čovek.

Bio je član Jugoslovenske Akademije Nauka i Umetnosti u Zagrebu, Akademije Nauka i Umetnosti Bosne i Hercegovine u Sarajevu, Srpske Akademije Nauka i Umetnosti u Beogradu, a član i osnivač Naučnog Društva Srbije u Beogradu.

Nosilac je mnogih odlikovanja u zemlji i inostranstvu i dobitnik nagrade AVNOJ-a za 1976. godinu.

O ostalim javnim delatnostima Đ. Kurepe može čitalac naći u već pomenutom referatu E. Stipanića povodom osamdesetogodišnjice rođenja Đ. Kurepe, ili u njegovom životopisu u „Mathematica Balkanica“ 2 (1988).