Владикавказский математический журнал
2016, Том 18, Выпуск 4, С. 15–22

УДК **517.392**

ПРИБЛИЖЕННОЕ РЕШЕНИЕ СИНГУЛЯРНОГО ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ С ПРИМЕНЕНИЕМ РЯДОВ ЧЕБЫШЕВА

З. В. Бесаева, Ш. С. Хубежты

Предлагается новый метод приближенного решения сингулярных интегральных уравнений с применением рядов Чебышева. Коэффициенты разложения находятся с помощью решения систем линейных алгебраических уравнений. В отдельных условиях дается обоснование вычислительной схемы и оценки погрешности. Приводятся результаты расчетов для некоторых тестовых задач.

Ключевые слова: сингулярный интеграл, ряд Чебышева, аппроксимация интеграла, оценка погрешности, ортогональный многочлен.

1. Введение

В работе рассматриваются сингулярные интегральные уравнения первого рода на отрезке с определенной весовой функцией. Сингулярные уравнения такого типа имеют широкое применение в задачах теории трещин, теории упругости, электродинамики, аэродинамики, что подчеркивает важность разработки численных методов их решения.

Наиболее ранней работой в этом направлении является работа М. А. Лаврентьева [1], в которой одна практическая задача гидродинамики сводится к сингулярному интегральному уравнению и обосновывается определенный численный метод решения таких уравнений. Про эту работу Н. И. Мусхелишвили в своей книге [2, с. 352] пишет: «Дальнейшая разработка этого и аналогичных методов приближенного решения сингулярных интегральных уравнений является, как мне кажется, одной из важнейших очередных задач теории этих уравнений». После этого рядом исследователей были разработаны различные методы численного решения сингулярных интегральных уравнений, одним из которых является «метод дискретных особенностей», предложенный С. М. Белоцерковским и обоснованный его учеником К. И. Лифановым [3–4].

Указанный метод до сих пор является одним из актуальных методов в теории приближений. Отметим, что этот метод дает приближенные значения решения в конечном числе точек. Во многих случаях требуется получить аналитическое приближение решения, годное на всем отрезке. К этому типу методов принадлежат методы, связанные с многочленами Чебышева.

В настоящей работе впервые предлагается метод с применением рядов Чебышева [5, с. 322] для приближенного решения сингулярных уравнений на отрезке интегрировния. Суть метода заключается в том, что задача решения сингулярного интегрального уравнения, после замены плотности рядом Чебышева, сводится к решению системы линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных коэффициентов данного решения. После нахождения коэффициентов разложения $C_1, C_2, \ldots, C_n$, приближенное решение получается в аналитическом виде, что позволяет найти значения неизвестной функции во всех точках отрезка $[-1;1]$.

2. Ряды Чебышева

Рассмотрим функцию f, определенную на отрезке $[-1,1]$ и принимающую действительные либо комплексные значения. Предположим, что на этом отрезке ее можно разложить в ряд по многочленам Чебышева первого рода, т. е. существуют постоянные $a_0, a_1, \ldots$ такие, что

$$f(x) = \sum_{l=0}^{\infty}{}' a_l \, T_l(x). \tag{1}$$

Известно, что многочлены Чебышева $T_l(x) = \cos(\mathrm{larccosx})$ $(l = 0, 1, \ldots)$ ортогональны на отрезке $[-1,1]$ с весом $(1-x^2)^{-\frac{1}{2}}$ и

$$\int_{-1}^{1} \left(1-x^2\right)^{-\frac{1}{2}} T_k^2(x)\, dx = \begin{cases} \pi, & k = 0, \\ \frac{\pi}{2}, & k > 0. \end{cases}$$

Умножая обе части равенства (1) на $(1-x^2)^{-\frac{1}{2}} T_k(x)$ и интегрируя по отрезку $[-1,1]$, получаем следующие формулы для коэффициентов a_k ряда (1):

$$a_k = \frac{2}{\pi} \int_{-1}^{1} \left(1-x^2\right)^{-\frac{1}{2}} f(x)\, T_k(x)\, dx, \quad k = 0, 1, \ldots$$

Отсюда с помощью подстановки $x = \cos t$ получаем равносильную, и часто более выгодную формулу

$$a_k[f] = \frac{2}{\pi} \int_{0}^{\pi} f(\cos t) \cos kt \, dt, \quad k = 0, 1, \ldots$$

