Записки научных
семинаров ПОМИ
Том 250, 1998 г.

В. В. Залипаев

ДИФРАКЦИЯ ПЛОСКОЙ ВОЛНЫ НА ПРЯМОУГОЛЬНОЙ СТУПЕНИ В ИМПЕДАНСНОЙ ПЛОСКОСТИ

1. Введение. Одним из важнейших аспектов теории дифракции и распространения электромагнитных, акустических и сейсмических волн является изучение рассеяния на разнообразных препятствиях, содержащих кромки, таких как клин, полуплоскость, а также их комбинации. Известно, что методы геометрической теории дифракции (ГТД) (см. [1]) позволяют строить равномерные асимптотические разложения для рассеянных полей в задачах с различной геометрической формой отражающей границы. Но все это имеет место в случае классических краевых условий Дирихле или Неймана, когда граница полностью отражает энергию падающего поля. Очевидно, что распространение результатов и обобщение методов ГТД на случай импедансных краевых условий (краевое условие третьего рода с комплексным коэффициентом), когда отражающая граница частично поглощает энергию падающего поля, представляет значительный интерес для решения прикладных задач рассеяния волн в электродинамике, акустике и т.д. Начиная с основополагающих работ Г. Д. Малюженца [2], задача дифракции на импедансном клине, как одна из ключевых задач рассеяния волн на импедансных структурах, была предметом исследования многих авторов (см. [3, 4] и указанную библиографию). К настоящему моменту времени описаны способы построения равномерных асимптотических разложений для дифракционных полей в случае рассеяния цилиндрических волн на импедансном клине.

Одним из примеров более сложной геометрической формы рассеивающей поверхности, актуальной на практике, является прямоугольная ступень в импедансной плоскости. Эта задача рассеяния в случае классических краевых условий исследовалась многими специалистами по теории дифракции и распространения волн (см. [5]). Она является модельной при рассмотрении более сложных задач рассеяния, например, для исследования дифракции линейнополяризованных плоских электромагнитных волн на импедансном эшелете. Это бесконечная периодическая структура, состоящая из клиньев, является дифракционной решеткой, которая очень часто и эффективно используется в оптических экспериментах.

Целью настоящей работы является вывод удобных для проведения численных расчетов асимптотических формул коротковолнового приближения (высота ступени много больше длины волны), описывающих отраженное поле в задаче рассеяния плоской волны на прямоугольной ступени в импедансной плоскости. При этом имеется в виду описание методики построения равномерных асимптотических разложений по отношению к углам наблюдения и падения плоской волны. Все рассуждения базируются на использовании асимптотики строгого решения Малюженца [2] и метода последовательных дифракций ГТД.

2. Постановка задачи и общее описание дифракционных волн. Пусть граница, представляющая собой прямоугольную ступень, освещается плоской волной $u_j = \exp[ikr\cos(\varphi - \chi + \pi)]$ с волновым вектором перпендикулярным оси z (см. рис. 1), где k – волновое число, χ – угол падения плоской волны, отсчитываемый от оси x, причем $0 < \chi < \pi$.

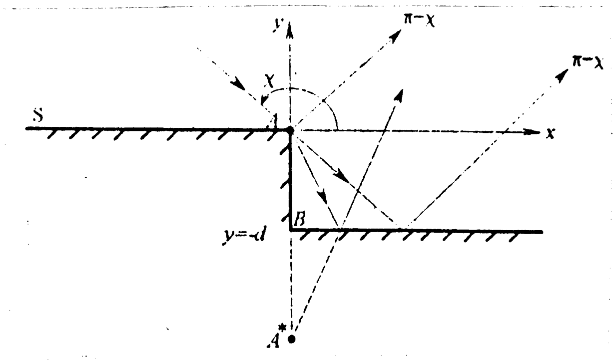

Рис. 1. Рассеяние на прямоугольной степени в импедансной полуплоскости.

