Записки научных
семинаров ПОМИ
Том 250, 1998 г.

П. В. Крауклис, Л. А. Крауклис

О ЗАТУХАНИИ МЕДЛЕННОЙ ИНТЕРФЕРЕНЦИОННОЙ ВОЛНЫ В ТРЕЩИНОВАТОМ СЛОЕ

Одной из наиболее простых и хорошо изученных моделей трещиноватых сред является периодическая среда, состоящая из чередующихся жидких и твердых слоев [1, 2]. В такой среде существует два типа колебаний: быстрая волна, в которой движение в твердых и жидких чередующихся слоях происходит в фазе, и медленная волна, в которой фазы движений в соответствующих слоях сдвинуты на 180°. Как известно, такие же типы колебаний существуют и в двухфазной среде Био. Недавно было показано, что твердо-жидкая модель является частным особым случаем модели Био [3]. Одним из невыясненных до конца вопросов, связанных с распространением волн в таких средах, является возможность регистрации медленной волны в реальных условиях. Считалось, что в силу большого вязкого затухания в насыщающей коллектор жидкости эта волна очень быстро затухает и не будет регистрироваться в условиях обычного сейсмического эксперимента. В то же время имеется ряд экспериментальных данных, связанных с различными геофизическими приложениями (вулканические толчки, межскважинное звуковое просвечивание), указывающих на существование этих волн в природе. Один из таких примеров наблюдения медленной волны приводится в работе [4]. Там же дается новое объяснение этого явления, связанное с тем, что мы имеем дело с интерференционной природой медленной волны (ИМВ), образующейся в системе: трещиноватый слой внутри упругой среды. Поскольку часть упругой энергии волны распространяется в среде, где поглощение очень низкое, общее затухание волны уменьшается и становится очень малым, если частота колебаний достаточно низкая. В настоящей работе количественно оценивается этот эффект для нескольких

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (96-01-00666, 96-05-66207).

моделей, различающихся упругими модулями и соотношениями между скоростями волн во вмещающей среде и в твердой и жидкой компонентах трещиноватого слоя.

Нахождение связи между поглощающими характеристиками материалов, составляющих слоистую систему, и затуханием нормальных волн, распространяющихся в ней, может быть проведено на основании формулы, связывающей декремент поглощения нормальной волны Q с декрементами Q_i объемных волн в бесконечной среде, составленной из материала слоя [5]

$$Q^{-1} = \sum_i \left(\frac{a_i}{v}\right) \frac{\partial v}{\partial a_i} Q_{pi}^{-1} + \sum_i \left(\frac{b_i}{v}\right) \frac{\partial v}{\partial b_i} Q_{si}^{-1} + \frac{a_0}{v} \frac{\partial v}{\partial a_0} Q_{p0}^{-1}, \qquad (1)$$

где a_i, b_i – скорости продольных и поперечных волн в i-ом слое или полупространствах, a_0 – скорость в безграничной жидкости, v – фазовая скорость нормальной волны. При выводе (1) предполагается, что выполняются неравенства $Q_i^{-1} \ll 1$. Коэффициенты, стоящие перед декрементами в правой части (1), называются коэффициентами разделения. Третье слагаемое выделено нами специально, так как в дальнейшем будем считать, что основное затухание связано с вязкими потерями во флюиде, насыщающем коллектор, что по-видимому, чаще всего и выполняется на практике.

Для определения коэффициентов разделения в задачах скважинной акустики и сейсмической разведки, связанных с нахождением поглощающих характеристик среды по наблюдаемым нормальным волнам, были независимо предложены два подхода [6, 7]. Первый подход основан на использовании вариационного принципа Релея и связанного с ним построения усредненного лагранжиана. Он довольно громоздок, так как требует вычисления интегралов от вариаций параметров модели. Второй подход использует для определения частных производных дисперсионное уравнение задачи и при применении современных компьютеров эффективен и точен. Он и был использован при решении поставленной задачи.

Пусть задана модель среды, состоящая из трещиноватого слоя, находящегося между двумя одинаковыми упругими полупространствами. В качестве трещиноватой среды, из которой строятся слои, рассматривались три модели: с высокой контрастностью параметров слоев (модель 1), со средней контрастностью (модель 2) и со слабой контрастностью (модель 3). Скорость и плотность заполнителя во всех моделях считались равными $v = 1600$м/с, $\rho_1 = 1.1$г/см^3, а продольная скорость v_p, поперечная скорость v_s, плотность ρ_2 твердого слоя в соответствии с номером модели менялись согласно таблице I.

