Revista Colombiana de Estadística
Volumen 25 N° 2. Págs 145 *a* 158. Diciembre 2002

Aportaciones al muestreo sucesivo: estimador combinado de la razón poblacional tipo razón-producto

AMELIA V. GARCÍA LUENGO. *
EVA M. ARTÉS RODRÍGUEZ. **

Resumen

Se considera el problema de la estimación de la razón poblacional para la ocasión acyual, con base en muestras seleccionadas en dos ocasiones. El método propuesto consiste en combinar dos estimadores independientes de la razón poblacional. Se obtienen, la expresión para el estimador óptimo, la ganancia en eficiencia y se hace un estudio empírico del desempeño de la estrategia propuesta.

Keywords: *Muestreo sucesivo, estimador de razón poblacional, ganancia en eficiencia.*

Abstract

The problem of estimation of the population ratio for the current occasion based on the samples selected over two occasions has been considered. This estimator is obtained suitably combining two independent estimates of the population ratio. The expression for optimum estimator, his variance, the optimum matched proportion, the gain in efficiency have been computed. An empirical study is made to study the performance of the proposed strategy.

Keywords: *Successive sampling, population ratio estimator, matching fraction, gain in efficiency.*

*Profesora Asociada, Departamento de Estadística y Matemática Aplicada, *Universidad de Almería, 04120 Almería, España; e-mail: amgarcia@ual.es*

**Profesora Asociada, Departamento de Estadística y Matemática Aplicada, *Universidad de Almería, 04120 Almería, España; e-mail: eartes@ual.es*

1. Introducción

Un dato por destacar en el análisis de una muestra es el instante o período de tiempo al que hacen referencia los resultados muestrales. Existen dos razones fundamentales por las que ha de considerarse el factor tiempo: las características de los elementos de la población pueden modificarse a lo largo del tiempo, o bien la composición de la población puede verse modificada, debido a que nuevos individuos pueden entrar a formar parte de la misma ($n$acimientos) o dejar de hacerlo ($m$uertes).

Si la composición y las características de los elementos permaneciesen inalterables, la realización de un muestreo en un instante dado sería suficiente, ya que la validez de los resultados se mantendría. En la práctica, los cambios anteriormente señalados impiden esta simplificación, y a su vez dan lugar a una serie de objetivos que pueden ser analizados mediante encuestas continuas, como son: la estimación transversal de parámetros poblacionales y de los cambios netos, estimaciones de los valores promedios de los parámetros a lo largo del tiempo, etc.

Las circunstancias de la encuesta y las características que se quieran estimar, son determinantes para elegir el tipo de diseño muestral más adecuado. Existen varias posibilidades:

1. Extraer una nueva muestra en cada ocasión (muestreo repetido)

2. Utilizar la misma muestra en todas las ocasiones (muestreo panel)

3. Realizar un reemplazamiento parcial de unidades de una ocasión a otra (muestreo en ocasiones sucesivas), o también llamado muestreo rotativo cuando los elementos tienen restringido el número de etapas en las que van a formar parte de la muestra, como es el caso de la E.P.A (Encuesta de Población Activa Española), de periodicidad trimestral, y de la mayoría de las encuestas familiares elaboradas por el I.N.E.(Instituto Nacional de Estadística Español).

Particularmente, las alternativas mencionadas pueden representarse, para $n = 2$, en la tabla 1, donde 1 y 2 representan la ocasión primera y la ocasión segunda respectivamente.

Si existe una relación entre el valor de un elemento de la población en un período de tiempo, y el valor del mismo elemento en el período siguiente, entonces es posible emplear la información contenida en la muestra del período precedente, para mejorar la estimación actual del parámetro poblacional. En

Cuadro 1: Distintos tipos de muestreo en dos ocasiones

	Panel		M.O.S.		Repetido	
Parte no común				x		x
						x
Parte común	x	x	x	x		
	x	x				
Parte no común			x		x	
					x	
Ocasiones	1	2	1	2	1	2

este sentido, para que sea posible utilizar la información muestral precedente, se debe obtener la muestra de manera que los elementos muestrales en los dos períodos sucesivos tengan algunos elementos comunes.

