ПАМЯТИ А. П. ОСКОЛКОВА

22-го октября 1995 года скоропостижно и неожиданно для всех скончался от сердечной недостаточности Анатолий Петрович Осколков.

С октября 1976 года он выполнял огромную работу, являясь ученым секретарем ЛОМИ, в 90-х годах переименованного в ПОМИ. На нем лежали все внутренние дела института: многочисленные отчеты и планы и все, что связано с изданием "Записок научных семинаров ЛОМИ" (233 тома), препринтов ЛОМИ, координирование томов Трудов МИАН, написанных сотрудниками ЛОМИ, позже – участие в издании журнала "Алгебра и Анализ" и в организации работы по переводу всех этих изданий на английский язык и их отсылке за границу. Был он ученым секретарем специализированного совета по защите докторских диссертаций по математическому анализу, дифференциальным уравнениям и математической физике и ученым секретарем по административному Совету института. Он работал так же по совместительству: сначала в университете (с 1963 по 1971 гг.), на курсах повышения математической квалификации инженеров, а потом в Кораблестроительном института им. А.Н.Крылова (с 1968 г. доцентом, а с 1986 г. и до конца своей жизни профессором кафедры прикладной и вычислительной математики). В последнее время на него надвинулись заботы, связанные с реорганизацией и присоединением к ПОМИ Международного математического нститута им.Л.Эйлера и с изменениями в статусе самого ПОМИ.

Родился Анатолий Петрович в 1934 году, в городе Ломоносове, Ленинградской области. Отец был военнослужащим, а мать – домашней хозяйкой. В 1937 году семья переехала в Ленинград, в июне 1942 года мать с двумя детьми эвакуировалась в Алтайский край, а в 1944 вернулась с ними в Ленинград. В трудные послевоенные годы Анатолия Петровича и его сестру воспитывали мать и бабушка. Семья жила дружно и несмотря на трудное материальное положение дети учились старательно и успешно и оба получили высшее образование. В 1950 году Анатолий Петрович с отличием окончил 7 классов 38-ой школы и в этом же году поступил в Ленинградский Судостроительный техникум, который окончил также с отличием в 1954 году. Трудовую деятельность начал в одном из специализированных конструкторских бюро Ленинграда. Одновременно он поступил на заочное отделение математико-механического факультета Ленинградского университета и уже в 1956 году перешел на дневное отделение. Он окончил университет в 1959 году и был взят по моей рекомендации на работу в ЛОМИ. В 1960 году он женился на Александре Николаевне Сусловой и прожил с ней в согласии до конца своих дней.

На старших курсах университета и позже он посещал и подробно записывал мои лекции по линейным краевым задачам математической физике и по нелинейным проблемам физики и механики, включавшим математические задачи для вязких жидкостей. Его записями пользовались многие, в том числе и я при написании своих монографий.

Его дипломная работа и кандидатская диссертация были выполнены под моим руководством. В первый период (включающий кандидатскую диссертацию) он занимался линейными эллиптическими задачами в неограниченных областях, а также квазилинейными равномерно и неравномерно эллиптическими уравнения и системами. В своей первой работе "О решении краевых задач для линейных эллиптических уравнений в неограниченной области" Осколков получил заслуживающий внимания результат: указал точные по гладкости и поведению на бесконечности условия на коэффициенты и свободный член линейного эллиптического уравнения

$$Lu = a_{ij}(x)u_{x_ix_j} + a_i(x)u_{x_i} + a(x)u = f(x),$$

при которых для решений этого уравнения справедлива оценка Шаудера в весовом гельдеровском пространстве $C_\beta^{(2,\lambda)}(\Omega)$, $0 < \lambda$, $\beta < 1$. Сам оператор L при этом предполагается стремящимся к оператору Лапласа при $|x| \to \infty$. Эти результаты он использовал для исследования разрешимости задачи Дирихле как для уравнений $Lu = f$, так и для квазилинейных равномерно эллиптических уравнений. Затем он занимался получением оценок модулей градиентов решений неравномерно эллиптических и неравномерно параболических уравнений, дивергентного и общего вида (часть этих результатов получена совместно с Н. М. Ивочкиной). Эти результаты составили основу его кандидатской диссертации “Некоторые вопросы теории квазилинейных равномерно и неравномерно эллиптических уравнений и систем,” успешно защищенной в 1976 году.

С семидесятых годов Анатолий Петрович включился в одну из главных тем, разрабатываемых лабораторией математической физики со второй половины 50-х годов – в изучение нелинейных задач для вязких несжимаемых жидкостей. К этому времени силами лаборатории были получены основные результаты по разрешимости начально-краевых задач для уравнений Навье–Стокса и теории аттракторов для них и ряда других задач с диссипацией. Были проанализированы различные приближенные методы, в их числе и различные сходящиеся конечно-разностные схемы. Изучались регуляризации и модификации уравнений Навье–Стокса, дающие детерминистическое описание динамики жидких сред при любых величинах градиентов поля скоростей.

В своей первой работе по гидродинамике Анатолий Петрович проанализировал следующую параболическую регуляризацию уравнений Навье–Стокса:

$$\frac{\partial v}{\partial t} - \nu\Delta v + v_k\, v_{x_k} + \frac{1}{2} v \operatorname{div} v + \nabla p = f, \quad \varepsilon\left(\frac{\partial p}{\partial t} - \Delta p\right) + \operatorname{div}\, v = 0, \tag{1}$$

Он доказал ее глобальную однозначную разрешимость при любом $\varepsilon > 0$ и сделал предельный переход по $\varepsilon \to 0$ при условиях, гарантирующих однозначную разрешимость задачи для самих уравнений Навье–Стокса. Кроме того, он построил для системы (1) сходящуюся разностную схему и дал достаточные условия, при которых в пределе по $\varepsilon \to 0$ и шагу решетки $h \to 0$ получается решение первой краевой задачи для уравнений Навье–Стокса.