Заметим, что 1 и 3 модели по значениям своих параметров близки к рассмотренным в работе [8] моделям слоистых систем: алюминий-вода, плексиглас-вода, представляющим среды с резко отличающимися контрастностями. В качестве вмещающей среды были взяты высокоскоростная среда ($a_0 = 5.0$км/с, $b_0 = 3.0$км/с, $\rho_0 = 2.45$г/см^3) и низкоскоростная среда $a_0 = 2.5$км/с, $b_0 = 1.25$км/с, $\rho_0 = 2.0$г/см^3).

Таблица I

No.модели	v_p, км/с	v_s, км/с	ρ_2, г/см^3
1	5.00	3.00	2.45
2	3.75	1.85	2.45
3	2.5	1.25	2.00

Известно [2], что в среде, состоящей из чередующихся жидких и упругих слоев, имеющих скорости v_p, v_s продольной и поперечной волн, плотность ρ_2 в твердой среде и скорость v и плотность ρ_1 в жидкости, вдоль слоев распространяются три волны со скоростями

$$v_{1,3} = \left\{ \frac{\rho^{(2)} + (ac+b^2)\rho^{(1)} \pm \sqrt{[\rho^{(2)} + (ac+b^2)\rho^{(1)}]^2 - 4ac\rho^{(1)}\rho^{(2)}}}{2c\rho^{(1)}\rho^{(2)}} \right\}^{1/2}$$

$$v_2 = 2\sqrt{1-\gamma^2}\, v_s, \tag{2}$$

где $\rho^{(1)} = \rho_1/\varepsilon_1$, $\rho^{(2)} = \varepsilon_2\rho_2$, $a = 4\varepsilon_2\rho_2(1-\gamma^2)v_s^2$,

$$b = (1-2\gamma^2)\varepsilon_2,\ c = \frac{\varepsilon_1}{\rho_1 v^2} + \frac{\varepsilon_2}{\rho_2 v_p^2},\ \gamma = \frac{v_s}{v_p},\ \varepsilon_1 = \frac{h_1}{h_1+h_2} - \tag{3}$$

пористость трещиноватого слоя, h_1 – толщина жидкой фазы, h_2 – толщина упругой фазы в трещиноватом слое, $\varepsilon_2 = 1 - \varepsilon_1$.

Волны со скоростями v_1 и v_3 ($v_1 > v_3$) называются соответственно быстрой и медленной волнами.

С учетом введенных скоростей дисперсионное уравнение для интерференционной медленной волны можно записать в виде [2]:

$$\operatorname{tg}\frac{\mathrm{kh}\,\bar{\alpha}}{2} = \frac{\bar{\rho}\rho_0\alpha_0 v_{\mathrm{ph}}^4}{\mu_0^2\bar{\alpha}R_0}, \tag{4}$$

где $\alpha_0 = \sqrt{1 - v_{\mathrm{ph}}^2/a_0^2}$, $R_0 = g_0^2 - 4\alpha_0\beta_0$, $\beta_0 = \sqrt{1 - v_{\mathrm{ph}}^2/b_0^2}$,

$$\bar{\rho} = \rho_1\varepsilon_1 + \rho_2\varepsilon_2,\ \bar{\alpha} = \left\{\bar{\rho}c\frac{(v_{\mathrm{ph}}^2 - v_1^2)(v_{\mathrm{ph}}^2 - v_3^2)}{(v_{\mathrm{ph}}^2 - v_2^2)}\right\}^{1/2}, \tag{5}$$

μ_0 – сдвиговый модуль упругости вмещающей среды, kh – безразмерное волновое число, v_{ph} – фазовая скорость наиболее медленной нормальной волны, которую назовем интерференционной медленной волной (ИМВ). Детальное исследование ее дисперсионных и динамических характеристик выполнено в работе [4].

Уравнение (4) является основным уравнением, из которого мы получаем связь между поглощением в насыщающий коллектор жидкости и затуханием ИМВ. Предположим, что жидкость имеет поглощающие свойства, которые можно учесть, считая скорость в ней комплексной величиной

$$\bar{v} = v(1 + i\alpha) = v\left(1 - \frac{i}{2Q}\right), \quad (Q^{-1} \ll 1). \tag{6}$$

В этом случае уравнение (4) становится комплексным, и фазовая скорость ИМВ тоже будет комплексной $\bar{v}_{\mathrm{ph}} = v_{\mathrm{ph}}(1 + i\beta)$. Комплексными станут и скорости быстрой и медленной волн в материале слоя. Подставим (6) в (2)–(5), разложим выражения по малым степеням добавок к скоростям и ограничимся членами первого порядка малости включительно. Приравняем нулю вещественную и мнимую части получившегося уравнения. В первом случае получим дисперсионное уравнение для определения вещественной части фазовой скорости, которое имеет тот же вид, что и уравнение (4). Во втором случае, приравнивая мнимые части, находим коэффициент разделения S, связывающий α с β:

$$\beta = S(\mathrm{kh})\alpha.$$

Коэффициент разделения $S(\mathrm{kh})$ зависит от безразмерного волнового числа kh, от упругих параметров и пористости модели.