Algunos motivos por los que conviene utilizar el reemplazamiento parcial de unidades de la muestra son:

1. Reduce los costes, ya que utilizar una muestra completamente nueva en cada ocasión puede resultar excesivamente costoso.
2. Aumenta la precisión de los estimadores.
3. La permanencia indefinida de las mismas unidades en la muestra puede crear problemas y reducir la eficiencia de los estimadores. Por ejemplo, en las encuestas familiares de tipo *panel* se incrementan los sesgos en las estimaciones debido a la falta de colaboración de algunas familias que pertenecen al panel de hogares. Así, el I.N.E utiliza principalmente encuestas de muestreo rotativo debido a que presenta ventajas de las dos encuestas anteriores repetidas y tipo panel.

La teoría sobre muestreo sucesivo ha sido estudiada con profundidad, para estimar la media en la ocasión actual (total) (*Rao* y *Mudholkar,* 1967; *Artés* y *García,* 2000, 2001, 2002; *García,* 2001).

En muchas encuestas continuas, la estimación de la razón poblacional de dos características, para la ocasión actual puede ser de interés práctico (*Artés* y *García,* 2001, 2002; *García,* 2001). *Tripathi* y *Sinha* (1976) (basándose en el método original de *Jessen* (1942)) y *Das* (1982) dedujeron estimadores de la razón poblacional para la ocasión actual, utilizando el muestreo en ocasiones sucesivas. Estos estimadores se obtuvieron combinando dos estimadores independientes de la razón poblacional. Un estimador se deduce de la muestra retenida (apareada) usando un estimador de regresión de doble muestreo, mientras que el otro es una estimación de la razón ordinaria, deducido de la nueva muestra (no apareada).

Okafor y Arnab (1987) también dieron estimadores de la razón poblacional utilizando la técnica del muestreo en ocasiones sucesivas. En su caso, la estimación del total poblacional de la característica, y, en la ocasión actual, se obtiene combinando dos estimadores independientes de los totales poblacionales de las muestras apareadas y no apareadas. La estimación del total poblacional de x se obtiene similarmente. Estas dos estimaciones del total poblacional de y y x son entonces usadas para deducir la estimación de la razón poblacional.

Okafor (1992) propuso cinco estimadores diferentes utilizando el muestreo en ocasiones sucesivas y son similares a los dados por *Tripathi* y *Sinha* (1976). La diferencia radica en el método de obtener la razón para la parte apareada.

Hemos completado el trabajo de Okafor (1992), tomando en consideración un problema que dicho autor no trató. Así construimos un estimador de la razón de las medias poblacionales en la segunda ocasión, $\widehat{R}'_2$, que llamamos **estimador de la razón tipo razón-producto**.

2. Teoría

Supongamos que las muestras son de tamaño n en ambas ocasiones, que se utiliza muestreo aleatorio simple y que el tamaño de la población, N, es suficientemente grande como para poder ignorar el factor de corrección por finitud.

Sea una muestra de tamaño, n, seleccionada en la primera ocasión de una población de tamaño N, en donde medimos las características x e y. Sea una muestra aleatoria simple de tamaño, $m = pn$ $(0 < p < 1)$, muestra apareada, submuestreada de las n unidades, que se retiene para la segunda ocasión, y las restantes $u = n - m = qn$ $(q = 1 - p)$ unidades son reemplazadas por una nueva selección del universo que resulta después de omitir las m unidades.

Sea $R_2 = \bar{Y}_2/\bar{X}_2$ la razón de las medias poblacionales y deseamos estimar R_2. La estimación convencional de R_2 es $\widehat{R}_2 = \bar{y}_2/barx_2$ donde $\bar{y}_2$ y $\bar{x}_2$ son las medias muestrales de y_2 e x_2.

