

Implementación, uso e interpretación del Fan Chart

The Fan Chart: Implementation, Usage and Interpretation

JUAN MANUEL JULIO*

BANCO DE LA REPÚBLICA, COLOMBIA, DEPARTAMENTO DE MODELOS MACROECONÓMICOS
UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA, DEPARTAMENTO DE ESTADÍSTICA, BOGOTÁ

Resumen

El Fan Chart representa la función de probabilidades de los valores futuros de una variable, condicional a la información conocida en el presente. En contraste con la tradicional senda de pronósticos puntuales y sus bandas confidenciales simétricas, el Fan Chart tiene dos ventajas: primero, describe completamente la densidad marginal de pronóstico en cada uno de los períodos del horizonte. Y segundo, su formulación permite que la densidad marginal de pronóstico sea asimétrica. Cuando esta densidad no es simétrica, la probabilidad (o riesgo) de que el valor futuro de la variable asuma valores por encima de la senda central de pronóstico es diferente a la de que asuma valores por debajo de dicha senda. Esta característica lo hace muy deseable para representar los riesgos de que se cumplan metas sobre el valor futuro de la variable en cuestión. En el caso del Informe de Inflación, el Fan Chart cumple con dos objetivos: primero, comunicar al público las previsiones de la autoridad monetaria sobre la evolución futura de la inflación con base en el “mejor conocimiento” actual de la economía, propósito relacionado con la transparencia del esquema de inflación objetivo y con la credibilidad de las políticas para alcanzar dichas metas. Y segundo, organizar la forma como la autoridad monetaria aborda el problema de pronosticar la inflación, lo cual tiene que ver con el desarrollo del Informe sobre Inflación y su distribución temática. En esta nota se describe en detalle la implementación actual del Fan Chart que utiliza el Banco de la República para su Informe sobre Inflación; se presenta un ejemplo que ilustra su adecuada utilización; se describe la manera como éste se debe interpretar y se describe el uso de un programa que facilita su aplicación¹.

Con esto, se persigue explicitar el uso e interpretación del Fan Chart.

Palabras clave: Fan Chart, distribución de pronóstico, gráficas estadísticas, esquema de inflación objetivo, informe sobre inflación.

*Econometrista del Banco de la República. E-mail: jjulioro@banrep.gov.co. Profesor asociado de la Universidad Nacional.

¹El software escrito en Visual Basic para Excel se puede obtener escribiéndole al autor.

Abstract

The Fan Chart represents the forecasting distribution of a variable based on the information available at present. In comparison with the traditional forecast path and its corresponding symmetrical bands, the Fan Chart has two important advantages: First, it depicts the whole marginal forecast distribution. Second, this marginal distribution, on each period of time in the forecasting horizon, may be non symmetric. When this distribution is not symmetric, the probability that the variable takes on values above the central path differs from the probability that it takes on values below it, which makes it a desirable tool to show the risks of not fulfilling pre established targets on future values of the variable. In the case of a Central Bank “Inflation Report”, this chart fulfills two objectives. First, informs the public opinion about the central bank inflation forecasts based on the “best” information available at the moment, an objective related to the transparency of the “inflation targeting” regime and the credibility of the policies issued to reach these targets. And second, organize the way the central bank approaches the problem of forecasting the inflation rate, which has to do with the development of the inflation report and its subject organization. In this note we present the actual Fan Chart implementation used by the Colombian Central Bank for its “Inflation Report”, show an example of its proper usage, describe a sensible interpretation, and use of the software developed to compute it².

Key words: Fan Chart, Forecasting distribution, Statistical graphics, Inflation targeting, Inflation report.

1. Introducción

El Fan Chart representa la función de probabilidades de los valores futuros de una variable, condicional a la información conocida en el presente. En contraste con la tradicional senda de pronósticos puntuales y sus bandas confidenciales simétricas, el Fan Chart presenta dos ventajas: primero, describe completamente la densidad marginal de pronóstico en cada uno de los períodos del horizonte. Y segundo, su formulación permite que la densidad marginal de pronóstico sea asimétrica. Cuando esta densidad no es simétrica, la probabilidad (o riesgo) de que el valor futuro de la variable asuma valores por encima de la senda central de pronóstico es diferente a la de que asuma valores por debajo de dicha senda. Esta característica lo hace muy deseable para representar los riesgos de que se cumplan metas sobre el valor futuro de la variable en cuestión.

El término Fan Chart lo popularizó del Banco de Inglaterra, que lo viene publicando desde 1977 en su *Informe de Inflación* (véase Britton et al. 1998). En el caso del Informe de Inflación de un banco que sigue el esquema de inflación objetivo, el Fan Chart cumple con dos propósitos: comunicar al público las previsiones de la autoridad monetaria sobre la evolución futura de la inflación con base en su “mejor conocimiento” de la economía, propósito relacionado con la transparencia del esquema de inflación objetivo y la credibilidad de las políticas para alcanzarlas

²The program written in Visual Basic for Excel is available from the author.

y organizar la manera como la autoridad monetaria produce el pronóstico de la inflación, lo cual tiene que ver con el desarrollo del citado informe y su distribución temática.

A partir de la enmienda constitucional de 1991 en Colombia, se requiere que el Banco de la República (BR) fije metas anuales no crecientes sobre la inflación futura. Para cumplir con este mandato constitucional, el BR ha venido realizando un esfuerzo importante para entender los mecanismos a través de los cuales (a) se producen las innovaciones a la inflación, (b) la política monetaria afecta a todas las variables de la economía, en particular a la inflación, y (c) se propagan las diferentes innovaciones a todas las variables de la economía, en particular hacia la inflación. Este conocimiento se plasma en el “modelo central” para el análisis y pronóstico de la autoridad monetaria. La versión actual se conoce como Modelo de Mecanismos de Transmisión (MMT) (véase Gómez & Julio 2001, 2005).

De acuerdo con la mecánica del esquema de inflación objetivo, la Junta Directiva del Banco de la República (JDBR) fija una meta no creciente para la inflación futura y emite señales monetarias que minimizan la distancia entre el pronóstico de la inflación y la meta establecida. Estas señales monetarias se especifican como incrementos/reducciones de la tasa de interés de intervención, de acuerdo con expectativas de incremento/reducción (respectivamente) de la inflación en el mediano plazo. Como resultado, se espera que la inflación asuma una senda que la lleve hacia su meta. Esta descripción pone en claro la relevancia del pronóstico de inflación y del modelo de mecanismos de transmisión, del cual se obtienen los pronósticos.

Dado que en un esquema de inflación objetivo los costos de reducir la inflación se disminuyen (o pueden incluso desaparecer) cuando la autoridad monetaria es creíble, la credibilidad se convierte en el activo más importante de la autoridad monetaria. En un esquema de inflación objetivo la credibilidad de la autoridad monetaria tiene que ver con su reputación y la transparencia del esquema.

En este sentido, la función del Informe de Inflación es la de garantizar la transparencia del esquema de inflación objetivo. Esto se logra al informar a la opinión pública sobre la manera como la autoridad monetaria entiende la coyuntura económica actual, al hacer explícitos los supuestos y riesgos asociados a los eventos futuros que pueden afectar a la inflación durante el horizonte de pronóstico, y mostrar la coherencia entre la coyuntura actual, los supuestos, los riesgos, el pronóstico de la inflación y las políticas emitidas para cumplir las metas.

El Fan Chart de la inflación resume varios de los elementos anteriores al describir en un único gráfico la distribución marginal de la inflación futura en cada período del horizonte de pronóstico. En efecto, la senda modal corresponde al pronóstico de la inflación condicional a la senda más probable de los factores y variables que afectan a la inflación a lo largo del horizonte de pronóstico. La asimetría de la distribución es un resultado de los riesgos de que las variables o factores asuman valores por encima (o por debajo) de su senda modal. Y la varianza de la distribución responde a la incertidumbre histórica efectiva del ejercicio de pronóstico, la incertidumbre sobre los factores y de un conjunto de multiplicadores que reflejan cambios esperados de la incertidumbre con respecto a la incertidum-

bre histórica. La transparencia se logra entonces al hacer explícitos los factores o variables mencionados, sus sendas modales y riesgos en conjunción con su efecto sobre la distribución de la inflación, es decir, el Fan Chart.