Рассмотрим случай гармонической зависимости от времени для величин, характеризующих волновое поле. Тогда полное волновое поле $u(x, y) = u_i + u_d$, как и сумма падающего и дифракционного (отраженного) полей, удовлетворяет уравнению Гельмгольца (задача двумерная)

$$(\Delta + k^2)\, u = 0, \tag{1}$$

импедансному краевому условию

$$\left(\frac{\partial u}{\partial n} + ik \sin\theta u\right)\bigg|_S = 0, \quad o < \operatorname{Re}\theta < \pi/2, \tag{2}$$

условию Мейкснера в угловых точках отражающей границы: $\lim\limits_{r\to 0} u = \text{const}$, $\lim\limits_{r\to 0} |r\nabla u| = 0$, $\forall\varphi$; а так же принципу предельного поглощения $\lim\limits_{r\to\infty} |u| = 0$ ($\operatorname{Im} k > 0$), где r, φ – полярные координаты, связанные с соответствующей угловой точкой. В формулах (2) неравенство означает, что граница только поглощает энергию падающего поля.

Заметим, что в задаче рассеяния плоских линейнополяризованных электромагнитных волн на металлической поверхности, поглощающей энергию волнового поля в асимптотически малом по толщине скин-слое, возникает краевое условие Леонтовича, по форме совпадающее с выражением (2) (см. [6]). В нем показатель преломления среды $\nu = \nu_1 + i\nu_2$ (оптический индекс) является комплексной величиной и удовлетворяет условию $|\nu|^2 \gg 1$. Для случая TE поляризации плоской волны (вектор $\vec{E}$ направлен вдоль оси z), будем иметь $\sin\theta = \nu$, $\operatorname{Im}\theta > 0$; для случая TM поляризация (вектор $\vec{H}$ направлен вдоль оси z) получаем $\sin\theta = \nu^{-1}$, $\operatorname{Im}\theta < 0$. Для идеально проводящей металлической поверхности имеет место $\nu_1 = 1.0$, $\nu_2 = +\infty$, а для алюминия – $\nu_1 \approx 1.4$, $\nu_2 \approx 7.6$, что соответствует длине волны падающего поля $\lambda = 0.63 \cdot 10^{-6}$м. Важно заметить, что в случае TM поляризации в результате дифракции на клине или полуплоскости возбуждаются поверхностные волны, которые сосредоточены в асимптотически узком погранслое расположенном у границы и распространяются в сторону противоположную от угловой точки. Аналогичная ситуация имеет место в дифракции акустических волн при выполнении условия $\operatorname{Im}\theta < 0$.

Рассмотрим описанную выше задачу рассеяния в коротковолновом приближении, когда высота ступени d много больше длины волны λ падающего поля или $kd \gg 1$. В последующих параграфах будет описано асимптотическое разложение для отраженного поля в дальней зоне верхней полуплоскости ($r \gg d$), а точнее, будут представлены формулы для двух первых членов асимптотического разложения. Заранее можно предположить, что в дальней зоне отраженное поле, за вычетом вклада зеркального отражения плоской волны в левой и правой полуплоскостях, представляет собой поля двух цилиндрических волн с центрами в точках A и A^*. Выражения для асимптотических разложений этих волн можно описать с помощью полярных координат r, φ и r^*, φ^*, связанных соответственно с A и A^*. Когда точка наблюдения $M(x,y) = M(r,\varphi)$ находится в дальней зоне, то справедливы формулы $r^* = r + 2d\sin\varphi + O(r^{-1})$, $\varphi^* = \varphi + O(r^{-1})$. Поэтому, в целях простоты изложения, мы объединяем вклады обоих цилиндрических волн в одну, описываемую в координатах r, φ, при этом учитывая фазовый сдвиг $2kd\sin\varphi$ для волны, идущей от A^*. Важным обстоятельством, упрощающим решение рассматриваемой задачи, является то, что при дифракции на двугранном угле B не возникают добавочные дифракционные поля (цилиндрические или поверхностные волны) в силу того, что угол B прямой.