El mejor estimador combinado de R_2 se puede establecer mediante una media aritmética ponderada de los estimadores independientes $\widehat{R}_{2m}$ y $\widehat{R}_{2u}$, con pesos, Q y $1-Q$, inversamente proporcionales a sus varianzas y suma igual a la unidad. Este estimador se designará por $\widehat{R}_2'$ y tendrá la siguiente expresión

$$\widehat{R}_2' = Q\widehat{R}_{2m} + (1-Q)\widehat{R}_{2u}$$

donde

$\widehat{R}_{2m}$, el estimador de la razón de las medias poblacionales en la segunda ocasión correspondiente a las unidades que son comunes en las dos ocasiones (apareadas).

$\widehat{R}_{2u}$, el estimador de la razón de las medias poblacionales en la segunda ocasión correspondiente a las unidades no apareadas.

Q, es una constante escogida para que el error cuadrático medio de $\widehat{R}_2'$ sea mínimo.

Para la parte apareada proponemos el siguiente estimador de la razón tipo razón-producto de doble muestreo. La utilización del estimador de la razón tipo razón-producto de doble muestreo se hace al principio para obtener estimaciones separadas de las medias poblacionales. Este estimador supone que la característica y_2, de la segunda ocasión está correlacionada positivamente y negativamente con las variables auxiliares de la primera ocasión y_1 (puede ser el valor de y_2 en la primera ocasión) y y_3, respectivamente. De la misma manera, la característica x_2, de la segunda ocasión está correlacionada positivamente y negativamente con las variables auxiliares de la primera ocasión x_1 (puede ser el valor de x_2 en la primera ocasión) y x_3, respectivamente. Para la muestra no apareada, se utiliza un estimador directo de la razón.

$$\hat{R}_{2m} = \frac{r_{2m}}{r_{1m}} r_{3m} \frac{\hat{R}_{1n}}{\hat{R}_{3n}}$$

donde

$$r_{hm} = \bar{y}_{tm}/\bar{x}_{tm}; \quad t = 1,2,3; \quad \hat{R}_{kn} = \bar{y}_{kn}/\bar{x}_{kn}; \quad k = 1,3 \quad \text{y}$$

$\bar{y}_{1m}$, $\bar{y}_{3m}$, $(\bar{y}_{2m})$, media muestral apareada en la primera (segunda) ocasión estimando $\bar{Y}_1$, $\bar{Y}_3$, $(\bar{Y}_2)$.

$\bar{x}_{1m}$, $\bar{x}_{3m}$, $(\bar{x}_{2m})$, media muestral apareada en la primera (segunda) ocasión estimando $\bar{X}_1$, $\bar{X}_3$, $(\bar{X}_2)$.

$\bar{y}_{1n}$, $\bar{y}_{3n}$, $(\bar{x}_{1n}$, $\bar{x}_{3n})$, media muestral de las variables auxiliares y_1, y_3 $(x_1$, $x_3)$, basado en la muestra de n unidades seleccionadas en la primera ocasión.

El mejor estimador de R_2 en la segunda ocasión se obtiene usando los valores de Q que minimicen el error cuadrático medio de $\widehat{R}'_2$.

$$Q_{opt} = \frac{V\left(\widehat{R}_{2u}\right)}{V\left(\widehat{R}_{2u}\right) + V\left(\widehat{R}_{2m}\right)}$$

Aplicando un razonamiento análogo al que hace *Cochran* (1977), la aproximación de primer orden al error cuadrático medio de $\hat{R}_{2m}$, asumiendo una población infinita viene dado por

$$V\left(\hat{R}_{2m}\right) = \frac{1}{n}\frac{B}{\bar{x}_2^2} +$$

$$+\left(\frac{1}{m} - \frac{1}{n}\right)\left(\frac{B}{\bar{x}_2^2} + \frac{A}{\bar{x}_1^2}R_{12}^2 + \frac{C}{\bar{x}_3^2}R_{32}^2 - 2\frac{D}{\bar{x}_1\bar{x}_2}R_{12} + 2\frac{E}{\bar{x}_2\bar{x}_3}R_{32} - 2\frac{F}{\bar{x}_1\bar{x}_3}R_{12}R_{32}\right) =$$