La producción del Fan Chart de la tasa de inflación se desarrolla a partir de los siguientes pasos: (1) se determinan los factores y variables que podrían afectar el comportamiento de la inflación en el horizonte de pronóstico; (2) se determina o supone la senda modal (más probable) para los valores futuros de dichas variables y factores; (3) se introducen estas sendas modales y pronósticos de corto plazo en el modelo central de pronóstico, el MMT, para producir la senda modal de la distribución de la inflación futura; (4) se determina el riesgo de que las variables o factores mencionados asuman valores más grandes o más pequeños que los de la senda modal y se determina su incertidumbre histórica; (5) se fijan multiplicadores de la incertidumbre futura sobre los factores o variables y la inflación, los cuales resumen el “criterio de los expertos” sobre cambios coyunturales en la incertidumbre con respecto a la incertidumbre histórica y (6) se transforman los riesgos e incertidumbre de la distribución de los factores o variables a riesgos e incertidumbre en la distribución de la inflación futura a partir de la función de impulso respuesta. Como resultado se obtiene una densidad marginal asimétrica de la inflación futura en cada período del horizonte de pronóstico, la cual refleja la senda modal, la incertidumbre y los riesgos de las variables y factores que la afectan a lo largo del horizonte pronóstico.

Si bien es cierto que cualquier modelo probabilístico de la inflación es capaz de producir un Fan Chart a partir de cálculos elementales, la metodología propuesta por Britton et al. (1998) tiene un sinnúmero de ventajas que claramente opacan sus desventajas.

La única desventaja de la metodología propuesta por Britton et al. (1998) es que el modelo probabilístico a partir del que se obtiene la distribución del pronóstico no es explícito. La densidad de pronóstico se construye a partir de resultados que se obtienen por separado. Sin embargo, aun esta desventaja se traduce en una ventaja si se tiene en cuenta que el diseño de un modelo probabilístico explícito del tamaño del MMT, que sea económicamente consistente, capaz de producir distribuciones de pronóstico asimétricas con base en distribuciones asimétricas para las innovaciones, factores o variables condicionadas y que además permita introducir información no muestral para el pronóstico, es un trabajo que aún está en su infancia en gran medida por la restricción de que sea económicamente sensato (*véase* Cogley et al. 2003, Vega 2004).

En esta nota se describe en detalle la implementación actual del Fan Chart que utiliza el Banco de la República para su Informe sobre Inflación; se presenta un ejemplo que ilustra su utilización; se describe la manera como éste se debe interpretar y se describe el uso de un programa que facilita su aplicación. Con esto, se persigue desmitificar la implementación del Fan Chart y de paso clarificar su interpretación. El escrito se divide en cuatro secciones, aparte de esta corta introducción. En la segunda se discute la interpretación del Fan Chart. En la tercera se describen los cálculos y supuestos que soportan la implementación actual, los cuales se utilizan en el programa, y se describe la implementación computacional.

En la cuarta se describen varios puntos que merecen atención particular. En la quinta se hace una breve discusión. A lo largo de las diferentes secciones se describe e interpreta un ejemplo.

2. Interpretación

La figura 1 muestra un ejemplo de Fan Chart calculado con información histórica hasta el cuarto trimestre de 2005. La línea sólida hasta esta fecha es la inflación total observada y desde el primer trimestre de 2006 es la senda que con mayor probabilidad puede asumir la inflación. Es decir, es el pronóstico que maximiza la función de probabilidades marginal de pronóstico en cada período del horizonte. Este pronóstico se obtiene asignando la senda modal a las variables o factores que afectan el nivel de la inflación a lo largo del horizonte de pronóstico³. A partir de 2006T1 se abre un abanico con distintas tonalidades de color, las cuales representan las franjas de probabilidad desde 5% hasta 95% a intervalos de 5%. El abanico se calcula, por defecto, para nueve períodos $t = 1, 2, \dots, 9$, a partir del último dato observado, como se muestra en la figura 1.

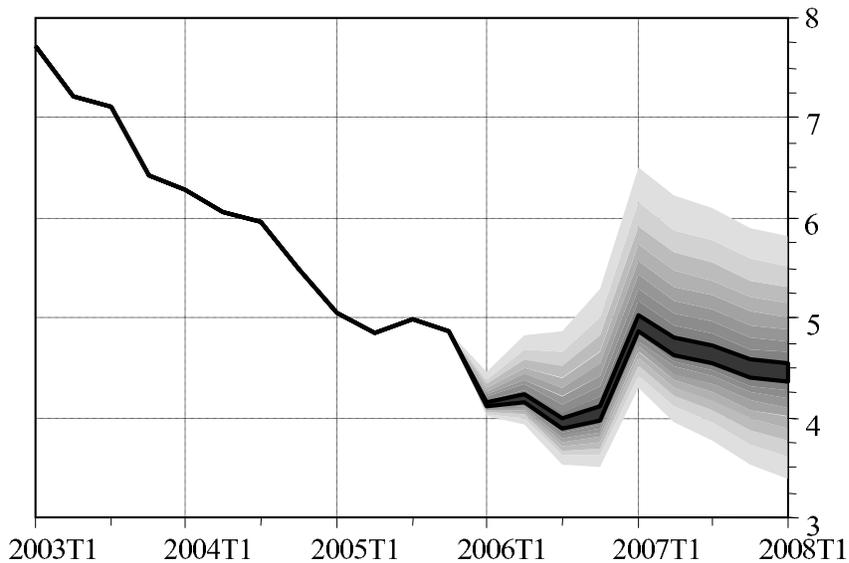


FIGURA 1: Fan Chart de la inflación con información total hasta 2005T4

Para entender más claramente la figura 1, nos referimos a la tabla 1 que contiene las estadísticas descriptivas de las distribuciones de pronóstico para los

³El horizonte de pronóstico fijado por el BR para su Informe sobre Inflación es de 9 trimestres, el cual responde a los ejercicios realizados por Gómez & Julio (2001) donde se muestra que la política monetaria toma en promedio dos años para lograr su efecto sobre la inflación.

$t = 1, 2, \dots, 9$ períodos iniciales del horizonte. Las tres primeras columnas muestran las sendas que definen las medidas de tendencia central; la moda o valor que maximiza la densidad marginal de pronóstico en cada período del horizonte, la mediana o valor que divide la densidad en dos partes iguales y la media o pronóstico esperado. La cuarta columna contiene la meta de inflación fijada por la JDDBR. La quinta muestra la senda de las varianzas de dicha distribución, y la sexta contiene un indicador del sesgo o tercer momento de la distribución marginal.

Son insumos para el cómputo del Fan Chart:

- la senda modal (μ_t^π para $t = 1, 2, \dots, 9$),
- la meta de inflación ($\tilde{\pi}_t$ para $t = 1, 2, \dots, 9$) y
- la varianza del error de pronóstico de la inflación ($\sigma_t^{2\pi}$ para $t = 1, 2, \dots, 9$).

Son resultados del ejercicio:

- la media ($E_0(\pi_t)$ para $t = 1, 2, \dots, 9$),
- mediana ($M_0^e(\pi_t)$ para $t = 1, 2, \dots, 9$) y
- sesgo ($S_0(\pi_t)$ para $t = 1, 2, \dots, 9$)

TABLA 1: Estadísticas descriptivas de la densidad de pronóstico

t	Fecha	Moda	Mediana	Media	Meta	Varianza	Sesgo
1	2006T1	4.13	4.21	4.04	4.88	0.10	-0.09
2	2006T2	4.18	4.33	3.99	4.75	0.20	-0.19
3	2006T3	3.91	4.14	3.63	4.63	0.30	-0.28
4	2006T4	4.01	4.31	3.63	4.50	0.40	-0.38
5	2007T1	4.91	5.29	4.44	4.37	0.50	-0.47
6	2007T2	4.68	4.99	4.29	4.25	0.56	-0.39
7	2007T3	4.61	4.86	4.30	4.12	0.61	-0.31
8	2007T4	4.47	4.65	4.24	4.00	0.67	-0.23
9	2008T1	4.44	4.56	4.29	3.87	0.72	-0.15

La senda modal, μ_t^π para $t = 1, 2, \dots, 9$, es un insumo para el cálculo del Fan Chart, y corresponde al pronóstico más probable, en el sentido que maximiza la densidad marginal del pronóstico de la inflación en cada período de tiempo del horizonte. Esta senda es el pronóstico del modelo MMT con base en la senda modal de las variables o factores que afectan el nivel de la inflación a lo largo del horizonte de pronóstico.