3. Асимптотика дифракционных полей. Рассмотрим случай наклонного падения плоской волны на границу, когда угол падения удовлетворяет неравенству $\pi/2 + \varepsilon < \chi < \pi$, где ε достаточно малое положительное число (исключается вертикальное падение). Мы будем конструировать асимптотику отраженного поля u_d в дальней зоне ($r \gg d$) в верхней полуплоскости $0 < \varphi < \pi$, опираясь на асимптотику строгого решения Малюженца [2] и метода последовательных дифракций ГТД [1]. Тогда поле первичной дифракции $u_d^{(1)}$ описывается суммой вкладов различных волн

$$u_d^{(1)} = u_g + u_p + u_c + u_s. \tag{3}$$

Первый член суммы u_g представляет результат зеркального отражения плоской волны в левой и правой полуплоскостях и имеет вид

$$u_g = a_0\, e^{ikr\cos(\varphi+\chi-\pi)} \left\{ H(\varphi+\chi-\pi) + H(\pi-\chi-\varphi)\, e^{2ikd\sin\chi} \right\}, \tag{4}$$

где $H(x) = 1$, $x \geqslant 0$, $H(x) = 0$, $x < 0$, a_0 является коэффициентом Френеля при отражении плоской волны от импедансной плоскости, и

$$a_0 = \frac{\sin\chi - \sin\theta}{\sin\chi + \sin\theta}.$$

Следующий член описывает переход границы свет-тень и представляется двумя интегралами Френеля согласно общей методологии ГТД

$$u_p = e^{ikr}\Bigg\{a_0\, F\left(\sqrt{\frac{kr}{2}}(\varphi+\chi-\pi)\right)$$

$$+H\left(\frac{\pi}{2}-\varphi\right)\cdot a(\varphi)\, e^{2ikd\sin\varphi}\cdot F\left(-\sqrt{\frac{kr}{2}}(\varphi+\chi-\pi)\right)+O(k^{-1})\Bigg\}, \quad (5)$$

где функция, представляющая интегралы Френеля, имеет вид

$$F(\gamma) = \begin{cases} -\dfrac{1}{\sqrt{\pi i}}\displaystyle\int\limits_{-\infty}^{0} e^{iz^2-2i\gamma z}\,dz, & \gamma > 0, \\ \dfrac{1}{\sqrt{\pi i}}\displaystyle\int\limits_{0}^{+\infty} e^{iz^2-2i\gamma z}\,dz, & \gamma < 0. \end{cases} \quad (6)$$

Второй интеграл Френеля в (5) имеет множитель $a(\varphi)$, который является коэффициентом Френеля, описывающим отражение цилиндрической волны с центром в точке A в правой полуплоскости. Если воспользоваться интегральным представлением разложения по плоским волнам для цилиндрической волны, то для $a(\varphi)$ получается следующий результат

$$a(\varphi) = \frac{\sin\varphi - \sin\theta}{\sin\varphi + \sin\theta}.$$

Сумма $u_g + u_p$ является непрерывной при переходе через границу свет-тень.

Третье слагаемое u_c в (3) определяет вклад двух цилиндрических волн, а именно, волны с центром в точке A, которая возбуждается при ударе плоской волны о кромку A, и ее зеркального отражения в правой полуплоскости, и имеет вид

$$u_c = \frac{e^{ikr+i\frac{\pi}{4}}}{2\sqrt{2\pi}\sqrt{kr}}\Bigg\{V(\varphi,\chi,\theta) + \frac{2a_0}{\varphi+\chi-\pi} + e^{2ikd\sin\varphi}\cdot H\left(\frac{\pi}{2}-\varphi\right)$$

$$\cdot a(\varphi)\cdot\left[V(-\varphi,\chi,\theta)-\frac{2}{\varphi+\chi-\pi}\right]+O(k^{-1})\Big\}. \tag{7}$$