$$= \frac{1}{m}\frac{B}{\bar{x}_2^2}\left(1 + q\frac{\frac{\bar{y}_2^2}{\bar{y}_1^2}A + \frac{\bar{y}_2^2}{\bar{y}_3^2}C - 2\frac{\bar{y}_2}{\bar{y}_1}D + 2\frac{\bar{y}_2}{\bar{y}_3}E - 2\frac{\bar{y}_2}{\bar{y}_1}\frac{\bar{y}_2}{\bar{y}_3}F}{B}\right)$$

donde

$$A = \bar{y}_1^2\left(C_{x_1}^2 + C_{y_1}^2 - 2\rho_{11}(x,y)C_{x_1}C_{y_1}\right)$$
$$B = \bar{y}_2^2\left(C_{x_2}^2 + C_{y_2}^2 - 2\rho_{22}(x,y)C_{x_2}C_{y_2}\right)$$
$$C = \bar{y}_3^2\left(C_{x_3}^2 + C_{y_3}^2 - 2\rho_{33}(x,y)C_{x_3}C_{y_3}\right)$$
$$D = \bar{y}_1\bar{y}_2\left(\rho_{12}(y)C_{y_1}C_{y_2} - \rho_{12}(x,y)C_{x_1}C_{y_2} - \rho_{21}(x,y)C_{x_2}C_{y_1} + \rho_{12}(x)C_{x_1}C_{x_2}\right)$$
$$E = \bar{y}_2\bar{y}_3\left(\rho_{23}(y)C_{y_2}C_{y_3} - \rho_{32}(x,y)C_{x_3}C_{y_2} - \rho_{23}(x,y)C_{x_2}C_{y_3} + \rho_{23}(x)C_{x_2}C_{x_3}\right)$$
$$F = \bar{y}_1\bar{y}_3\left(\rho_{13}(y)C_{y_1}C_{y_3} - \rho_{31}(x,y)C_{x_3}C_{y_1} - \rho_{13}(x,y)C_{x_1}C_{y_3} + \rho_{13}(x)C_{x_1}C_{x_3}\right)$$
$$R_{12} = \frac{\bar{x}_1\bar{y}_2}{\bar{x}_2\bar{y}_1}; \qquad R_{32} = \frac{\bar{x}_3\bar{y}_2}{\bar{x}_2\bar{y}_3}$$

$\rho_{11}(x,y)$, $\rho_{22}(x,y)$, $\rho_{33}(x,y)$, el coeficiente de correlación entre las variables y_1 y x_1, y_2 y x_2, y_3 y x_3.

$\rho_{12}(x)$, $\rho_{12}(y)$ el coeficiente de correlación entre las variables x_1 y x_2, y_1 y y_2.

$\rho_{13}(x)$, $\rho_{13}(y)$ el coeficiente de correlación entre las variables x_1 y x_3, y_1 y y_3.

$\rho_{23}(x)$, $\rho_{23}(y)$ el coeficiente de correlación entre las variables x_2 y x_3, y_2 y y_3.

$\rho_{12}(x,y)$, $\rho_{21}(x,y)$, el coeficiente de correlación entre las variables x_1 y y_2, x_2 y y_1.

$\rho_{32}(x,y)$, $\rho_{23}(x,y)$, el coeficiente de correlación entre las variables x_3 y y_2, x_2 y y_3.

$\rho_{13}(x,y)$, $\rho_{31}(x,y)$, el coeficiente de correlación entre las variables x_1 y y_3, x_3 y y_1.