Детали его зависимости от этих параметров представлены на Рис. 1–5, на которых приведены дисперсионные кривые и коэффициенты разделения как функции безразмерного параметра kh $= 2\pi h/\lambda$ (λ – длина волны колебаний). Первые три рисунка

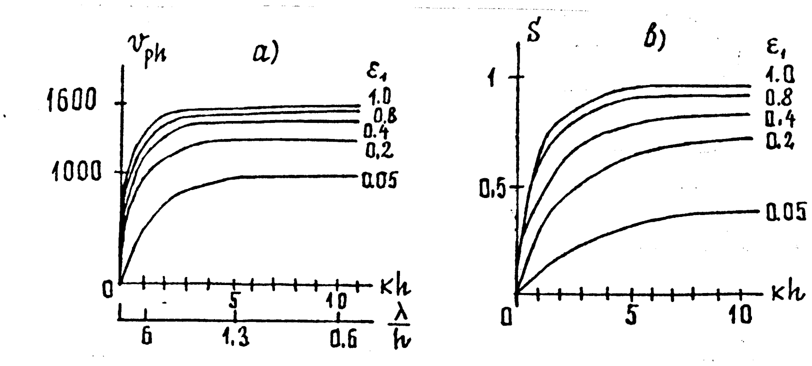

Рис. 1. Фазовая скорость (a) и коэффициент разделения (b) для первой модели трещиноватого слоя. Параметры вмещающей среды: $a_0 = 5.0$км/с, $b_0 = 3.0$км/с, $\rho_0 = 2.45$г/см^3.

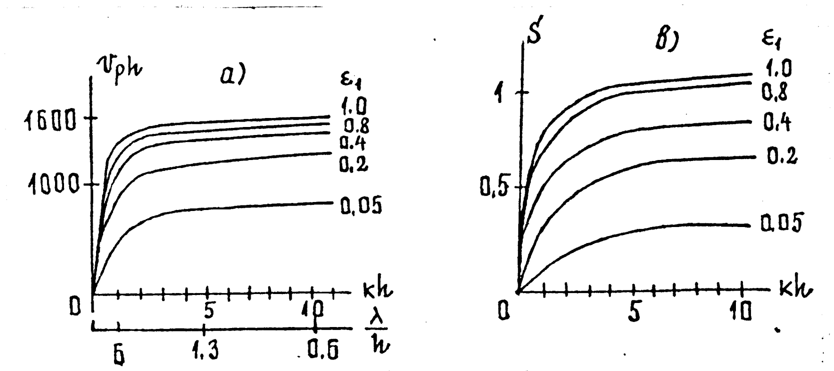

Рис. 2. То же, что на Рис. 1 для второй модели трещиноватого слоя.

иллюстрируют поведение v_{ph} и S для трех моделей трещиноватого слоя (Табл. I) в высокоскоростной среде. Параметром кривых являются значения пористости ε_1. С увеличением последней фазовая скорость растет, а с уменьшением частоты стремится

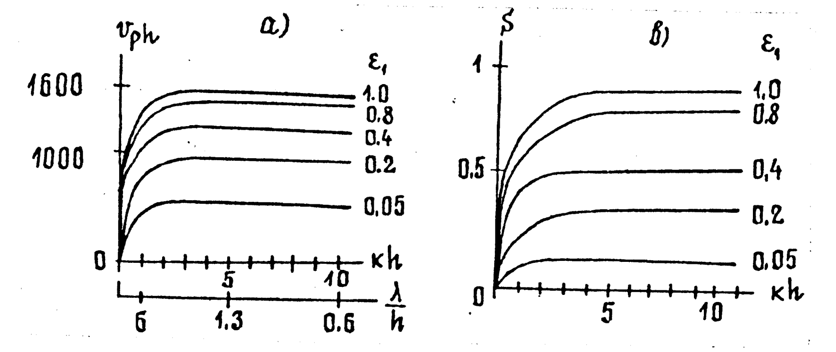

Рис. 3. То же, что на Рис. 1 для третьей модели трещиноватого слоя.