Правая часть (7) содержит выражение дифракционного коэффициента Малюженца – $V(\varphi,\chi,\theta)$, которое находится из асимптотики строгого решения Малюженца в дифракции плоской волны на клине. В случае клина с прямым углом эта функция описывается следующей формулой (см. [2])

$$V=\frac{4\cos(\frac{2}{3}(\chi-\pi/4))}{3\Psi(\chi-\pi/4)}\left\{\frac{\Psi(\varphi-5\pi/4)}{\sin(\frac{2}{3}(\varphi-5\pi/4))-\sin(\frac{2}{3}(\chi-\pi/4))}\right.$$

$$\left.-\frac{\Psi(\varphi+3\pi/4)}{\sin(\frac{2}{3}(\varphi+3\pi/4))-\sin(\frac{2}{3}(\chi-\pi/4))}\right\}, \tag{8}$$

$$\Psi(\alpha)=\Phi(\alpha+5\pi/4-\theta)\Phi(\alpha-5\pi/4+\theta)\Phi(\alpha+\pi/4+\theta)\Phi(\alpha-\pi/4-\theta),$$

$$\Phi(\alpha)=\left(4\cos(\alpha/6)-\cos^{-1}(\alpha/6)\right)/3.$$

Последнее слагаемое u_s в (3) отлично от нуля только в случае $\operatorname{Im}\theta<0$, что имеет место для ТМ поляризации электромагнитной волны. Оно описывает поверхностные волны $\nu_\pm(x,y)$, возбуждающиеся при ударе плоской волны о кромку A, и сосредоточены в асимптотически узком погранслое левой полуплоскости и вертикального отрезка ступени AB, соответственно. Выражения для u_s даны в описании решения Малюженца и имеют вид

$$u_s=c_+\nu_++c_-\nu_-,\quad kr\gg 1, \tag{9}$$

где

$$\nu_+=\exp\{-ikr\cos(\varphi-\theta)\}\ H(\varphi-\pi+\delta),$$

$$\nu_-=\exp\{-ikr\sin(\varphi+\theta)\}\ H\left(\delta-\varphi-\frac{\pi}{2}\right), \tag{10}$$

$$\delta=-gd(\operatorname{Im}\theta)-\operatorname{Re}\theta,\quad gd(x)=\arccos\left(\frac{1}{chx}\right),\quad gd(-x)=-gd(x),$$

$$c_\pm(\chi)=\sqrt{3}\,\cos\left(\frac{2}{3}(\chi-\pi/4)\right)\frac{\Phi(\pi)\Psi_\pm(\pm(7/4+\theta))}{\Psi(\chi-\pi/4)}$$

$$\cdot\left[\cos\left(\frac{2}{3}(\pi+\theta)\right)\mp\sin\left(\frac{2}{3}(\chi-\pi/4)\right)\right]^{-1}, \tag{11}$$

$$\Psi_+(\alpha) = \Phi(\alpha - 5\pi/4 + \theta)\Phi(\alpha + \pi/4 + \theta)\Phi(\alpha - \pi/4 - \theta),$$

$$\Psi_-(\alpha) = \Phi(\alpha + 5\pi/4 - \theta)\Phi(\alpha + \pi/4 + \theta)\Phi(\alpha - \pi/4 - \theta).$$

Рассмотрим в данной задаче возбуждение многократно дифрагированных полей (МДП). В случае $\operatorname{Im}\theta < 0$ поверхностная волна $c_-(\chi) \cdot \nu_-$, двигаясь вниз вдоль отрезка AB, отражается от правой полуплоскости и порождает новую поверхностную волну $c_-(\chi) \cdot r(\theta) \cdot \exp\{ik(y\cos\theta - x\sin\theta)\}$, которая движется вверх от B к A. Ее коэффициент отражения $r(\theta)$ определяется по формуле:

$$r(\theta) = \frac{\cos\theta - \sin\theta}{\cos\theta + \sin\theta} \cdot e^{2ikd\cos\theta}. \tag{12}$$