Величину $a_k[f]$ назовем *k-м коэффициентом Чебышева* функции f, а ряд

$$\sum_{k=0}^{\infty}{}' a_k[f]\, T_k(x)$$

— *рядом Чебышева* функции f. Здесь символ $\sum'$ определяется формулой

$$\sum_{j=l}^{m}{}' a_j = \frac{1}{2} a_l + a_{l+1} + \ldots + a_m, \quad m \geqslant l.$$

3. Вычислительная схема для решения сингулярного интегрального уравнения

Рассмотрим сингулярное интегральное уравнение вида

$$\frac{1}{\pi} \int_{-1}^{1} \frac{\varphi_0(t)}{t-x}\, dt + \frac{1}{\pi} \int_{-1}^{1} k(x,t)\, \varphi_0(t)\, dt = f(x), \tag{2}$$

где $k(x,t), f(x) \in H_r(\alpha)$ ($r \geqslant 1$, $0 < \alpha \leqslant 1$) — заданные функции ($H_r(\alpha)$ — класс функций, имеющих непрерывные производные до порядка $r-1$, а производная порядка r удовлетворяет условию Гёльдера с показателем α). Индексу $\kappa = 1$ уравнения (2) соответствует решение вида

$$\varphi_0(t) = \frac{\varphi(t)}{\sqrt{1-t^2}}, \tag{3_0}$$

где $\varphi(t)$ является достаточно гладкой функцией на отрезке $[-1,1]$. Тогда уравнение (2) примет следующий вид:

$$K\varphi \equiv \frac{1}{\pi}\int\limits_{-1}^{1} \frac{1}{\sqrt{1-t^2}} \cdot \frac{\varphi(t)}{t-x}\,dt + \frac{1}{\pi}\int\limits_{-1}^{1} \frac{1}{\sqrt{1-t^2}} \cdot k(x,t)\,\varphi(t)\,dt = f(x). \tag{3}$$

Заменим неизвестную функцию $\varphi(t)$ ее разложением в ряд Чебышева:

$$\varphi(t) = \sum_{k=1}^{\infty} C_k\, T_{k-1}(t), \tag{4}$$

где C_k — неопределенные коэффициенты. Подставляя полученное разложение $\varphi(t)$ в уравнение (3), получаем следующее уравнение:

$$\frac{1}{\pi}\int\limits_{-1}^{1} \frac{1}{\sqrt{1-t^2}} \cdot \frac{1}{t-x} \cdot \left(\sum_{k=1}^{\infty} C_k\, T_{k-1}(t)\right) dt + \frac{1}{\pi}\int\limits_{-1}^{1} \frac{k(x,t)}{\sqrt{1-t^2}} \left(\sum_{k=1}^{\infty} C_k T_{k-1}(t)\right) dt = f(x)$$

или

$$\sum_{k=1}^{\infty} C_k \cdot \frac{1}{\pi}\int\limits_{-1}^{1} \frac{1}{\sqrt{1-t^2}} \cdot \frac{T_{k-1}(t)}{t-x}\,dt + \sum_{k=1}^{\infty} C_k \frac{1}{\pi}\int\limits_{-1}^{1} \frac{k(x,t)}{\sqrt{1-t^2}}\, T_{k-1}(t)\,dt = f(x). \tag{5}$$

Используя формулу обращения (см. [3, с. 39])

$$\frac{1}{\pi}\int\limits_{-1}^{1} \frac{1}{\sqrt{1-t^2}} \cdot \frac{T_{k-1}(t)}{t-x}\,dt = \begin{cases} 0, & k=1, \\ U_{k-2}(x), & k \neq 1 \end{cases} \tag{6}$$

и квадратурную формулу Мелера (см. [6, с. 132])

$$\frac{1}{\pi}\int\limits_{-1}^{1} \frac{1}{\sqrt{1-t^2}}\, f(t)\,dt \approx \frac{1}{m}\sum_{k=1}^{m} f\left(\cos\frac{2k-1}{2m}\pi\right), \tag{7}$$

где $U_{k-2}(x)$ — многочлен Чебышева 2-го рода

$$U_{k-2}(x) = \frac{\sin((k-1)\arccos x)}{\sqrt{1-x^2}},$$

получаем

$$\sum_{k=2}^{\infty} C_k\, U_{k-2}(x) + \sum_{k=1}^{\infty} C_k \cdot \frac{1}{m} \sum_{j=1}^{m} k(x, \overline{x_j})\, T_{k-1}(\overline{x_j}) = f(x), \tag{8}$$