Затем он начал изучение других регуляризаций и модификаций уравнений Навье–Стокса и их связей с различными моделями, предложенными для описания неньютоновских жидкостей. Главными объектами его исследований были следующие системы

$$v_t - \varkappa\Delta v_t - \nu\Delta v + v_k\, v_{x_k} + \nabla p = f, \quad \operatorname{div}\, v = 0, \tag{2}$$

$$v_t - \nu\Delta v + v_k\, v_{x_k} - \beta\Delta u + \nabla p = f, \quad \operatorname{div}\, v = 0, \quad u_t + \alpha u = v, \tag{3}$$

$$v_t + v_k\, v_{x_k} - \beta\Delta u + \nabla p = f, \quad \operatorname{div}\, v = 0, \quad u_t + \alpha u = v \tag{4}$$

$$v_t - \varkappa\Delta v_t - \nu\Delta\, v + v_k(v - \varkappa\Delta v)_{x_k} + \nabla p = f, \ \operatorname{div}\, v = 0. \tag{5}$$

Системы (2), (3) и (4) дают некоторое (как всегда приближенное) описание жидкостей Кельвина–Фойгта, жидкостей Олдройта и жидкостей Максвелла соответственно. Результаты Осколкова по этим системам можно кратко охарактеризовать так: для системы (3) они аналогичны тем, которые были получены мною для уравнений Навье–Стокса. А именно, для двумерных задач имеет место глобальная однозначная разрешимость, а для трехмерных задач однозначная разрешимость доказана при ограничениях малости на данные задачи или гарантированный интервал существования решения. Аналогичны и теоремы по локальной устойчивости в смысле Ляпунова и по глобальной устойчивости или, что то же, по теории аттракторов. А. П. Осколков получил для системы (3) оценки размерностей аттракторов, исследовал наличие периодических по времени решений, построил ε-аппроксимации и на их основе сходящиеся разностные схемы переменных направлений. Система (2) обладает лучшими свойствами: для нее глобально однозначно разрешимы задача Коши и основные начально-краевые задачи как в случае двух, так и трех пространственных переменных. (Именно ее я предложила в качестве одной из разумных регуляризаций системы уравнений Навье–Стокса). Осколков исследовал для нее разрешимость в разных функциональных пространствах. Он доказал также, что для ограниченных областей и сил f, независящих от t, разрешающие операторы основных начально-краевых задач для (2) образуют полугруппы класса 2. Они обладают также и другими свойствами, которые, как доказано в моих работах, достаточны для наличия компактных минимальных глобальных B-аттракторов, имеющих конечную фрактальную размерность.

Результаты по системам (4) и (5) менее богаты. Для системы (4) Осколков доказал однозначную разрешимость лишь на малом промежутке времени при периодических краевых условиях и достаточно гладких начальных данных. Для системы (5) он доказал наличие некоторых обобщенных решений. Его рассуждения корректны при периодических краевых условиях, а также при краевых условиях проскальзывания частиц и вихрей. Теоремы единственности доказаны в классах более гладких функций. Дополнительные комментарии к его работам по системе (5) имеются в моей заметке, помещенной в данном сборнике.

В 1983 году А. П. Осколков защитил в ЛОМИ докторскую диссертацию на тему “Начально-краевые задачи для уравнений движения вязкоупругих жидкостей."

Некоторые из указанных результатов и их обобщений были получены Анатолием Петровичем со своими учениками: Н. А. Каразеевой, А. А. Котсиолисом, Р. Д. Шадиевым и другими. Эти обобщения касаются закона связи тензора напряжения σ с тензором $\varepsilon(v) = (\varepsilon_{ij}(v))$, $\varepsilon_{ij}(v) = \frac{1}{2}(v_{ix_j} + v_{jx_i})$ скоростей деформации. Были рассмотрены такие случаи: $L_1(\sigma) = L_2(\varepsilon(v))$, где L_1 и L_2 суть линейные дифференциальные операторы, составленные из σ, ε и их частных производных по t. Здесь нет возможности описывать то, что было сделано в этом направлении. Отметим только, что под руководством Анатолия Петровича было выполнено 9 кандидатских диссертаций и более 15 дипломных работ. Список его публикаций насчитывает примерно 150 работ.

Анатолий Петрович помогал мне в организации многих научных конференций в нашем институте. В последние 15 лет он выезжал на научные конференции и по личным приглашениям в Польшу, Германию, Грецию. В конце 1995 – начале 1996 года планировалась его поездка в Кембридж, в Институт Ньютона, где проводился длинный семинар по неньютоновским жидкостям. Он имел приглашение принять участие в работе этого семестра и имел, тем самым, возможность лучше познакомить специалистов по неньютоновским жидкостям со своими многолетними исследованиями. Но внезапная кончина оборвала эти планы.

Его общественно-политическое кредо формировалось школой, техникумом, университетом. В 1950 году он стал членом ВЛКСМ, в 1965 г. – кандидатом в члены КПСС, а в 1966 году – членом КПСС. В 1963–65 гг. был заместителем председателя месткома института, а с 1965 по 1969 г. – его председателем. С 1972 года (с перерывом в один год) он был секретарем партбюро института и перестал занимать этот пост лишь в 1991 году в связи "с приостановкой деятельности КПСС в учреждениях".

С уходом Анатолия Петровича мы почувствовали тяжесть бремени, которое он нес, освобождая нас от рутинных дел. Его проводили в последний путь родные и сотрудники математического института, коллеги из университета и Кораблестроительного института. Его часто вспоминают и вспоминают с благодарностью.

О. Ладыженская