Так как $kd \gg 1$, $|\nu|^2 \gg 1$, то модуль $|r(\theta)| \approx \exp(-2kd\nu_1/\nu_2^3)$ в общем случае не является малой величиной (для алюминия – $\nu_1 \approx 1.4$, $\nu_2 \approx 7.6$). Напомним, что никаких дифракционных эффектов на угле B не происходит в виду того, что угол B прямой. В частности, не возбуждается и поверхностная волна, бегущая вправо вдоль нижней полуплоскости.

Далее, новая поверхностная волна дифрагирует на угле A и порождает новые поверхностные волны, сосредоточенные на левой полуплоскости и отрезке AB,

$$u_s^{(1)} = (d_+\nu_+ + d_-\nu_-) \cdot c_-(\chi) \cdot r(\theta), \quad d_\pm = c_\pm\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right), \tag{13}$$

и цилиндрическую волну

$$u_{sc}^{(1)} = \frac{e^{ikr + i\frac{\pi}{4}}}{2\sqrt{2\pi}\sqrt{kr}}\left\{V\left(\varphi, \theta - \frac{\pi}{2}, \theta\right)c_-(\chi) \cdot r(\theta) + O(k^{-1})\right\}. \tag{14}$$

Заметим, что дифракционные коэффициенты новых волн выражаются через $c_\pm(\chi)$, $V(\varphi, \chi, \theta)$, если в них заменить χ на $\theta - \pi/2$, что соответствует направлению распространения поверхностной волны, которая их порождает. Далее волна $d_-\nu_-$ после отражения в правой нижней полуплоскости, двигаясь к углу A, дифрагирует и опять порождает две поверхностные и одну цилиндрическую волны, которые описываются формулами, аналогичными (13), (14). Этот процесс можно продолжить до бесконечности. Суммирование всех этих волн можно осуществить с помощью геометрической прогрессии со знаменателем $q = d_-(\chi) \cdot r(\theta)$, причем $|q| < 1$ (см. формулу (12)). В результате мы получаем

$$u_{ss} = \sum_{i=1}^{\infty} u_s^{(i)} = (d_+\nu_+ + d_-\nu_-) \cdot Q, \quad Q = \frac{r(\theta) \cdot c_-(\chi)}{1-q} \tag{15}$$

$$u_{sc} = \sum_{i=1}^{\infty} u_{sc}^{(i)} = \frac{e^{ikr + i\frac{\pi}{4}}}{2\sqrt{2\pi}\sqrt{kr}} \left\{ Q \cdot V\left(\varphi, \theta - \frac{\pi}{2}, \theta\right) + O(k^{-1}) \right\}. \tag{16}$$

Очевидно, что в случае $\operatorname{Im}\theta > 0$ (поверхностные волны отсутствуют) $u_{ss} = 0$, $u_{sc} = 0$.

В завершении рассмотрения случая наклонного падения плоской волны следует учесть дифракцию цилиндрической волны с центром A^* на угле A. Если пренебречь высшими приближениями асимптотики отраженного поля, то, с учетом $g(\pi/2) = 0$, старший член соответствующего дифракционного поля имеет вид:

$$u_d^{(2)} = \frac{e^{ikr + i\frac{\pi}{4} + 2ikd}}{2\sqrt{2\pi}\sqrt{kr}} \cdot \frac{g'\left(\frac{\pi}{2}\right)}{\sqrt{kd}} \begin{cases} -\dfrac{1}{\sqrt{\pi i}} \displaystyle\int_{-\infty}^{0} e^{iz^2 - 2i\gamma z}\, z dz, & \gamma > 0, \\ \dfrac{1}{\sqrt{\pi i}} \displaystyle\int_{0}^{+\infty} e^{iz^2 - 2i\gamma z}\, z dz, & \gamma < 0, \end{cases} \tag{17}$$

$$\gamma = \left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right)\sqrt{kd}, \quad g(\varphi) = a(\varphi)\left\{ V(-\varphi, \chi, \theta) + V\left(-\varphi, \theta - \frac{\pi}{2}, \theta\right) Q \right\}.$$