где

$$\overline{x_j} = \cos \frac{2j-1}{2m}\pi, \quad j = 1, 2, \ldots, m.$$

Уравнение (8) имеет не единственное решение [2, с. 167, 280], это решение зависит от произвольного параметра (см. [3, с. 73], [4, с. 342]). Чтобы найти единственное решение уравнения (8) вводится условие (см. [2, с. 73], [4, с. 342], [7, с. 164])

$$\frac{1}{\pi} \int_{-1}^{1} \frac{\varphi(t)}{\sqrt{1-t^2}}\, dt = C_0, \tag{9}$$

где C_0 — произвольная постоянная, определяющая $\varphi(t)$. Таким образом, единственное решение $\varphi(t)$ зависит от C_0. Подставляя в (9) вместо $\varphi(x)$ его представление (4), будем иметь

$$\sum_{k=1}^{\infty} C_k \frac{1}{\pi} \int_{-1}^{1} \frac{T_{k-1}(t)}{\sqrt{1-t^2}}\, dt = C_0. \tag{10}$$

Уравнения (8) и (10) будем рассматривать как систему. Далее в (8) придавая x значения $x_i = -1 + ih$, $h = \frac{2}{n+1}$, $i = 1, \ldots, n-1$, при $m = n$, получим систему линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных $C_1, C_2, \ldots, C_n, \ldots$

$$\begin{cases} \sum\limits_{k=2}^{\infty} C_k\, U_{k-2}(x_i) + \sum\limits_{k=1}^{\infty} C_k \cdot \frac{1}{n} \sum\limits_{j=1}^{n} k(x_i, \overline{x_j})\, T_{k-1}(\overline{x_j}) = f(x_i), \quad i = 1, 2, \ldots, n-1, \\ \sum\limits_{k=1}^{\infty} C_k \frac{1}{n} \sum\limits_{j=1}^{n} T_{k-1}(\overline{x_j}) = C_0. \end{cases} \tag{11}$$

В дальнейшем будем рассматривать приближенное значение функции $\varphi(t)$ в виде

$$\varphi(t) \approx \sum_{k=1}^{n} C_k\, T_{k-1}(t).$$

Тогда вместо (11) будем иметь систему линейных алгебраических уравнений порядка $n \times n$:

$$\begin{cases} \sum\limits_{k=2}^{n} C_k U_{k-2}(x_i) + \sum\limits_{k=1}^{n} C_k \cdot \frac{1}{n} \sum\limits_{j=1}^{n} k(x_i, \overline{x_j})\, T_{k-1}(\overline{x_j}) = f(x_i), \quad i = 1, 2, \ldots, n-1, \\ \sum\limits_{k=1}^{n} C_k \frac{1}{n} \sum\limits_{j=1}^{n} T_{k-1}(\overline{x_j}) = C_0. \end{cases} \tag{12}$$

Решение системы (12) относительно неизвестных $C_1, C_2, \ldots, C_n$ дает нам приближенное решение уравнения (2) в виде

$$\varphi_0(t) \approx \frac{1}{\sqrt{1-t^2}} \cdot \sum_{k=1}^{n} C_k\, T_{k-1}(t).$$

4. Обоснование вычислительной схемы и оценка погрешности

Пусть X — пространство функций $\varphi(t) \in H_r(\alpha)$. Норма в пространстве X определяется формулой

$$\|\varphi\| = \|\varphi(t)\|_{C[-1;1]} + \sup_{\substack{t_1 \neq t_2; \\ 0<\beta<\alpha}} \frac{|\varphi(t_1) - \varphi(t_2)|}{|t_1 - t_2|^\beta}.$$

Через X_n обозначим пространство функций многочленов $\varphi_n(t) = \sum\limits_{k=0}^{n} \alpha_k t^k$ с нормой

$$\|\varphi_n(t)\| = \|\varphi_n(t)\|_{C_{[-1;1]}} + \sup_{\substack{t_1 \neq t_2; \\ 0<\beta<\alpha}} \frac{|\varphi_n(t_1) - \varphi_n(t_2)|}{|t_1 - t_2|^\beta}.$$