Un análisis detallado de la tabla muestra que nuestro indicador del sesgo se incrementa hasta el primer trimestre de 2007 y luego decrece hasta 0.15 en el primer trimestre de 2008. Sin embargo, este resultado no tiene un efecto importante sobre la probabilidad de cumplimiento de la meta para el final de 2006, 4.5%, ya que el pronóstico modal para este período es de 4.01. Este resultado implica que con una probabilidad mayor al 0.5 se cumple en exceso la meta de 2006. Sin embargo, el sesgo sí tiene un efecto importante sobre el cumplimiento de la meta para 2007,

4.0%, ya que el pronóstico modal para esta fecha es de 4.47%. Este resultado implica que en el presente se están gestando presiones inflacionarias de mediano plazo. Como el pronóstico mediano para finales de 2007 es de 4.65%, podemos concluir que la probabilidad de que se cumpla la meta en exceso (es decir que la inflación observada esté por debajo de la meta) es mucho menos que el 50%.

Dado que la política monetaria tiene un rezago en afectar la tasa de inflación, este resultado sugiere un incremento en la tasa de interés de intervención del BR.

Un punto que se debe tener en cuenta al interpretar la senda modal es que en su cálculo *se supone que se está realizando una política monetaria activa que lleva el pronóstico de inflación a su meta en el mediano plazo*. Al comparar la senda modal con la senda de metas, lo único que se observa son movimientos que reflejan condiciones de corto plazo. Desafortunadamente esta senda no es fácilmente interpretable ya que en el Informe sobre Inflación no se presenta la senda de tasas de interés que llevan a la inflación proyectada hacia su meta. Sin embargo, es un indicador de la dirección que debería seguir la política monetaria. Si la senda modal de la inflación está consistentemente por encima de la meta, se podría necesitar un ajuste de corto plazo a las tasas de interés hacia arriba. Dicho de otra forma, aunque la senda de tasas de interés no se publica, es claro que nuestros resultados implican un incremento de la tasa de interés en el corto plazo para contrarrestar las presiones inflacionarias de mediano plazo.

La senda de varianzas es un insumo para el cálculo del Fan Chart y tiene tres componentes. El primer componente es la estimación histórica (no basada en modelos) de la desviación estándar del error de pronóstico a horizontes de 4 y 9 trimestres, $\hat{\sigma}_4^\pi$ y $\hat{\sigma}_9^\pi$. El segundo componente son los multiplicadores, ω_4^π y ω_9^π , que ajustan la incertidumbre histórica de pronóstico por información “experta” sobre incrementos o reducciones de ésta con respecto a la incertidumbre histórica. La varianza reportada en las filas 4 y 9 de la columna 5 corresponde a la desviaciones estándar ajustadas $\sigma_4^\pi = \omega_4^\pi \hat{\sigma}_4^\pi$ y $\sigma_9^\pi = \omega_9^\pi \hat{\sigma}_9^\pi$. El tercer componente son los factores de distribución de la incertidumbre a lo largo del horizonte, δ_t , $t = 1, 2, \dots, 9$ y cumplen con la restricción de que $\sum_{t=1}^4 \delta_t = 1$ y $\sum_{t=5}^9 \delta_t = 1$, de tal forma que $\sigma_1^\pi = \delta_1 \sigma_4^\pi$, $\sigma_2^\pi = (\delta_1 + \delta_2) \sigma_4^\pi$, $\sigma_3^\pi = (\delta_1 + \delta_2 + \delta_3) \sigma_4^\pi$, $\sigma_5^\pi = \delta_5 \sigma_9^\pi$, $\sigma_6^\pi = (\delta_5 + \delta_6) \sigma_9^\pi$, \dots , y $\sigma_8^\pi = (\delta_5 + \dots + \delta_8) \sigma_9^\pi$.

El sesgo es un resultado del cálculo del Fan Chart. En la figura 1 se puede observar que el sesgo es negativo para todos los períodos de tiempo. Es importante tener en cuenta que nuestro indicador de sesgo es la diferencia entre la media y la moda. Dado que la mediana siempre se encuentra entre la moda y la media y la mediana es el valor que divide la densidad en dos partes iguales, es claro que el *balance de riesgos*, medido como $P[\pi_t \leq M_0^e(\pi_t)]$, es inferior a 0.5 para todo el horizonte de pronóstico.

La tabla 2 contiene en las primeras siete columnas las probabilidades de que la inflación asuma valores en diferentes intervalos disjuntos y en la columna final el *balance de riesgos*, $P[\pi_t \leq M_0^e(\pi_t)]$. En esta tabla se observa que cuanto más largo es el horizonte, mayor es la incertidumbre en pronóstico, lo cual hace que las probabilidades estén menos concentradas. Se observa adicionalmente que a lo largo del horizonte el balance de riesgos está por debajo de 0.5 (es más probable

TABLA 2: Distribución de probabilidades del pronóstico de la inflación, %

t	Fecha	< 3%	3-3.5%	3.5-4%	4-4.5%	4.5-5%	5-5.5%	> 5.5%	Balance de riesgos
1	2006T1	0.00	0.00	2.44	93.47	4.09	0.00	0.00	28.09
2	2006T2	0.00	0.00	6.62	63.87	27.00	2.46	0.05	28.09
3	2006T3	0.00	2.02	34.89	40.68	17.98	3.97	0.46	28.09
4	2006T4	0.02	2.59	24.74	34.64	23.42	10.61	3.98	28.09
5	2007T1	0.00	0.01	0.46	7.40	25.53	27.50	39.10	28.09
6	2007T2	0.00	0.20	3.51	17.91	28.71	24.11	25.56	31.91
7	2007T3	0.04	0.84	6.89	21.74	28.17	22.13	20.19	35.82
8	2007T4	0.36	3.02	12.68	25.38	26.34	18.50	13.71	39.76
9	2008T1	1.10	5.17	15.25	25.29	24.89	16.83	11.47	43.57

que la inflación sea superior al valor de la senda modal), lo cual genera un efecto dramático en el sesgo del Fan Chart.

El *balance de riesgos* de la distribución de pronóstico de la inflación se explica por cuatro insumos de la distribución del factor i -ésimo que afecta a la inflación, $i = 1, 2, \dots, n_1$. Primero, los balances de riesgo a horizontes de 4 y 9 trimestres, los cuales denotamos p_4^i y p_9^i para el i -ésimo factor. Segundo, las desviaciones estándar históricas (no de modelos) de los factores a los mismos horizontes, $\hat{\sigma}_4^i$ y $\hat{\sigma}_9^i$ para el i -ésimo factor. Tercero, multiplicadores de la incertidumbre a los mismos horizontes, ω_4^i y ω_9^i , para el factor i -ésimo, los cuales ajustan la incertidumbre histórica por información a priori sobre incrementos o reducciones de ésta. Cuarto, la respuesta contemporánea y luego de cuatro trimestres de la inflación a una innovación de una unidad en el factor i -ésimo, ϕ_0^i y ϕ_4^i para $i = 1, 2, \dots, n_1$.

El procedimiento para el cálculo del balance de riesgos de la inflación a partir de los insumos anteriores es sencillo. Si denotamos $f(x_j^i)$ a la distribución del factor i -ésimo en el trimestre j -ésimo de horizonte de pronóstico, ϕ_j^i a la respuesta de la inflación a una innovación de una unidad del factor i -ésimo luego de j trimestres de dicha innovación, el siguiente esquema describe a grandes rasgos el proceso:

- A partir de las desviaciones estándar históricas y los multiplicadores de la incertidumbre, se determina para cada factor la desviación estándar definitiva del factor, $\sigma_4^i = \omega_4^i \hat{\sigma}_4^i$ y $\sigma_9^i = \omega_9^i \hat{\sigma}_9^i$ para $i = 1, 2, \dots, n_1$.
- Se mapea la dupla (σ_4^i, p_4^i) al sesgo de la distribución del factor i -ésimo a los horizontes de cuatro y nueve trimestres, S_4^i y S_9^i para $i = 1, 2, \dots, n_1$.
- Con los coeficientes de respuesta de la inflación, ϕ_j^i , a innovaciones en los factores, se mapea dinámicamente el sesgo de cada factor a la inflación y éstos se suman para dar la respuesta del sesgo de la inflación al sesgo de los factores, el cual denotamos S_t^π para $t = 4$ y 9 trimestres.
- De acuerdo con las ponderaciones de distribución de la incertidumbre δ_t para $t = 1, 2, \dots, 9$, se calculan los sesgos para la inflación en cada período del horizonte de pronóstico, S_t^π para $t = 1, 2, \dots, 9$.

- Para cada período de tiempo se determina la densidad marginal de la inflación en cada período del horizonte de pronóstico a partir de los parámetros $(\mu_t^\pi, S_t^\pi, \sigma_t^\pi)$.