De esta manera

$$V\left(\hat{R}_{2m}\right) = \frac{1}{m}\frac{B}{\bar{x}_2^2}(1+qZ)$$

$$Z = \frac{\frac{\bar{y}_2^2}{\bar{y}_1^2}A + \frac{\bar{y}_2^2}{\bar{y}_3^2}C - 2\frac{\bar{y}_2}{\bar{y}_1}D + 2\frac{\bar{y}_2}{\bar{y}_3}E - 2\frac{\bar{y}_2}{\bar{y}_1}\frac{\bar{y}_2}{\bar{y}_3}F}{B} \tag{1}$$

Teniendo en cuenta que

$$V(\widehat{R}_{2u}) = \frac{1}{u}\frac{B}{\bar{x}_2^2}$$

Sustituyendo en la expresión de la varianza se tiene que

$$V_{min}\left(\widehat{R}_2'\right) = \frac{V\left(\widehat{R}_{2m}\right)V\left(\widehat{R}_{2u}\right)}{V\left(\widehat{R}_{2m}\right)+V\left(\widehat{R}_{2u}\right)} = \frac{1}{n}\frac{B}{\bar{x}_2^2}\frac{1+qZ}{1+q^2Z} \tag{2}$$

donde Z viene definido por (1).

El valor óptimo de u se obtiene minimizando en (2) con respecto a la variación en u, y viene dado por

$$\left(\frac{u}{n}\right)_{opt} = \frac{\sqrt{1+Z}-1}{Z}$$

o lo que es lo mismo, la fracción del apareamiento óptimo vale

$$p_{opt} = \frac{Z+1-\sqrt{1+Z}}{Z}$$

y Z viene definido por (1)

3. Comparación de estimadores

3.1. Estimador simple y estimador combinado

Si se considera el estimador usual de la razón de las medias en la segunda ocasión, $\widehat{R}_2$, basado sólo en las n unidades muestrales de dicha ocasión, y que no utiliza ninguna información adicional, su varianza toma la siguiente expresión

$$V(\widehat{R}_2) = \frac{1}{n}\frac{B}{\bar{x}_2^2}$$

Obtenemos la ganancia en precisión, G, del estimador combinado, $\widehat{R}'_2$, que utiliza un estimador de la razón de las medias tipo razón con producto de doble muestreo para la parte apareada de la muestra en la segunda ocasión, sobre el estimador simple, $\widehat{R}_2$, mediante la siguiente expresión

$$G = \frac{V(\widehat{R}_2) - V_{min}(\widehat{R}'_2)}{V_{min}(\widehat{R}'_2)} = \frac{-Zp(1-p)}{1+(1-p)Z}$$

donde Z viene dado por (1)

Por definición $p \leq 1$. Si $p = 1$ (apareamiento total) ó $p = 0$ (reemplazo total), la ganancia vale cero. Para cualquier otro valor de p $(0 < p < 1)$, obtendremos una ganancia positiva si $Z < 0$.

Reescribiendo A, B, C, D, E y F en términos del coeficiente de variación y del coeficiente de correlación, y considerando

$$C_{y_1} = C_{y_2} = C_{y_3} = C_{x_1} = C_{x_2} = C_{x_3} = C_0$$
$$\rho_{12}(x) = \rho_{12}(y) = \rho_1$$
$$\rho_{23}(x) = \rho_{23}(y) = \rho_2$$
$$\rho_{13}(x) = \rho_{13}(y) = \rho_3$$
$$\rho_{ij}(x,y) = \rho; \quad i,j = 1,2,3$$

la expresión de la varianza es

$$V_{min}(\hat{R}'_2) = \frac{R_2^2}{n} 2C_0^2(1-\rho)\left[\frac{(1-\rho)+q(2-2\rho_1+2\rho_2-2\rho_3)}{(1-\rho)+q^2(2-2\rho_1+2\rho_2-2\rho_3)}\right]$$