Будем считать, что оператор K действует из пространства X в X и имеет ограниченный обратный оператор K^{-1}. Обозначим через P_n оператор, проектирующий пространство X на пространство X_n по формуле

$$P_n[\varphi(t)] = \sum_{k=1}^{n} \frac{T_n(x)}{(t - x_k)T_n'(x_k)} \varphi(x_k).$$

Известно [9, с. 342], что для константы Лебега справедлива оценка $\|P_n\| \leqslant C \ln n$. Приближенное решение уравнения (3) будем искать в виде функции

$$\varphi_n(t) = \sum_{k=1}^{n} C_k T_{k-1}(t).$$

Коэффициенты C_k определяются из системы линейных алгебраических уравнений, представленной в операторной форме уравнением

$$P_n\left[\frac{1}{\pi}\int_{-1}^{1} \frac{\varphi_n(t)}{\sqrt{1-t^2}(t-x)}\,dt + \frac{1}{\pi}\int_{-1}^{1} \frac{1}{\sqrt{1-t^2}} \cdot P_n^t\big[k(x,t)\varphi_n(t)\big]\,dt\right] = P_n[f(x)], \qquad (13)$$

где $P_n[\psi(t)]$ — оператор проектирования на множестве интерполяционных полиномов степени n по узлам нулей полиномов Чебышева первого рода. Воспользовавшись формулами (6) и (7) уравнение (13) можно переписать в виде

$$\mathbf{K}_n\varphi_n \equiv \frac{1}{\pi}\int_{-1}^{1} \frac{1}{\sqrt{1-t^2}} \cdot \frac{\varphi_n(t)}{t-x}\,dt + P_n^x\left(\int_{-1}^{1} \frac{1}{\sqrt{1-t^2}} \cdot P_n^t[k(x,t)]\,\varphi_n(t)\,dt\right) = P_n[f(x)]. \quad (14)$$

Применим метод коллокации к уравнению (3). В операторной форме он имеет вид

$$\overline{\mathbf{K}}_n\varphi_n \equiv \int_{-1}^{1} \frac{1}{\sqrt{1-t^2}} \cdot \frac{\varphi_n(t)}{t-x}\,dt + P_n^x\left[\frac{1}{\pi}\int_{-1}^{1} \frac{1}{\sqrt{1-t^2}}\,k(x,t)\,\varphi_n(t)\,dt\right] = P_n^x[f(x)]. \qquad (15)$$

Оценим норму разности

$$\left\|\mathbf{K}\varphi_n-\overline{\mathbf{K}}_n\varphi_n\right\|=\left\|\frac{1}{\pi}\int\limits_{-1}^{1}\frac{1}{\sqrt{1-t^2}}\,k(x,t)\,\varphi_n(t)\,dt-P_n^x\left[\frac{1}{\pi}\int\limits_{-1}^{1}\frac{1}{\sqrt{1-t^2}}\,k(x,t)\,\varphi_n(t)\,dt\right]\right\|$$
$$\leqslant\left\|\frac{1}{\pi}\int\limits_{-1}^{1}\frac{1}{\sqrt{1-t^2}}\big(k(x,t)-k_n^x(x,t)\big)\varphi_n(t)\,dt\right\|$$
$$+\left\|P_n^x\left[\frac{1}{\pi}\int\limits_{-1}^{1}\frac{1}{\sqrt{1-t^2}}\big(k(x,t)-k_n^x(x,t)\big)\varphi_n(t)\,dt\right]\right\|=I_1+I_2,$$

где $k_n^x(x,t)$ — полином наилучшего равномерного приближения степени $n-1$ по переменной x к функции $k(x,t)$. Нетрудно видеть, что

$$I_1\leqslant Cn^{\beta}\overline{E}_{n-1}^x(k(x,t))\|\varphi_n\|,$$
$$I_2\leqslant Cn^{\beta}\|P_n\|\overline{E}_{n-1}^x(k(x,t))\|\varphi_n\|.$$

И, следовательно,

$$\left\|\mathbf{K}\varphi_n-\overline{\mathbf{K}}_n\varphi_n\right\|\leqslant Cn^{\beta}\|P_n\|\overline{E}_{n-1}^x(k(x,t))\|\varphi_n\|,$$

где $\overline{E}_n^x(k(x,t))=\max\limits_{-1\leqslant t\leqslant 1}E_n^x(k(x,t))$.