La tabla 3 muestra los insumos necesarios para los pasos descritos anteriormente. Se destaca que los expertos esperan que la incertidumbre sobre el comportamiento de la inflación de alimentos y de la devaluación a un horizonte de cuatro trimestres sea inferior (50 % y 70 %, respectivamente) a su incertidumbre histórica. Se observa además que el balance de riesgos sobre los factores cambia considerablemente. Para el caso del consumo, la inversión, la inflación de alimentos, inflación de regulados y depreciación, se espera que éstos asuman valores por debajo de la senda modal con probabilidades inferiores al 0.5, lo cual indica un sesgo hacia arriba en su distribución.

TABLA 3: Insumos sobre los factores para el cálculo del Fan Chart

FACTORES	$f(x_4^i)$			$f(x_9^i)$			ϕ_j^i	
	$\sigma_4^i = \hat{\sigma}_4^i \omega_4^i$		p_4^i	$\sigma_4^i = \hat{\sigma}_4^i \omega_4^i$		p_4^i	ϕ_0^i	ϕ_4^i
	$\hat{\sigma}_4^i$	ω_4^i		$\hat{\sigma}_4^i$	ω_4^i			
Consumo privado	2.00	1.00	0.40	2.40	1.00	0.50	0.16	0.19
Inversión	16.06	1.00	0.45	19.28	1.00	0.50	0.04	0.05
Consumo público	4.09	1.00	0.50	4.91	1.00	0.50	0.04	0.04
Exportaciones	4.36	1.00	0.55	5.23	1.00	0.50	0.04	0.04
Importaciones	9.49	1.00	0.50	11.39	1.00	0.50	-0.03	-0.04
Inflación de alimentos	6.20	1.00	0.50	7.45	1.00	0.50	0.11	0.04
Expectativas de inflación	0.36	1.00	0.45	0.43	1.00	0.50	0.19	0.15
Inflación de transables	0.69	0.50	0.50	0.82	1.00	0.50	0.35	0.31
Inflación de no transables	0.44	1.00	0.50	0.53	1.00	0.50	0.42	0.23
Inflación de regulados	2.19	1.00	0.40	2.63	1.00	0.50	0.06	0.02
Depreciación	7.57	0.70	0.45	9.09	1.00	0.50	0.01	0.00

Al observar los valores de la función de impulso respuesta (positivos en todos los casos), se podría concluir que los riesgos de que estas variables asuman valores por encima de la senda modal podrían explicar el sesgo hacia arriba de la distribución de la inflación.

En la siguiente sección se muestra en detalle la econometría detrás del cálculo del Fan Chart.

3. Entender el Fan Chart

En esta sección se describen la racionalidad econométrica y el cómputo del Fan Chart; se demuestra la razón por la cual éste surge de un proceso formal pero sencillo. El Fan Chart se construye bajo el supuesto de que tanto la distribución condicional de los factores que afectan a la inflación como la distribución condicional de ésta son normales de dos piezas. En la primera subsección describimos la densidad normal de dos piezas y enumeramos sus propiedades. En la segunda demostramos que ésta se puede caracterizar alternativamente por las tres tripletas

mencionadas en la introducción. En la tercera subsección describimos el mapeo de las tripletas que determinan la densidad de los factores a la tripleta que determina la densidad del pronóstico de la inflación.

3.1. La distribución normal de dos piezas

Se dice que una variable aleatoria tiene una densidad normal de dos piezas si su función de densidad de probabilidades tiene la forma:

$$f_X(x; \mu, \sigma_1, \sigma_2) = \begin{cases} C \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma_1^2}(x - \mu)^2 \right\}, & \text{para } x \leq \mu \\ C \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma_2^2}(x - \mu)^2 \right\}, & \text{para } x > \mu \end{cases} \quad (1)$$

donde:

- $-\infty < \mu < \infty$ es la moda o valor más probable de la distribución,
- $\sigma_1 > 0$ y $\sigma_2 > 0$ son dos parámetros indicadores de la incertidumbre, y
- $C = \sqrt{\frac{2}{\pi}}(\sigma_1 + \sigma_2)^{-1}$ es un valor que garantiza que (1) sea una función de probabilidades.

De esta ecuación es claro que la distribución normal es un caso particular cuando $\sigma_1 = \sigma_2$, y que la densidad queda completamente especificada si se conoce el valor de la tripleta $(\mu, \sigma_1, \sigma_2)$.

La figura 2 muestra tres de estas densidades para $(\mu, \sigma_1, \sigma_2) = (0, 1, 1)$, $(\mu, \sigma_1, \sigma_2) = (0, 1, 0.5)$ y $(\mu, \sigma_1, \sigma_2) = (0, 1, 1.5)$.

Se puede observar que cuando $\sigma_1 > \sigma_2$ la densidad se sesga a la izquierda y entonces el *balance de riesgos*, $P[X \leq \mu]$, es mayor que 0.5.

Cuando $\sigma_2 > \sigma_1$ ocurre lo contrario, pero cuando $\sigma_1 = \sigma_2$ la densidad se reduce a una normal y se dice que el riesgo está balanceado.

La ecuación (1) permite determinar la probabilidad de cualquier evento a partir de:

$$\begin{aligned} P[L_1 \leq X \leq L_2] &= \int_{L_1}^{L_2} f_X(x) dx \\ &= \begin{cases} \frac{2\sigma_1}{\sigma_1 + \sigma_2} \left[\Phi\left(\frac{L_2 - \mu}{\sigma_1}\right) - \Phi\left(\frac{L_1 - \mu}{\sigma_1}\right) \right], & \text{si } L_1 < L_2 \leq \mu \\ \frac{2\sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2} \left[\Phi\left(\frac{L_2 - \mu}{\sigma_2}\right) - \Phi\left(\frac{L_1 - \mu}{\sigma_2}\right) \right], & \text{si } \mu \leq L_1 < L_2 \\ \frac{2}{\sigma_1 + \sigma_2} \left[\sigma_2 \Phi\left(\frac{L_2 - \mu}{\sigma_2}\right) - \sigma_1 \Phi\left(\frac{L_1 - \mu}{\sigma_1}\right) + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \right], & \text{si } L_1 \leq \mu < L_2 \end{cases} \quad (2) \end{aligned}$$

donde $\Phi(x)$ es la distribución normal estándar acumulada, y por lo tanto el balance de riesgos toma el valor

$$p = P[X \leq \mu] = \frac{\sigma_1}{\sigma_1 + \sigma_2} \quad (3)$$

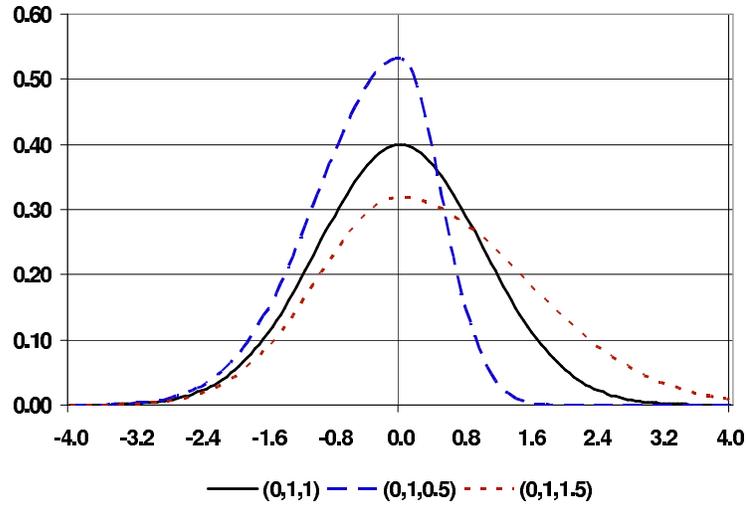


FIGURA 2: Densidad normal de dos piezas con diferentes conjuntos de parámetros

Adicionalmente, la media y la varianza de la distribución están dadas por:

$$\tilde{\mu} = E[X] = \sqrt{\frac{2}{\pi}}(\sigma_2 - \sigma_1) + \mu \tag{4}$$

y

$$\sigma^2 = V[X] = \left(1 - \frac{2}{\pi}\right)(\sigma_2 - \sigma_1)^2 + \sigma_1\sigma_2 \tag{5}$$

y el sesgo o coeficiente de “asimetría” toma el valor

$$E[(X - \tilde{\mu})^3] = \sqrt{\frac{2}{\pi}}(\sigma_2 - \sigma_1) \left[\left(\frac{4}{\pi} - 1\right)(\sigma_2 - \sigma_1)^2 + \sigma_1\sigma_2 \right] \tag{6}$$