4. Caso Particular

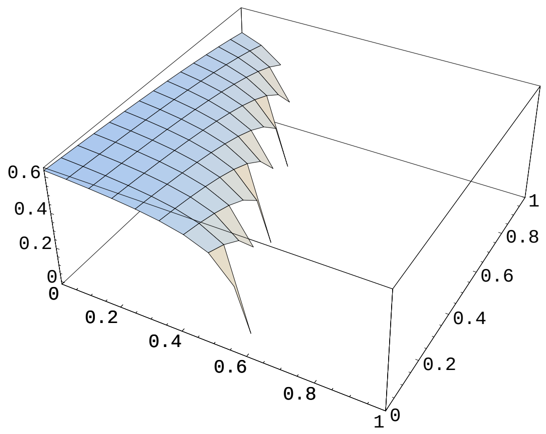
Para el caso particular

$$-\rho_1 = -\rho_0 = \rho_2$$

entonces la expresión de la varianza es

$$V_{min}(\hat{R}'_2) = \frac{R_2^2}{n} 2C_0^2(1-\rho)\left[\frac{(1-\rho)+q(2-4\rho_0-2\rho_3)}{(1-\rho)+q^2(2-4\rho_0-2\rho_3)}\right]$$

Figura 1: Fracción óptima de apareamiento, en función de ρ_0 y ρ_3



La figura 1 muestra la fracción óptima de la parte común.

$$p_{opt} = \frac{\frac{2-4\rho_0-2\rho_3}{1-\rho} + 1 - \sqrt{1 + \frac{2-4\rho_0-2\rho_3}{1-\rho}}}{\frac{2-4\rho_0-2\rho_3}{1-\rho}}$$

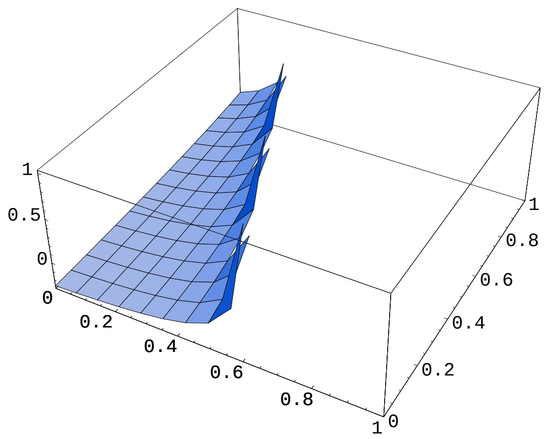
Observamos cómo la fracción óptima de apareamiento disminuye cuando la correlación entre la variable auxiliar, de la primera ocasión, con la variable objeto de estudio, de la segunda ocasión aumenta, llegando a alcanzar su máximo valor en torno a la mitad de las unidades muestrales.

Se representa en la figura 2 la curva de la ganancia en precisión, del estimador combinado, tipo razón-producto, de la razón poblacional, frente al estimador clásico.

$$G = \frac{(1-\rho) + q_{opt}^2(2 - 4\rho_0 - 2\rho_3)}{(1-\rho) + q_{opt}(2 - 4\rho_0 - 2\rho_3)} - 1$$

Se observa como la ganancia va en aumento conforme aumenta la correlación entre la variable principal y la variable auxiliar.

Figura 2: Ganancia en precisión, en función de ρ_0 y ρ_3



Las figuras (3) y (4) muestran para una serie de valores del coeficiente de correlación, el porcentaje óptimo que se debe aparear y la ganancia relativa en precisión comparada con no apareamiento. Si el coeficiente de correlación no es alto, las ganancias son modestas. Aunque el porcentaje óptimo para aparear varía con el coeficiente de correlación, en la práctica, solamente se puede usar un solo porcentaje para todas las características de una encuesta.

