Записки научных
семинаров ПОМИ
Том 253, 1999 г.

Н. С. Смирнова, Ю. А. Сурков

КЛАССИЧЕСКАЯ И ОБОБЩЕННАЯ ЗАДАЧИ ЛЯВА В ОБЛАСТИ НИЗКОЧАСТОТНЫХ ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫХ ВОЛН СИГНАЛЬНОГО ТИПА. II

Статья является продолжением работы [1], в которой приведены представления волновых полей обобщенной задачи Лява, а исследования волновых полей в низкочастотной области спектра Фурье выполнены только для классической задачи Лява. В такой задаче рассматривалась модель тонкого упругого слоя, находящегося в жестком контакте с упругим полупространством. На основании проведенных количественных исследований было установлено искажающее влияние тонкого слоя на низкочастотные сигналы типа SH, посылаемые в глубь среды.

В обобщенной задаче Лява рассматривается более сложная модель среды, состоящая из упругого тонкого слоя $0 < \tilde{z} < h$, толстого слоя $h < \tilde{z} < h + \widetilde{H}$ и подстилающего полупространства $\tilde{z} > h + \widetilde{H}$, находящихся в жестком контакте друг с другом. При этом считается, что волны проходят толстый слой лишь дважды – туда и обратно. (Обоснование подобного "волевого подхода" приведено в [2, §1].) Такая задача представляет интерес для изучения механизма прохождения тонкого слоя низкочастотными волнами, подходящими к дневной поверхности из глубины среды. При этом тонкий слой играет роль верхней части разреза (ВЧР).

Более подробная постановка задачи и подходы к ее решению даны в работе [1], на которую при дальнейшем изложении мы будем ссылаться. А здесь приведем лишь основные формулы из этой работы, сохранив принятые там обозначения.

1. Поле смещений $u(x,\tau)$ типа SH в точках $\tilde{x} > 0$, $\tilde{z} = 0$ дневной поверхности, возбуждаемое в среде в момент времени $t = 0$

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (95-01-00480).

поверхностным воздействием вида

$$\mu_1 \frac{\partial \vec{u}_1}{\partial \tilde{z}}\bigg|_{\tilde{z}=0} = -f(t)\,\delta(x)\,\vec{j}$$

с низкочастотной зависимостью

$$f(t) = \mathrm{Re}\,\frac{1}{\pi}\int\limits_0^{\omega_0} F(i\omega)\,e^{i\omega t}\,d\omega$$

источника от времени t определяется интегралом типа Фурье

$$u(x,\tau) = \mathrm{Re}\,\frac{v_1}{\pi\mu_1 h}\int\limits_0^{\varkappa_0} V(x,\varkappa)\,F\Big(\varkappa\frac{v_1}{h}i\Big)\,e^{i\varkappa\tau}\,d\varkappa. \tag{1}$$

Спектральная его функция $V(x,\varkappa)$ дается контурным интегралом

$$V(x,\varkappa) = \frac{1}{2\pi}\int\limits_{\lambda} K_0(\zeta,\varkappa)\,K(\zeta)\,K_{21}(\zeta,\varkappa)\,e^{-\varkappa\varphi(\zeta,x)}\,d\zeta, \tag{2}$$

в котором положено:

$$K_0 = \frac{1}{\Delta_0(\zeta,\varkappa)}, \quad K = \frac{\sigma\beta - \hat{\sigma}\hat{\beta}}{\sigma\beta + \hat{\sigma}\hat{\beta}}, \quad K_{21} = \frac{2\sigma\beta}{\Delta_0(\zeta,\varkappa)} \tag{3}$$

$$\begin{aligned} \varphi(\zeta,x) &= ix\zeta + 2H\sqrt{\zeta^2-\gamma^2} \\ \Delta_0(\zeta,\varkappa) &= \alpha\,\mathrm{sh}\,\varkappa\alpha + \sigma\beta\,\mathrm{ch}\,\varkappa\alpha, \end{aligned} \tag{4}$$

причем используются следующие обозначения

$$\begin{gathered} \alpha = \sqrt{\zeta^2-1}, \quad \beta = \sqrt{\zeta^2-\gamma^2}, \quad \hat{\beta} = \sqrt{\zeta^2-\hat{\gamma}^{\,2}}, \\ \gamma = \frac{v_1}{v_2}, \quad \hat{\gamma} = \frac{v_1}{v_3}, \quad \sigma = \frac{\mu_2}{\mu_1}, \quad \hat{\sigma} = \frac{\mu_3}{\mu_1}, \\ \tau = \frac{v_1}{h}\,t, \quad x = \frac{\tilde{x}}{h}, \quad z = \frac{\tilde{z}}{h}, \quad H = \frac{\widetilde{H}}{h}, \quad \varkappa = \frac{\omega}{v_1}h. \end{gathered} \tag{5}$$

Индексы 1, 2 и 3 относятся соответственно к тонкому слою, толстому слою и к нижнему полупространству.