el cual es proporcional a

$$\xi = \tilde{\mu} - \mu = \sqrt{\frac{2}{\pi}}(\sigma_2 - \sigma_1) \tag{7}$$

Por otra parte, para un valor $0 < \alpha < 1$, el percentil α -ésimo de la distribución normal de dos piezas es el valor k tal que $P[X \leq k] = \alpha$. De la ecuación (2) sabemos que

$$P[X \leq k] = \begin{cases} \frac{2\sigma_1}{\sigma_1 + \sigma_2} \Phi\left(\frac{k - \mu}{\sigma_1}\right), & \text{para } k \leq \mu \\ \frac{2}{\sigma_1 + \sigma_2} \left[\sigma_2 \Phi\left(\frac{k - \mu}{\sigma_2}\right) + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \right], & \text{para } k > \mu \end{cases}$$

de donde obtenemos

$$k = \begin{cases} \sigma_1 \Phi^{-1}\left(\frac{a(\sigma_1 + \sigma_2)}{2\sigma_1}\right) + \mu, & \text{para } \alpha \leq p = P[x \leq \mu] \\ \sigma_2 \Phi^{-1}\left(\frac{(\sigma_1 + \sigma_2)a}{2\sigma_2} - \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2\sigma_2}\right) + \mu, & \text{para } \alpha > p = P[x \leq \mu] \end{cases} \quad (8)$$

3.2. Equivalencia entre conjuntos de parámetros

En la sección anterior vimos que la densidad queda completamente especificada si se conoce la tripleta $(\mu, \sigma_1, \sigma_2)$. En esta sección probamos que esta tripleta es equivalente a conocer $(\mu, p = P[X \leq \mu], \sigma = \sqrt{V(X)})$, lo cual a su vez es equivalente a conocer la tripleta (μ, ξ, σ) , donde ξ es una aproximación al sesgo de la densidad de la ecuación (7).

En efecto, si σ_1 y σ_2 son conocidos, las ecuaciones (3) y (5) determinan el valor de $p = P[X \leq \mu]$ y $\sigma = \sqrt{V(X)}$. Ahora, si p y σ son conocidos, estas ecuaciones definen un sistema en las incógnitas σ_1 y σ_2 de la forma

$$\begin{aligned} p &= \frac{\sigma_1}{\sigma_1 + \sigma_2} \\ \sigma^2 &= \left(1 - \frac{2}{\pi}\right)(\sigma_2 - \sigma_1)^2 + \sigma_1\sigma_2 \end{aligned} \quad (9)$$

que resolvemos para obtener los valores de σ_1 y σ_2 como

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= p \frac{\sigma_2}{1-p} = \frac{p\sqrt{\pi\sigma^2}}{\sqrt{3\pi p^2 - 3\pi p + \pi - 8p^2 + 8p - 2}} \\ \sigma_2 &= \frac{(1-p)\sqrt{\pi\sigma^2}}{\sqrt{3\pi p^2 - 3\pi p + \pi - 8p^2 + 8p - 2}} \end{aligned} \quad (10)$$

Para encontrar la equivalencia con la tercera tripleta, podemos escribir la densidad (1) como

$$f_X(x; \mu, \sigma, \gamma) = C \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} \left[(x - \mu)^2 + \gamma \left[\frac{x - \mu}{|x - \mu|} \right] (x - \mu)^2 \right] \right\} \quad (11)$$

la cual depende de la tripleta (μ, γ, σ) , de donde es claro que

$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{\sigma^2}{1 - \gamma}}; \quad \sigma_2 = \sqrt{\frac{\sigma^2}{1 + \gamma}} \quad (12)$$

lo que soluciona el problema de determinar σ_1 y σ_2 cuando σ y γ son conocidas.

De otra parte, de la primera ecuación de (10) combinada con (12) encontramos que γ se expresa como

$$\gamma = \frac{1 - 2p}{1 - 2p + 2p^2} \quad (13)$$

el cual depende solamente del balance de riesgos. Sin embargo, a partir de esta última ecuación podemos determinar la aproximación al sesgo de la ecuación (7) como

$$\xi = \tilde{\mu} - \mu = \sqrt{\frac{2}{\pi}}(\sigma_2 - \sigma_1) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left(\sqrt{\frac{\sigma^2}{1+\gamma}} - \sqrt{\frac{\sigma^2}{1-\gamma}} \right) \quad (14)$$

la cual depende de σ y γ .

Ahora, si conocemos ξ y σ^2 , tenemos que

$$\beta = \frac{\pi}{2\sigma^2} \xi^2 = \left(\sqrt{\frac{1}{1+\gamma}} - \sqrt{\frac{1}{1-\gamma}} \right)^2$$

de donde

$$\beta(1-\gamma^2) = 2 - 2\sqrt{1-\gamma^2}$$

es decir,

$$\beta y^2 = 2 - 2y$$

podemos resolver primero esta ecuación para y y luego para γ , de donde hallamos la solución,

$$\gamma = \begin{cases} \sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{1+2\beta}-1}{\beta} \right)^2}, & \text{si } \xi > 0 \\ -\sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{1+2\beta}-1}{\beta} \right)^2}, & \text{si } \xi < 0 \end{cases} \quad (15)$$

la cual depende de ξ y σ .

Las demás ecuaciones necesarias para completar la equivalencia se obtienen directamente de las anteriores.

3.3. Transformación de la densidad de los factores a la densidad de la inflación

Suponga que queremos realizar el Fan Chart de la inflación anual a un horizonte de $h = 9$ trimestres. Es decir, queremos hallar la densidad condicional de π_t para $t = 1, 2, 3, \dots, 9$, donde el trimestre actual es $t = 0$.

Suponga que identificamos un total de $n = n_1 + n_2$ factores que afectan a la inflación, los cuales denotamos como X_t^i para $i = 1, 2, 3, \dots, n$ y $t = 1, 2, 3, \dots, h$. Suponemos que los primeros n_1 factores se caracterizan porque su balance de riesgos en algún período de tiempo del horizonte no es 0.5, es decir, $p_t^i \neq 0.5$ para algún $t = 1, 2, 3, \dots, h$ y para $i = 1, 2, 3, \dots, n_1$. Suponemos adicionalmente que el valor más probable del factor i -ésimo en el período t está dado por μ_t^i y su varianza en el período t es σ_t^{2i} . Con esto completamos el valor de la tripleta $(\mu_t^i, p_t^i, \sigma_t^i)$ que determina la densidad condicional de cada X_t^i en cada período de tiempo en el horizonte, $f(x_t^i)$.

Finalmente, supongamos que los valores de los factores X_t^i para $t = \dots, -3, -2, -1, 0$ se conocen sin incertidumbre.

TABLA 4: Notación

Notación	Significado
$h = 9$	Horizonte de pronóstico
X_t^i	Factor o variable que afecta a π_t $i = 1, 2, 3, \dots, n = n_1 + n_2$
μ_t^i	Valor más probable factor i período t
$p_t^i = P[X_t^i \leq \mu_t^i]$	Balace de riesgos factor i período t
σ_t^i	Desv. estándar factor i período t
n_2	Número de X_t^i tales que $p_t^i = 0.5$
π_t	Inflación en el período t
μ_t^π	Valor más probable inflación en t
p_t^π	Balace de riesgos inflación en t
$\sigma_t^{2\pi}$	Varianza inflación en t
ϕ_j^i	Respuesta π_{t+j} a impulso X_t^i
ξ_t^i	Aprox. sesgo factor i tiempo t
ξ_t^π	Aprox. sesgo π tiempo t
γ_t^i	Indicador sesgo factor i tiempo t
γ_t^π	Indicador sesgo π tiempo t

Nuestro trabajo consiste en transformar la secuencia de tripletas $\{(\mu_t^i, p_t^i, \sigma_t^{2i})\}_{t=1}^9$ para $i = 1, 2, 3, \dots, n_1$, en una secuencia de tripletas $\{(\mu_t^\pi, p_t^\pi, \sigma_t^{2\pi})\}_{t=1}^9$

Este proceso se realiza de la siguiente manera.

3.3.1. La senda central μ_t^π

La senda central de la inflación es la secuencia $\mu_1^\pi, \mu_2^\pi, \mu_3^\pi, \dots, \mu_9^\pi$ de valores más probables de la inflación en el horizonte de pronóstico. Es decir, es la senda más probable de pronóstico condicional al “mejor conocimiento” del funcionamiento de la economía, su estado actual y su desempeño futuro más probable. Esta senda se obtiene al unir las modas de las densidades de pronóstico condicional o incondicional a las sendas modales de los diferentes factores.