Складывая старшие члены асимптотических разложений для слагаемых суммы $u_d = u_d^{(1)} + u_{ss} + u_{sc} + u_d^{(2)}$, в итоге мы получаем формулу старшего члена асимптотики отраженного поля, которая оказывается непригодной для случая вертикального падения плоской волны, так как $g'(\pi/2) \to +\infty$ при $\chi \to \pi/2$. Заметим, что случай наклонного падения $0 < \chi < \pi/2 - \varepsilon$ исследуется аналогичным образом. Отличие состоит в добавочных дифракционных полях, которые возникают в следствие дифракции плоской волны на угле A после ее зеркального отражения в правой полуплоскости.

4. Вертикальное падение плоской волны. В этом параграфе обсуждается обобщение асимптотических формул, описанных выше, на случай вертикального падения плоской волны, когда

$\chi = \pi/2 + \varepsilon$, $\varepsilon \to +0$. Из ГТД известно, что, если плоская волна скользила вдоль грани клина, то в выражение u_p асимптотики дифракционного поля следует добавить третий интеграл Френеля, согласно рецепту Боровикова и Кинбера (см.[1]), а также соответствующее ему слагаемое в дифракционный коэффициент краевой волны. С учетом зеркального отражения в правой полуплоскости дифракционных полей, которое описывают эти добавленные вклады, мы получаем окончательные формулы для компонент старшего члена асимптотики отраженного поля $u_d = u_d^{(1)} + u_{ss} + u_{sc} + \widetilde{u}_d{}^{(2)}$, в котором поле первичной дифракции $u_d^{(1)}$ вычисляется по формуле предыдущего параграфа $u_d^{(1)} = u_g + u_p + u_c + u_s$ с новыми выражениями для u_p, u_c, а именно,

$$u_p = e^{ikr}\left\{a_0\, F\left(\sqrt{\frac{kr}{2}}(\varphi+\chi-\pi)\right) + H\left(\frac{\pi}{2}-\varphi\right)\cdot a(\varphi)\, e^{2ikd\sin\varphi}\right.$$

$$\left.\cdot\left(F\left(-\sqrt{\frac{kr}{2}}\,(\varphi+\chi-\pi)\right) + b(\varphi)\, F\left(\sqrt{\frac{kr}{2}}\,(\varphi-\chi)\right)\right) + O(k^{-1})\right\}, \quad (19)$$

где

$$b(\varphi) = \frac{\cos\varphi - \sin\theta}{\cos\varphi + \sin\theta}$$

представляет собой коэффициент отражения цилиндрической волны в вертикальной импедансной плоскости, проходящей через AB. Выражение для u_c приобретает вид

$$u_c = \frac{e^{ikr+i\frac{\pi}{4}}}{2\sqrt{2\pi}\sqrt{kr}}\left\{V(\varphi,\chi,\theta) + \frac{2a_0}{\varphi+\chi-\pi} + e^{2ikd\sin\varphi}\cdot H\left(\frac{\pi}{2}-\varphi\right)\right.$$

$$\left.\cdot a(\varphi)\cdot\left[V(-\varphi,\chi,\theta) - \frac{2}{\varphi+\chi-\pi} + \frac{2b(\varphi)}{\varphi-\chi}\right] + O(k^{-1})\right\}. \quad (20)$$

В формуле $u_d = u_d^{(1)} + u_{ss} + u_{sc} + \widetilde{u}_d{}^{(2)}$, члены u_{ss}, u_{sc} имеют прежний вид, а последнее слагаемое, описывающее вторичную дифракцию, определяется новым равенством

$$\widetilde{u}_d{}^{(2)} = u_d^{(2)} + \widetilde{u}_p + \widetilde{u}_c, \quad (21)$$