Из последнего неравенства и общей теории приближенных методов для обратимых операторов [10, с. 517] следует, что при n таких, что $q=Cn^{\beta}\|K^{-1}\|\|P_n\|\overline{E}_{n-1}^x(k(x,t))<1$, существует обратный оператор $\overline{K}_n^{-1}$. Оценим норму разности $\|\overline{K}_n-K_n\|$. Очевидно,

$$\left\|\overline{\mathbf{K}}_n\varphi_n-\mathbf{K}_n\varphi_n\right\|=\left\|P_n^x\left[\frac{1}{\pi}\int\limits_{-1}^{1}\frac{1}{\sqrt{1-t^2}}\big(k(x,t)-P_n^t[k(x,t)]\big)\varphi_n(t)\,dt\right]\right\|$$
$$\leqslant Cn^{\beta}\|P_n\|\overline{E}_n^t(k(x,t))\|\varphi_n\|,$$

где $\overline{E}_n^t=\max\limits_{-1\leqslant x\leqslant 1}E_n^t[k(x,t)]$. Пусть существует такое n_0, что при $n\geqslant n_0$ выполняется неравенство

$$Cn^{\beta}\left(\|P_n\|\overline{E}_n^x(k(x,t))+\|P_n\|\overline{E}_n^t(k(x,t))\right)<1.$$

Из теоремы Банаха [10, с. 211] следует, что

$$\|\varphi^*-\varphi_n^*\|\leqslant Cn^{\beta}\left(\|P_n\|\overline{E}_n^x(k(x,t))+\|P_n\|\overline{E}_n^t(k(x,t))\right),$$

где φ^* и φ_n^* — решения уравнений (3) и (14) соответственно. Таким образом, доказана (см. также [8])

Теорема. *Пусть оператор $\boldsymbol{K}$ имеет обратный, функции $k(x,t)$, $f(t)\in H_r(\alpha)$ и n такой, что*

$$Cn^{\beta}\left\|K^{-1}\right\|\left(\overline{E}_n^x(k(x,t))+\overline{E}_n^t(k(x,t))\right)\ln n<1.$$

Тогда система (13) *имеет единственное решение и*

$$\|\varphi^*-\varphi_n^*\|\leqslant O\left(\frac{\ln n}{n^{r+\alpha-\beta}}\right).$$

5. Примеры

Приведем несколько простых примеров, иллюстрирующих изложенный выше метод.

Пример 1. Рассмотрим уравнение

$$\frac{1}{\pi}\int_{-1}^{1}\frac{1}{\sqrt{1-t^2}}\cdot\frac{\varphi(t)}{t-x}\,dt+\frac{1}{\pi}\int_{-1}^{1}\frac{1}{\sqrt{1-t^2}}\cdot(x+t)\,\varphi(t)\,dt=x$$

с дополнительным условием

$$\frac{1}{\pi}\int_{-1}^{1}\frac{1}{\sqrt{1-t^2}}\cdot\varphi(t)\,dt=1,$$

т. е. $C_0 = 1$. Точным решением этого уравнения является функция $\varphi(t) = 1$. В этом случае решая систему (12) при $n = 3$ получаем: $C_1 = 1$, $C_2 = 1,324547\cdot10^{-8}$, $C_3 = -3,973643\cdot10^{-8}$ и приближенным решением будет функция

$$\varphi_3(t)=C_1T_0(t)+C_2T_1(t)+C_3T_2(t)=1+(1,324547\cdot10^{-8})t-(3,973643\cdot10^{-8})(2t^2-1)\approx1.$$

Пример 2. Рассмотрим уравнение

$$\frac{1}{\pi}\int_{-1}^{1}\frac{1}{\sqrt{1-t^2}}\cdot\frac{\varphi(t)}{t-x}\,dt+\frac{1}{\pi}\int_{-1}^{1}\frac{1}{\sqrt{1-t^2}}\cdot(x+t)\,\varphi(t)\,dt=\frac{3}{2}$$

с дополнительным условием

$$\frac{1}{\pi}\int_{-1}^{1}\frac{1}{\sqrt{1-t^2}}\varphi(t)\,dt=0,$$

т. е. $C_0 = 0$. Точное решение $\varphi(t) = t$. При $n = 3$ получаем: $C_1 = 0$, $C_2 = 1$, $C_3 = 0$, т. е.