El “mejor conocimiento” sobre el funcionamiento de la economía es un conjunto de ideas o de funciones de impulso respuesta que representan el efecto dinámico de las diferentes innovaciones sobre las variables macroeconómicas clave. Por excelencia, estas ideas o funciones de impulso respuesta se derivan del llamado Modelo de Mecanismos de Transmisión (MMT), el cual es una caracterización de los hechos empíricos estilizados de la economía en un marco estructural macroeconómico (Gómez & Julio 2001, 2005, Gómez et al. 2002, Hamman et al. 2004).

El estado actual de la economía se obtiene de los valores observados de las variables y factores, sean o no observables, hasta el período $t = 0$ de nuestra notación. Es decir, X_t^i para $i = 1, 2, 3, \dots, n$ y $t = \dots, -3, -2, -1, 0$. Si hay algún factor no observable, éste se estima a partir de la información histórica o del criterio de expertos. Los factores son en general las variables que componen los

diferentes modelos, y si hay alguno no contemplado en por lo menos un modelo, sería necesario el desarrollo de un modelo satélite que incluya dicho factor hasta que este se pueda incluir en el modelo central, MMT. Sin embargo, si esto no es posible, siempre se puede considerar el *criterio de expertos*⁴ para suponer los valores o parámetros necesarios.

El desempeño futuro más probable de la economía se compone de las sendas, supuestas, previstas o pronosticadas, más probables en el sentido de la moda, de los factores X_t^i . Es decir, el conjunto de valores μ_t^i para $i = 1, 2, 3, \dots, n$ y $t = 1, 2, 3, \dots, 9$.

Los valores de la senda central de la inflación se obtienen como la moda de la distribución de la inflación, condicional a que los factores asuman sus valores más probables, $X_t^i = \mu_t^u$ y a los valores de las variables contenidos en el conjunto de información F_0 que contiene toda la información de la economía hasta el período actual, $t = 0$. Es decir,

$$\mu_t^p = \text{MODA}[\pi_t | F_0, X_t^i = \mu_t^u \text{ para } i = 1, 2, \dots, n \text{ y } t = 1, 2, \dots, h] \quad (16)$$

o también como la moda de la densidad conjunta condicional al conjunto de información hasta el trimestre actual F_0 :

$$\mu_t^p = \text{MODA}[\pi_t | F_0] \quad (17)$$

El BR cuenta con un conjunto extenso de modelos a partir de los cuales se puede obtener la densidad de pronóstico condicional o incondicional a las sendas modales de los factores, o condicional a algunos pero incondicional a otros factores. Cada uno de estos modelos enfatiza diferentes aspectos de la economía, y el desempeño de sus pronósticos cambia en la medida que estos factores sean más o menos relevantes en el período particular. Entre el conjunto de los pronósticos se selecciona el pronóstico de corto plazo más adecuado de acuerdo con su comportamiento histórico, y éste se introduce como restricción en el pronóstico del modelo central, MMT.

En conclusión, la senda más probable de la inflación es la unión de las modas de las densidades de la inflación en el horizonte de pronóstico, condicionales a que todos los n factores asuman su valor “más probable” o modal.

Para la realización de esta transformación de las modas de los factores a la moda de la inflación, realizamos tres supuestos:

- La distribución de los factores es normal en dos piezas.
- La densidad condicional de la inflación es normal en dos piezas.
- El modelo MMT representa la relación entre la senda más probable de la inflación con las sendas más probables de los n factores y con las innovaciones.

⁴El criterio de expertos es una metodología estadística muy convencional en ciencias puras y de la salud, la cual ha sido de gran utilidad en casos de gran incertidumbre. En principio esta es una metodología Bayesiana y el criterio experto se incluye en las densidades a priori de los parámetros sobre los cuales pesa la incertidumbre.

3.3.2. El balance de riesgos

En la sección anterior se describió la forma como se obtiene la senda más probable de la inflación futura a partir de la distribución condicional a las sendas más probables de los n factores. En esta describimos la manera como el balance de riesgos e incertidumbre de los factores se traduce en el balance de riesgos de la inflación.

El proceso consiste en determinar para cada período de tiempo el sesgo aproximado (14) para cada uno de los n_1 factores que tienen un balance de riesgos distinto a un medio en algún período de tiempo. A través de una función de respuesta de la inflación anual a impulsos de una unidad en cada uno de los factores, se traduce el sesgo de cada factor en un sesgo de la inflación explicado por el factor particular. Al sumar los sesgos de la inflación explicados por los n_1 factores, se genera el sesgo de la densidad de la inflación explicado por todos los factores para cada período de tiempo del horizonte.

No se tienen en cuenta los factores con balance de riesgos igual a un medio en todos los períodos de tiempo porque éstos tienen densidades simétricas que generan respuestas nulas sobre el sesgo de la inflación.

Más precisamente, sea

$$\xi_t^i = \tilde{\mu}_t^i - \mu_t^i \quad \text{para } t = 1, 2, 3, \dots, 9 \quad \text{y } i = 1, 2, 3, \dots, n_1 \quad (18)$$

la aproximación del sesgo correspondiente a cada uno de los n_1 factores para los 9 trimestres de la ecuación 14, y sea ϕ_s^i para $i = 1, 2, 3, \dots, n_1$ y $s = 0, 1, 2, \dots, 8$ la respuesta de la inflación anual π_t a un impulso de una unidad del factor i -ésimo s períodos antes.

Bajo el supuesto que el sesgo de la inflación ξ_t^π se explica de manera exclusiva, lineal y dinámicamente por los sesgos de los diferentes factores, ξ_t^i . Se puede generar fácilmente la respuesta del sesgo de la inflación a los sesgos de cada factor, de acuerdo con la tabla 5, como la respuesta acumulada en el sentido convencional de la función de impulso respuesta de un modelo dinámico multivariado.

TABLA 5: Cálculo del sesgo de la inflación a partir del sesgo de los factores

Respuesta del sesgo aprox. de π_t a sesgo aprox. de:					
t	Factor 1	Factor 2	...	Factor n_1	Todos ξ_t^π
1	$\phi_0^1 \xi_1^1$	$\phi_0^2 \xi_1^2$...	$\phi_0^{n_1} \xi_1^{n_1}$	$\sum_{i=1}^{n_1} \phi_0^i \xi_1^i$
2	$\phi_0^1 \xi_2^1 + \phi_1^1 \xi_1^1$	$\phi_0^2 \xi_2^2 + \phi_1^2 \xi_1^2$...	$\phi_0^{n_1} \xi_2^{n_1} + \phi_1^{n_1} \xi_1^{n_1}$	$\sum_{i=1}^{n_1} \phi_0^i \xi_2^i + \phi_1^i \xi_1^i$
...
t	$\sum_{j=0}^{t-1} \phi_j^1 \xi_{t-j}^1$	$\sum_{j=0}^{t-1} \phi_j^2 \xi_{t-j}^2$...	$\sum_{j=0}^{t-1} \phi_j^{n_1} \xi_{t-j}^{n_1}$	$\sum_{i=1}^{n_1} \sum_{j=0}^{t-1} \phi_j^i \xi_{t-j}^i$
...
9	$\sum_{j=0}^8 \phi_j^1 \xi_{t-j}^1$	$\sum_{j=0}^8 \phi_j^2 \xi_{t-j}^2$...	$\sum_{j=0}^8 \phi_j^{n_1} \xi_{t-j}^{n_1}$	$\sum_{i=1}^{n_1} \sum_{j=0}^8 \phi_j^i \xi_{t-j}^i$

Las funciones de impulso respuesta son un insumo del Fan Chart y provienen en general del modelo central, MMT, pero para algunos casos muy particulares pueden provenir de modelos satélite diseñados específicamente para este propósito.

En resumen, para el cálculo de la respuesta del sesgo aproximado π_t , ξ_t^π , a los sesgos aproximados de los factores, ξ_t^i , se necesitan como insumos los siguientes valores:

- La respuesta ϕ_s^i de la inflación anual a un impulso de una unidad en el factor i -ésimo para cada horizonte $s = 0, 1, 2, \dots, 8$ y para cada factor $i = 1, 2, 3 \dots, n_1$.
- El balance de riesgos p_t^i para cada factor en cada período de tiempo del horizonte.
- La incertidumbre σ_t^i de cada factor para cada período de tiempo del horizonte.

A partir del segundo y el tercer insumos se calcula en cada período de tiempo el sesgo aproximado del factor i -ésimo, ξ_t^i , de acuerdo con las ecuaciones (13) y (14). Al combinar este resultado con el primer insumo se halla ξ_t^π , como lo describe la tabla 5.