где $u_d^{(2)}$ находится по формуле (17), в которой в результате добавления новых дифракционных полей множитель $g(\varphi)$ приобретает два новых слагаемых, так что

$$g(\varphi) = a(\varphi)\left\{V(-\varphi,\chi,\theta) + V\left(-\varphi,\theta-\frac{\pi}{2},\theta\right)Q - \frac{2}{\varphi+\chi-\pi} + \frac{2b(\varphi)}{\varphi-\chi}\right\}. \tag{22}$$

Их добавление обеспечивает ограниченность величины $g'(\pi/2)$ при $\chi \to \frac{\pi}{2}$, причем по-прежнему имеет место $g(\pi/2) = 0$.

Характерной спецификой рассматриваемого случая является необходимость дополнительного учета дифракции на угле A полутеневого поля, представленного вторым и третьим интегралами Френеля в формуле (19), соответствующего источнику A^*. Аналогичная ситуация возникает в задаче рассеяния на эшелете (см. [7]), когда падающее поле скользит вдоль границы клина. В результате дифракции на угле A указанного полутеневого поля мы получаем добавочное дифракционное поле

$$\widetilde{u}_p = e^{ikr+2ikd}\, a\left(\frac{\pi}{2}\right)\cdot\sqrt{\frac{2d}{r}} \cdot \begin{cases} -\dfrac{1}{\pi i}\displaystyle\int_0^{\infty} dz_1 \int_{-\infty}^{0} dz_2\, e^{i\psi_+(z_1,z_2,\gamma_c,\gamma)} \\ +\dfrac{1}{\pi i}\displaystyle\int_{-\infty}^{0} dz_1 \int_{-\infty}^{0} dz_2\, P(z_2)\, e^{i\psi_-(z_1,z_2,\gamma_c,\gamma)}, \quad \gamma > 0, \\ \dfrac{1}{\pi i}\displaystyle\int_0^{\infty} dz_1 \int_0^{+\infty} dz_2\, e^{i\psi_+(z_1,z_2,\gamma_c,\gamma)} \\ -\dfrac{1}{\pi i}\displaystyle\int_{-\infty}^{0} dz_1 \int_0^{+\infty} dz_2\, P(z_2)\, e^{i\psi_-(z_1,z_2,\gamma_c,\gamma)}, \quad \gamma < 0, \end{cases} \tag{23}$$

$$\psi_\pm(z_1,z_2,\gamma_c,\gamma) = z_1^2 \pm 2\gamma_c\, z_1 - 2z_1z_2 + z_2^2 - 2\gamma\, z_2,$$

$$P(z) = 1 + z\cdot b'\left(\frac{\pi}{2}\right)\Big/\sqrt{kd},$$

$$\gamma = \left(\frac{\pi}{2}-\varphi\right)\sqrt{kd}, \quad \gamma_c = \delta\sqrt{kd}.$$

Этот результат получается на основе использования методики ГТД по перерассеянию полутеневых МДП (см. [7]). Нам остается только учесть вклад, соответствующий добавке $\widetilde{u}_p$, в окончательное выражение цилиндрической волны. Для него старший член асимптотики имеет вид

$$\widetilde{u}_c = \frac{e^{ikr+2ikd+i\frac{\pi}{4}}}{2\sqrt{2\pi}\sqrt{kr}} \cdot \frac{A}{\sqrt{kd}}\Bigg\{W(\varphi,\theta) - 4\cdot\left(\varphi - \frac{\pi}{2}\right)^{-2}$$
$$+W(-\varphi,\theta)\, e^{2ikd\sin\varphi}\, a(\varphi)\, H\left(\frac{\pi}{2}-\varphi\right) + \widetilde{Q}\cdot\Bigg[V\left(\varphi,\theta-\frac{\pi}{2},\theta\right)$$
$$+e^{2ikd\sin\varphi}\, H\left(\frac{\pi}{2}-\varphi\right)\cdot a(\varphi)\, V\left(-\varphi,\theta-\frac{\pi}{2},\theta\right)\Bigg]\Bigg\}, \qquad (24)$$