4.1. Comparación de eficiencias para el caso particular

4.1.1. Estimador de una razón tipo razón

Hemos estudiado la precisión del estimador combinado de una razón tipo razón-producto con aquel que utiliza un estimador de una razón tipo razón,

Figura 3: Fracción óptima de apareamiento, cuando $\rho_0 = \rho_3$

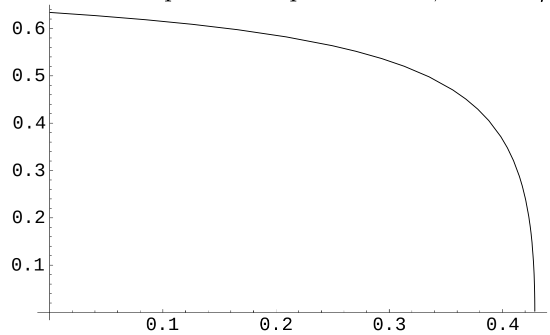
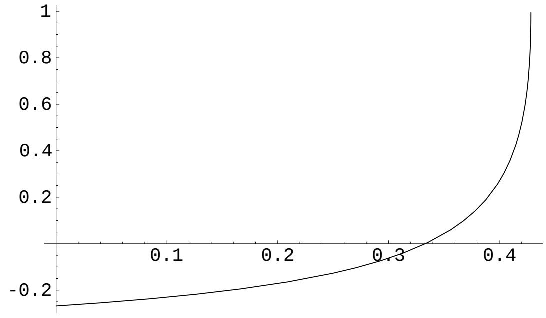


Figura 4: Ganancia en precisión, cuando $\rho_0 = \rho_3$



$\hat{R}_2(1)$, (Okafor, 1992), para la parte apareada de la muestra, a partir de sus varianzas

$$V(\hat{R}_2(1)) - V_{min}(\hat{R}_2') \geq 0$$

siempre que se verifique

$$1 - \rho + 2\rho_2 - 2\rho_3 \leq 0$$

siendo

$$V(\hat{R}_2(1)) = \frac{R_2^2}{n} 2C_0^2(1-\rho)\left[\frac{(1-\rho) + q(1+\rho-2\rho_1)}{(1-\rho) + q^2(1+\rho-2\rho_1)}\right]$$

4.1.2. Estimador de una razón tipo producto

Hemos estudiado la precisión del estimador combinado de una razón tipo razón-producto con aquel que utiliza un estimador de una razón tipo producto, $\hat{R}_2(2)$, (Okafor, 1992), para la parte apareada de la muestra, a partir de sus varianzas

$$V(\hat{R}_2(2)) - V_{min}(\hat{R}'_2) \geq 0$$

siempre que se verifique

$$-1 - 3\rho + 2\rho_1 + 2\rho_3 \geq 0$$

siendo

$$V(\hat{R}_2(2)) = \frac{R_2^2}{n} 2C_0^2(1-\rho)\left[\frac{(1-\rho) + q(1-3\rho+2\rho_2)}{(1-\rho) + q^2(1-3\rho+2\rho_2)}\right]$$

5. Estudio Empírico

Para evaluar el buen funcionamiento del método propuesto se han utilizado los datos recogidos en una investigación sobre hábitos saludables y nivel de condición física. Dicho estudio se ha llevado a cabo sobre una población de escolares de 4^0 de Educación Secundaria Obligatoria (E.S.O) en los colegios de Almería capital durante los meses de Abril y Junio de 1998.

Se ha pretendido desarrollar un plan de muestreo que proporcione estimadores más precisos de las variables estudiadas. Dicho plan se ha basado en el principio del muestreo sucesivo de la misma población, y consistió en dos conjuntos de muestras aleatorias independientes: (*i*) una muestra de 135 escolares seleccionados, en la 1^a ocasión (Abril de 98), entre los 2681 escolares que formaban la población, y (*ii*) una segunda muestra de 202 escolares seleccionada, en la 2^a ocasión (Junio de 98), entre los 2546 escolares que no formaron parte de la muestra apareada.

A cada niño de la muestra se le administró un cuestionario sobre hábitos saludables, y se evaluó el nivel de condición física mediante determinados test y medidas antropométricas.

Para el propósito del presente estudio hemos considerado la estimación del *componente endomorfo* (y_2) y el *índice de masa corporal* (x_2) en la 2^a ocasión, tomando como variables auxiliares el *componente endomorfo* (y_1), el *volumen máximo de Oxígeno* (y_3), el *índice de masa corporal* (x_1) y la *flexión mantenida de brazos* (x_3) de la primera ocasión.