En adición a los tres supuestos anteriores, para el cálculo de la senda de sesgos aproximados de la inflación futura con base en los sesgos aproximados de los factores, supusimos que:

- El sesgo aproximado de la distribución futura de la inflación se explica exclusivamente por el sesgo aproximado de los factores y no por otras características de su distribución.
- El sesgo aproximado de la distribución futura de la inflación es una función lineal de los sesgos aproximados de los diferentes factores cuyas ponderaciones son los coeficientes de la función de impulso respuesta.
- El sesgo aproximado de la distribución futura de la inflación en un período de tiempo particular del horizonte es la suma de los sesgos aproximados de la inflación explicados por cada factor.

3.3.3. La incertidumbre $\sigma_t^{\pi^2}$

La varianza de la inflación para un período particular del horizonte de pronóstico, $\sigma_t^{\pi^2}$, se estima con base en los errores de pronóstico históricos del Informe de Inflación. Esta incertidumbre se corrige con multiplicadores que reflejan cambios esperados de la incertidumbre de la inflación con respecto a la incertidumbre histórica.

3.3.4. El Fan Chart

Una vez se han obtenido las tripletas $(\mu_t^\pi, \xi_t^\pi, \sigma_t^{\pi^2})$ que contienen las sendas de los valores más probables de la inflación, μ_t^π , el sesgo aproximado, ξ_t^π , y la incertidumbre, σ_t^π , se puede determinar el valor de la tripleta equivalente $(\mu_t^\pi, \sigma_{1t}^\pi, \sigma_{2t}^\pi)$.

A partir de ésta tripleta podemos obtener los percentiles $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$ ésimos de la densidad de la inflación en cada período de tiempo, los cuales denotaremos k_{lt}^π , y que se definen de acuerdo con la ecuación (8) como el valor k_{lt}^π tal que $P[\pi_t \leq k_{lt}^\pi] = \alpha_l$ para $l = 1, 2, \dots, m$.

Al unir las sendas $\{k_{lt}^\pi\}_{t=1}^9$ para cada $l = 1, 2, 3, \dots, m$, se obtiene el gráfico del Fan Chart.

4. Uso del Fan Chart

En la sección anterior se explicaron los supuestos y se derivaron las fórmulas para el cómputo del Fan Chart. En esta se presentan algunas consideraciones prácticas para su uso, las cuales se relacionan con la implementación computacional del software que se desarrolló con este propósito.

4.1. El multiplicador de la incertidumbre

Uno de los resultados del ejercicio que lleva a producir el Fan Chart es la determinación subjetiva del grado de incertidumbre en el horizonte de pronóstico relativa a la incertidumbre histórica. Esto aplica para las distribuciones de los factores como para el cálculo de la inflación.

En cualquier ejercicio de pronóstico es tentador pensar que el grado actual de incertidumbre sobre el pronóstico es superior a su incertidumbre histórica. Sin embargo, esto no necesariamente es verdad en todos los casos. Por ejemplo, si se identifica que un factor importante en la determinación de la inflación futura es un posible incremento de los impuestos sobre los combustibles, en el presente se tiene un mayor grado de incertidumbre sobre el valor del impuesto y su efecto sobre la inflación futura. Sin embargo, una vez haya sucedido este incremento, la incertidumbre sobre el valor del incremento se reduce a cero y la incertidumbre con respecto al efecto sobre la inflación disminuye.

De igual manera, el multiplicador sirve para ajustar la incertidumbre de una inflación que tiene tendencia decreciente, consistente con una incertidumbre también decreciente.

Es importante anotar que el multiplicador de la incertidumbre es una medida relativa a la incertidumbre histórica, y que este multiplicador es “subjetivo” pero derivado del criterio de “expertos”.

4.2. Información anual en vez de trimestral

Realizar supuestos, pronósticos o escenarios de los valores modales, balances de riesgo e incertidumbre para cada uno de los factores en cada trimestre del horizonte de pronóstico puede ser un trabajo difícil e innecesario, sobre todo si se incluyen factores que aún no han sido considerados en los modelos.

La implementación actual del Fan Chart se basa en que se realizan supuestos o escenarios solo para el cuarto y el noveno trimestres del horizonte de pronóstico referidos como “final del primer año” y “final del segundo año”. Es decir, en lugar de suponer valores (p_t^i, σ_t^i) y (p_t^π, σ_t^π) para los 9 períodos de tiempo del horizonte, se necesitan solamente los valores al final del primero y el segundo años, (p_4^i, σ_4^i) , (p_4^π, σ_4^π) , (p_9^i, σ_9^i) y (p_9^π, σ_9^π) .

Sin embargo, este procedimiento implica la existencia de una regla a través de la cual se llenen los valores para los períodos intermedios. En la implementación actual suponemos que la distribución de los valores al final de cada año es uniforme a lo largo de los trimestres, y que la transición del primer al segundo año se interpola linealmente.

Las ponderaciones de cada trimestre se conocen como “Ponderadores Intra Año” y sus valores son 0.25 para los cuatro trimestres del primer año y 0.20 para los cinco del “segundo año”.

4.3. Insumos

La tabla 6 contiene una lista de los insumos necesarios para la construcción del Fan Chart. Los pasos necesarios se describen a continuación y la obtención de los insumos en la siguiente subsección.

4.3.1. Pasos en la construcción del Fan Chart

1. Multiplique las desviaciones estándar históricas de cada variable por sus multiplicadores de incertidumbre para hallar la medida de incertidumbre futura.
2. Convierta la incertidumbre y el balance de riesgos de los factores en la aproximación al riesgo correspondiente para cada factor en cada período de tiempo, $t = 4$ y 9 .
3. Con la ayuda de la función de impulso respuesta transforme el sesgo aproximado de cada factor en el sesgo aproximado de la inflación explicado por cada factor.
4. En cada período de tiempo, $t = 4$ y 9 , sume los sesgos aproximados explicados por cada uno de los factores en un sesgo total aproximado de la inflación.
5. Con ayuda de las ponderaciones intra año genere la incertidumbre y aproximación total al sesgo de la inflación para los períodos $t = 1, 2, 3, \dots, 9$.

TABLA 6: Insumos para la construcción del Fan Chart

Símbolo	Nombre	Períodos
π_t	Inflación observada	$t = -20, -19, \dots, 0$
μ_t^π	Senda más probable inflación	$t = 1, 2, 3, \dots, 9$
$\bar{\pi}_t$	Meta de inflación	$t = 1, 2, 3, \dots, 9$
σ_4^π y σ_9^π	Desv. estándar histórica Pronóstico inflación	$t = 4$ y 9
w_4^π y w_9^π	Multiplicador incertidumbre Pronóstico inflación	$t = 4$ y 9
σ_4^i y σ_9^i	Desv. estándar histórica del factor i -ésimo $i = 1, 2, \dots, n_1$	$t = 4$ y 9
w_4^i y w_9^i	Multiplicador incertidumbre del factor i -ésimo $i = 1, 2, \dots, n_1$	$t = 4$ y 9
p_4^i y p_9^i	Balace de riesgos del factor i -ésimo $i = 1, 2, \dots, n_1$	$t = 4$ y 9
ϕ_0^i y ϕ_4^i	Resp. de π_t a impulso 1 unidad del factor i -ésimo $i = 1, 2, \dots, n_1$	$t = 0$ y 4
δ_t	Ponderaciones intra año	$t = 1, 2, 3, \dots, 9$
L_j	Rangos presentación tabla	$j = 1, 2, 3, \dots, 6$
$\alpha_j = 0.05 \times j$	Probabilidades para el dibujo del Fan Chart	$j = 1, 2, 3, \dots, 18$

6. Para cada período de tiempo convierta la incertidumbre y aproximación al sesgo anterior en σ_{1t}^π y σ_{2t}^π .
7. Complete la tripleta $(\mu_t^\pi, \sigma_{1t}^\pi, \sigma_{2t}^\pi)$ para cada período de tiempo.
8. Determine los percentiles para las probabilidades determinadas y el resultado es el Fan Chart.

4.3.2. Determinación de los insumos

Como se explicó anteriormente, la senda más probable de la inflación, μ_t^π , se obtiene a partir de los pronósticos de los diferentes modelos, basados en los supuestos, escenarios o pronósticos más probables, μ_t^π de los n factores considerados. Las metas de inflación son determinadas por la JDBR y la inflación observada es conocida de antemano. La desviación estándar histórica de la inflación se obtiene como el RMSE⁵ del pronóstico de inflación reportado en los informes de inflación pasados.