$$A = a\left(\frac{\pi}{2}\right)\frac{1}{\sqrt{\pi i}}\int\limits_0^\infty e^{iz^2+2i\gamma_c z}\, z dz, \quad W(\varphi,\theta) = \frac{\partial}{\partial\chi}\, V(\varphi,\chi,\theta)\Big|_{\chi=-\frac{\pi}{2}},$$

$$\widetilde{Q} = Q\cdot c'\left(\theta-\frac{\pi}{2}\right)\Big/ c_-(\chi).$$

Учет этих добавочных дифракционных полей приводит к дополнительной дифракции поверхностных волн. Эти члены имеют порядок $O((kd)^{-1/2})$, и мы их не приводим.

Складывая старшие члены асимптотических разложений для слагаемых суммы $\widetilde{u}_p + \widetilde{u}_c$ и подставляя их в формулу (21), в итоге мы получаем формулу старшего члена асимптотики отраженного поля. Аналогичным образом можно исследовать случай $\chi = \pi/2 + \varepsilon$, $\varepsilon \to -0$. Следует добавить, что предлагаемый асимптотический анализ ограничен в применении, так как для параметров задачи должно выполняться условие $b'\left(\frac{\pi}{2}\right)\big/\sqrt{kd} \ll 1$ или $|\nu|\big/\sqrt{kd} \ll 1$ (см. формулы (23)).

В последующих публикациях предполагается описать анализ результатов численных расчетов на основе асимптотических формул, полученных в этой работе. Очевидно, что исследование оценки вклада многократных переотражений цилиндрических и поверхностных волн в асимптотику отраженного поля представляет в этой задаче значительный интерес.

Литература

1. V. A. Borovikov, B. Ye. Kinber, *Geometrical theory of diffraction.* IEE Electromagnetic Waves Series 37, The Institution of Electrical Engineers, London, United Kingdom (1994).
2. Г. Д. Малюжинец, *Возбуждение, отражение и излучение поверхностных волн на клине с заданными импедансами граней.* — Докл. АН СССР **121, No. 3** (1958), 436–439.
3. А. В. Осипов, *О дифракции цилиндрических волн на импедансном клине.* — Радиотехника и электроника **40, No. 6** (1995), 880–889.
4. А. Д. Авдеев, *Нормальные волны и функция Грина имеданcного клина.* — В кн.: Проблемы дифракции и распространения волн. вып. 27б СПбУ (1997).
5. Q. Zhang, E. V. Jull, M. J. Yedlin, *Acoustic pulse diffraction by step discontinuities on a plane.* — Geophysics **55, No. 6** (1990), 749–756.
6. В. А. Фок, *Проблемы дифракции и распространения электромагнитных волн.* М. (1970).
7. В. В. Залипаев, *Рассеяние коротких волн на периодической структуре – эшелет.* настоящий сборник.

Zalipaev V. V. Plane wave diffraction by a step discontinuity in an impedamce plane.

In this paper a high-frequency diffraction of a plane wave by 90-degree step discontinuity in an impedance plane boundary is analysed with the help of uniform geometrical theory of diffraction starting from the Molugenets' solution.

The principal term of asymptotic solution to the problem which is uniform with respect to the angle of the plane wave incidence and angle of observation is derived. The excitation of primary and multiply diffracted fields radiated from the upper edge as well as surface waves is considered (the lower edge doesn't radiate any cylindrical or surface waves owing to the 90-degree step). For simplicity the analytical details are given here for the 90-degree step discontinuity. A similar procedure is followed on the other examples with a more complex geometry.

С.-Петербургское отделение
Математического института
им. В. А. Стеклова РАН

Поступило 29 ноября 1997