$$\varphi_3(t)=T_0(t)\cdot0+T_1(t)\cdot1+T_2(t)\cdot0=t.$$

Пример 3. Рассмотрим уравнение

$$\frac{1}{\pi}\int_{-1}^{1}\frac{1}{\sqrt{1-t^2}}\cdot\frac{\varphi(t)}{t-x}\,dt+\frac{1}{\pi}\int_{-1}^{1}\frac{1}{\sqrt{1-t^2}}\cdot(x+t)\,\varphi(t)\,dt=\frac{3}{2}x$$

с дополнительным условием

$$\frac{1}{\pi}\int_{-1}^{1}\frac{1}{\sqrt{1-t^2}}\cdot\varphi(t)\,dt=\frac{1}{2},$$

т. е. $C_0 = \frac{1}{2}$. Точное решение $\varphi(t) = t^2$. При $n = 3$ получаем: $C_1 = 0,4999999$, $C_2 = 6,698393\cdot10^{-8}$, $C_3 = 0,5000001$, т. е.

$$\begin{aligned}\varphi_3(t)&=C_1\cdot1+C_2\,t+C_3(2t^2-1)\\&=0,4999999+(6,698393\cdot10^{-8})\,t+0,5000001(2t^2-1)\approx t^2.\end{aligned}$$

Вычисления проводились на языке QBasic с использованием метода Гаусса для решения систем линейных алгебраических уравнений. Очевидно, что погрешность для всех $|\varepsilon(t)| \leqslant 0,2 \cdot 10^{-6}$. Эти численные результаты показывают, что выше изложенная вычислительная схема реализуется хорошо.

Литература

1. *Лаврентьев М. А.* О построении потока, обтекающего дугу заданной формы // Тр. ЦАГИ.—1932.—Вып. 118.—С. 3–56.
2. *Мусхелишвили Н. И.* Сингулярные интегральные уравнения.—М.: Наука, 1968.—511 с.
3. *Белоцерковский С. М., Лифанов И. К.* Численные методы в сингулярных интегральных уравнениях.—М.: Наука, 1985.—252 с.
4. *Лифанов И. К.* Метод сингулярных интегральных уравнений и численный эксперимент.—М.: Янус, 1995.—520 с.
5. *Пашковский С.* Вычислительные применения многочленов и рядов Чебышева.—М.: Наука, 1983.—384 с.
6. *Крылов В. И.* Приближенное вычисление интегралов.—М.: Наука, 1967.—500 с.
7. *Хубежты Ш. С.* Квадратурные формулы для сингулярных интегралов и некоторые их применения.—Владикавказ: ЮМИ ВНЦ РАН, 2011.—232 с.
8. *Суетин П. К.* Классические ортогональные многочлены.—М.: Наука, 1979.—406 с.
9. *Натансон И. П.* Конструктивная теория функции.—М.–Л.: ГИФМЛ, 1949.—688 с.
10. *Канторович Л. В., Акилов Г. П.* Функциональный анализ.—М.: Наука, 1984.—750 с.

Статья поступила 30 марта 2015 г.

Бесаева Зарина Вячеславовна
Юго-Осетинский государственный университет им. А. А. Тибилова,
преподаватель кафедры математики
ЮЖНАЯ ОСЕТИЯ, 100001, г. Цхинвал, Московская, 8
E-mail: besaeva85@mail.ru

Хубежты Шалва Соломонович
Северо-Осетинский государственный университет им. К. Л. Хетагурова,
профессор кафедры математического анализа
РОССИЯ, 362025, Владикавказ, ул. Ватутина, 40;
Южный математический институт — филиал ВНЦ РАН,
ведущий научный сотрудник отдела математического моделирования
РОССИЯ, 362027, Владикавказ, ул. Маркуса, 22
E-mail: shalva57@rambler.ru

APPROXIMATE SOLUTION OF A SINGULAR INTEGRAL EQUATION USING CHEBYSHEV SERIES

Besaeva Z. V., Khubezhty S. S.

A new method of approximate solution of singular integral equations with application of Chebyshev series is offered. Decomposition coefficients are determined by means of the solution of systems of simple algebraic equations. A justification of the constructed computational scheme is given and error estimate is deduced. The method is illustrated by test examples.

Key words: singular integral, Chebyshev series, approximation of integral, error estimation, orthogonal polynomial, coefficient of expansion.