Los n factores X_t^i que se incluyen en el cómputo de la senda más probable de la inflación son el resultado del informe de inflación.

En general estos factores son variables que entran como variables exógenas en los modelos de pronóstico, o son variables endógenas en modelos conjuntos como el MMT. Sin embargo, éstos no son los únicos tipos de factores que se pueden incluir. Estos factores se clasifican en choques a:

⁵RMSE es Root Mean Square Error, una medida de incertidumbre muestral.

- (a) las innovaciones de alguna variable importante del MMT, como innovaciones al consumo, productividad, etc.;
- (b) los procesos que determinan alguna variable exógena, como la tasa de interés externa,
- (c) parámetros clave que reflejan un cambio del mecanismo de transmisión, como los cambios en el *pass-through* o en la pendiente de la curva de Phillips debido a la pérdida de credibilidad de las políticas para alcanzar la meta de inflación.

La senda más probable de los factores, μ_t^i , proviene de los pronósticos, supuestos o escenarios que se discuten en el Informe sobre Inflación. Estas sendas alimentan los diferentes modelos de pronóstico de la inflación, de los cuales se obtiene μ_t^π .

Luego de establecer la senda central, se estudia el balance de riesgos de cada uno de los factores con base en el conocimiento actual de la economía. El valor del balance de riesgos para cada factor es “subjetivo” y se expresa en un conjunto de valores $p_t^i = P[X_t^i \leq \mu_t^i]$. Estos factores se clasifican en n_1 que tienen balance de riesgos diferente a 0.5 en algún período de tiempo y los demás que tienen un balance simétrico de riesgos en todos los períodos.

Para los n_1 factores con balance de riesgos asimétrico se necesita la desviación estándar histórica, la cual se calcula como la varianza residual estimada si el factor es una innovación a una ecuación, o la desviación estándar histórica estimada de la variable exógena que recibe la innovación, o la desviación estándar estimada de un modelo en el que el parámetro en cuestión cambie en el tiempo. En cualquier otro caso se puede utilizar el criterio de expertos.

Las funciones de impulso respuesta correspondientes se obtienen del MMT o de algún modelo diseñado para el fin específico. Sin embargo, hay que tener en cuenta que éstos son la respuesta de la inflación total a una innovación de una unidad en el factor particular.

La figura 3 describe los pasos para la construcción del Fan Chart y muestra la manera como su implementación se relaciona con un esquema para pensar en la evolución futura de la inflación.

5. Discusión

El Fan Chart es una herramienta muy útil para los bancos centrales que siguen el esquema de inflación objetivo. Sus usos primordiales son: primero, comunicar al público la visión actual del banco acerca de la evolución de la inflación, condicional a su mejor conocimiento del funcionamiento de la economía, el estado actual de esta y su desempeño futuro. Y segundo, sirve como un esquema para pensar en la evolución futura de la inflación. Si bien podemos obtener un Fan Chart de cualquier modelo de pronóstico, la implementación que usa actualmente el Banco de la República cumple con la condición de ser formal pero sencilla. La sencillez se deriva de la necesidad de los miembros de la JDBR de replicar sus propios ejercicios a partir de la información entregada por el *staff*, es decir, sin la complicación de un modelo particular.

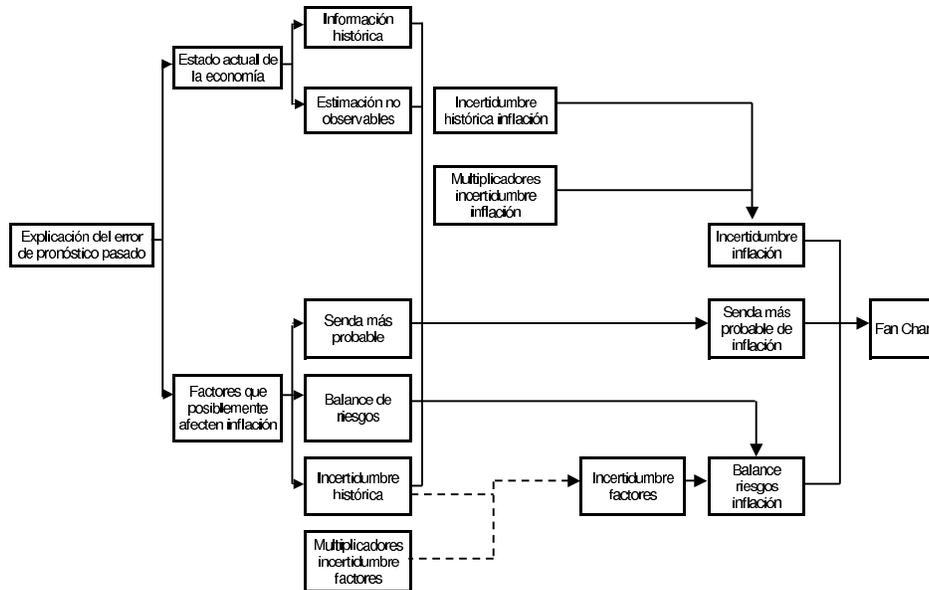


FIGURA 3: El Fan Chart como un esquema para producir el pronóstico de la inflación

Nuestra implementación del Fan Chart es similar a la del Informe de Inflación del Banco de Inglaterra, el cual se basa en los supuestos que describimos anteriormente. Si bien esta metodología para la implementación del Fan Chart es cada vez más aceptada por los bancos que siguen el esquema de inflación objetivo, ha sido blanco de críticas por la sencillez de sus supuestos.

En particular, se han cuestionado dos supuestos: primero, que la distribución condicional de la inflación sea normal en dos piezas dado que la condicional de los factores es también de este tipo. Y segundo, que el efecto del sesgo aproximado de los factores sobre el sesgo aproximado de la inflación sea aditivo. El primer supuesto es muy fácil de sostener ya que la densidad normal en dos piezas es una buena aproximación para una familia extensa de funciones de densidad asimétricas y unimodales. El segundo supuesto es más difícil de sostener por su naturaleza restrictiva. Una restricción a una posible solución a esta crítica es que el modelo formal debe ser económicamente consistente y tener un tamaño considerable como el MMT. Sin embargo, varios autores, como Cogley et al. (2003) y Vega (2003), han realizado algunas comparaciones que podrían servir como punto de partida para una formalización más estricta.

Agradecimientos

El autor agradece los valiosos comentarios del doctor Norberto Rodríguez a una versión preliminar de este trabajo y los de dos árbitros anónimos de la *Revista*

Colombiana de Estadística, que ayudaron a clarificar la versión actual. Los posibles errores, omisiones y las opiniones son, sin embargo, responsabilidad exclusiva del autor y no comprometen al Banco de la República ni a la Universidad Nacional de Colombia.

Recibido: febrero 2006

Aceptado: mayo 2006

Referencias

- Britton, E., Fisher, P. & Whitley, J. (1998), The Inflation Report Projections: Understanding the Fan Chart, *in* 'Bank of England Quarterly Bulletin'. Febrero de 1998.
- Cogley, T., Morozov, S. & Sargent, T. (2003), Bayesian Fan Charts for UK Inflation: Forecasting and Sources of Uncertainty in an Evolving Monetary System, CFS-Bundesbank Conference on Expectations, Learning and Monetary Policy, Eltville, Alemania. Agosto de 2003.
- Gómez, J. & Julio, J. (2001), 'Transmission Mechanisms and Inflation Targeting: The Case of Colombia's Disinflation', *Borradores Semanales de Economía* (168). Banco de la República, Bogotá, Colombia.
- Gómez, J. & Julio, J. (2005), *How Monetary Policy Works*, Central Banks Governor's Symposium Series, Routledge, chapter 6: Transmission Mechanisms and Inflation Targeting: The Case of Colombia's Disinflation, pp. 139–168.
- Gómez, J., Uribe, J. & Vargas, H. (2002), 'The Implementation of Inflation Targeting in Colombia', *Borradores Semanales de Economía* (202). Banco de la República, Bogotá, Colombia.
- Hamman, F., Julio, J., Restrepo, P. & Riascos, A. (2004), 'Inflation Targeting in a Small Open Economy: The Colombian Case', *Borradores Semanales de Economía* (308). Banco de la República, Bogotá, Colombia.
- Vega, M. (2003), 'Reportando la distribución de la proyección de inflación', *Revista de Estudios Económicos*. Banco Central de la Reserva del Perú. Noviembre de 2003.
- Vega, M. (2004), Policy Maker's Priors and Inflation Density Forecasts, *in* 'Working Paper, Banco Central de la Reserva del Perú'.