Los datos muestrales sobre el número de escolares y parámetros obtenidos en las dos ocasiones han sido los siguientes:

Primera Ocasión (Abril de 98): gran muestra $n = 337$

Segunda Ocasión (Junio de 98): muestra apareada $m = 135$, muestra no apareada $u = 202$

$$\widehat{\rho}_1 = 0{,}71; \qquad \widehat{\rho}_2 = -0{,}56; \qquad \widehat{\rho}_3 = -0{,}2; \qquad \hat{\rho} = 0{,}3$$

A partir de los datos obtenemos que

$$V_{min}\left(\widehat{R}'_2\right) = 0{,}95\frac{R_2^2}{n}2C_0^2(1-\rho) < \frac{R_2^2}{n}2C_0^2(1-\rho) = V\left(\widehat{R}_2\right)$$

lo que supone un 5,26 % de ganancia en precisión del estimador propuesto sobre el estimador usual. Se ha calculado también la fracción del apareamiento óptimo

$$\widehat{p}_{opt} = 48{,}11\,\%$$

Bibliografía

[1] ARTÉS, E., RUEDA, M. Y ARCOS, A.(1998), Successive Sampling using a Product Estimate, *Applied Sciences and the Environment, Computational Mechanics Publications*, 85–90.

[2] ARTÉS, E. Y GARCÍA, A. (2000), A note on successive sampling using auxiliary information, *Proceedings of the 15th International Workshop on Statistical Modelling*, 376-379.

[3] ARTÉS, E. Y GARCÍA, A. (2001a), Estimating the current mean in successive sampling using a product estimate, *Conference on Agricultural and Environmental Statistical Application in Rome*, XLIII-1– XLIII-2.

[4] ARTÉS, E. Y GARCÍA, A. (2001b), Sobre la estimación de la razón de dos medias en el muestreo en ocasiones sucesivas, *Metodología de Encuestas*, Volumen 3, No. 2, 183–195.

[5] ARTÉS, E. Y GARCÍA, A. (2001c), Successive Sampling for the ratio of population parameters, *Journal of the Portuguese Nacional Statistical Institute*, Volume II, 43–44.

[6] ARTÉS, E. Y GARCÍA, A. (2001d), Estimation of current population ratio in successive sampling *Journal of the Indian Society of Agricultural Statistics*, Volume 54, No. 3, 342–354, December, 2001.

[7] ARTÉS, E. Y GARCÍA, A. (2002), Diseños muestrales en el tiempo, *Servicio de Publicaciones de la Universidad de Almería.*

[8] COCHRAN, W. G. (1977), Sampling Techniques, third edition,*John Wiley & Sons*, New York.

[9] DAS, K. (1982), Estimation of population ratio on two occasions, *Journal of the Indian Society of Agricultural Statistics*, **34 (2)**, 1–9.

[10] GARCÍA, A. (2001), Mejora de estimadores en muestreo en ocasiones sucesivas, *Servicio de Publicaciones de la Universidad de Almería.*

[11] JESSEN, R. J. (1942) Statistical Investigation of a Sample Survey for Obtaining Farm Facts, *Iowa Agricultural Experiment Statistical Research Bulletin*, **304**.

[12] OKAFOR, F. C. Y ARNAB, R. (1987), Some strategies of two-stage sampling for estimating population ratios over two occasions, *Austrial Journal of Statistics*, **29 (2)**, 128–142.

[13] OKAFOR, F. C. (1992), The theory and application of sampling over two occasions for the estimation of current population ratio, *Statistica*, **1**, 137–147.

[14] RAO, P.S.R.S. Y MUDHOLKAR, G.S. (1967), Generalized multivariate estimators for the mean of finite populations, *Journal of the American Statistical Association*, **62**, 1008–1012.

[15] TRIPATHI, T. P. Y SINHA, S. K. P. (1976), Estimation of ratio on successive occasions, *Proceedings of conference Recent developments in survey sampling*, Calcutta.