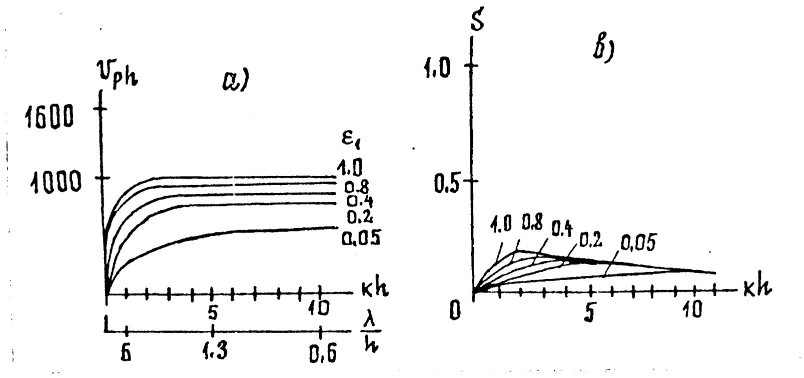

Рис. 4. Фазовая скорость (a) и коэффициент разделения (b) для первой модели трещиноватого слоя. Параметры вмещающей среды: $a_0 = 2.3$км/с, $b_0 = 1.25$км/с, $\rho_0 = 2.0$г/см^3.

к нулю. С понижением контрастности материала трещиноватого слоя фазовая скорость тоже уменьшается. Кривые коэффициента разделения во всех случаях идут от начала координат, что указывает, что даже при большом затухании в насыщающей слой жидкости, затухание ИМВ может быть очень малым, если достаточно малым является мощность слоя или частота колебаний. С увеличением пористости коэффициент разделения растет и тем больше, чем контрастнее модель.

Интересным является поведение кривых $v_{\rm ph}$ и S для вмещающих сред с низкими скоростями (Рис. 4, 5). Фазовая скорость

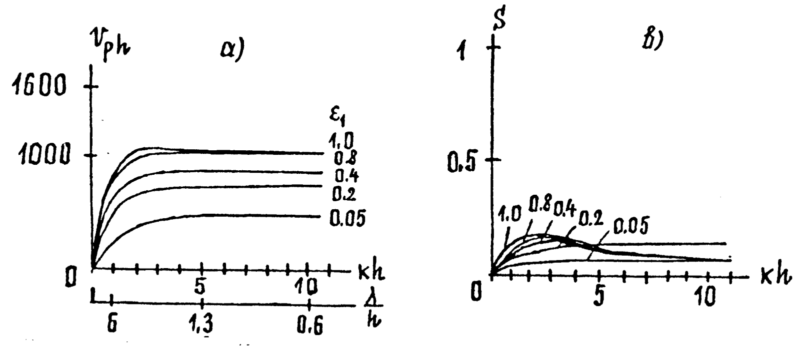

Рис. 5. То же, что на Рис. 4 для третьей модели трещиноватого слоя.

резко понижается, не менее, чем на 30% независимо от контрастности слоя. Кривые $S(\mathrm{kh})$ также ведут себя необычно. Величина коэффициента разделения оказывается довольно низкой во всем рассмотренном диапозоне изменения kh , а с ростом kh , начиная с некоторых значений, имеет тенденцию к понижению. Характер кривых мало зависит от контрастности слоя.

Литература

1. Michael Schoenberg, *Wave propagation in alternating solid and fluid layers.* — Wave motion **6** (1984), 303–320.
2. Л. А. Молотков, *Об особенностях распространения волн в слоистых моделях трещиноватых сред.* — Зап. научн. семин. ЛОМИ **173** (1988), 123–133.
3. Л. А. Молотков, А. В. Бакулин, *Эффективная модель слоистой упруго-жидкой среды как частный случай модели Био.* — Зап. научн. семин. ПОМИ **230** (1995), 172–195.
4. П. В. Крауклис, Г. М. Голошубин, Л. А. Крауклис, *Медленная волна в слое с конечной пористостью.* — Зап. научн. семин. ПОМИ **210** (1994), 146–154.
5. B. L. Anderson, C. B. Archambeau, *The anelesticity of the Earth.* — J. Geophys. Res. **69** (1964), 2071–2084.
6. Chuen Hon Cheng, M. Nafi Toksöz, Mark E. Willis, *Determination of in situ attenuation from full wave form acoustic logs.* — J. of Geophysical Research **87,** No. **137** (1982), 5477–5484.
7. П. В. Крауклис, А. С. Ибатов, *О затухании нормальных волн в скважине.* В кн.: Вопр. динам. теории распространения сейсмических волн, Вып. 20. Л., 1980, 45–51.
8. T. J. Plona, K. W. Winkler, and M. Schoenberg, *Acoustic waves in alternating fluid solid layers.* — J. Acoust. Soc. Am. **81(5)** (1987), 1227–1234.

Krauklis P. V., Krauklis L. A. On the attenuation of slow interference wave in a cracked layer.

An attenuation of interference slow wave propagating in a cracked fluid-filled layer sandwiched between two elastic half-spaces is evaluated. It is proposed, that the attenuation is induced by the fluid unelasticity. It is shown, that wave attenuation can be very small, if the layer thickness is more less then the wavelength. It explains of the possibility of slow wave observation in the real field seismic experiments.

С.-Петербургское отделение
Математического института
им. В. А. Стеклова РАН

Поступило 21 октября 1997 г.