В формулах (2) и (3) K_0 обозначает интерференционный коэффициент формирования волны, посылаемой источником в глубь среды, K_{21} – интерференционный коэффициент конверсии, а K

– обычный (неинтерференционный) коэффициент отражения волны от границы $\tilde{z} = h + \widetilde{H}$ толстого слоя с подстилающим полупространством. При этом путь интегрирования λ в формуле (2) начинается в точке $\zeta = -\infty - i\delta$, $(\delta \geqslant 0)$ третьего квадранта, проходит через начало координат и уходит в первом квадранте на бесконечность $(\zeta = \infty + i\delta)$. Выбору такого пути интегрирования ничто не препятствует, ибо дисперсионное уравнение

$$\Delta_0(\zeta, \varkappa) = 0 \tag{6}$$

в первом и третьем квадрантах основного листа комплексной плоскости (ζ) корней не имеет.

2. Для выяснения влияния тонкого слоя на формирование волн изучение интерференционного поля из (1)–(5) производится в тесном сопоставлении с полями, не учитывающими интерференцию в тонком слое. Спектральная функция V в этом случае определяется интегралом

$$V = \widetilde{V}_1\,(x, \varkappa) = \frac{1}{2\pi} \int\limits_{\lambda} \widetilde{K}_0\,(\zeta)\, K(\zeta)\, \widetilde{K}_{21}(\zeta)\, e^{-\varkappa \tilde{\varphi}\,(\zeta, x)}\, d\zeta, \tag{7}$$

в котором положено

$$\widetilde{K}_0 = \frac{2}{\alpha + \sigma\beta}, \quad \widetilde{K}_{21} = \frac{2\sigma\beta}{\alpha + \sigma\beta} \tag{8}$$

$$\tilde{\varphi}(\zeta, x) = ix\zeta + 2H\sqrt{\zeta^2 - \gamma^2} + 2\sqrt{\zeta^2 - 1}. \tag{9}$$

Величины $\widetilde{K}_0$ и $\widetilde{K}_{21}$ – обычные коэффициенты преломления на границе, разделяющей тонкий и толстый слои при прохождении волной этой границы сверху вниз и обратно, а значения $K(\zeta)$ в формуле (7) соответствует коэффициенту отражения из (3).

3. Методические вопросы, касающиеся вычисления контурных интегралов типа (2), здесь не затрагиваются, так как они достаточно подробно изложены в работах [1, 2]. Заметим только, что основная идея заключается в деформации исходного контура λ в стационарные линии λ_0

$$\operatorname{Im} \varphi(\zeta, x) = C_0 = \text{const}, \qquad \operatorname{Re} \varphi(\zeta, x) > 0$$

фазовых функций $\varphi(\zeta, x)$ из (4) с целью преодоления вычислительных трудностей, связанных с осцилляцией фазового множителя в интеграле (2). При этом, однако, приходится дополнительно вычислять вычеты $a_{-1}[\zeta_n(\varkappa), x, \varkappa]$ в корнях $\zeta_n(x)$ дисперсионного уравнения (6) в случае пересечения контуром λ линий корней, а также обходить разрезы, проведенные из точек ветвления радикалов на бесконечность.

Таким образом, необходимо учитывать вклад каждого из указанных факторов в зависимости от расположения точки наблюдения. В связи с этим на больших эпицентральных расстояниях спектральная функция V из (2) состоит из трех слагаемых

$$V = V_1 + V_2 - V_3, \tag{10}$$

где V_1 – интеграл по стационарному контуру, V_2 – интеграл по петле, охватывающий разрез, проведенный из точки ветвления $\hat{\gamma}$, V_3 – сумма вычетов подинтегрального выражения (2) во всех полюсах, совпадающих с корнями $\zeta = \zeta_n(\varkappa)$ дисперсионного уравнения (6). Поскольку дисперсионное уравнение (6) входит в подинтегральную функцию интеграла (2) во второй степени, эти полюса являются полюсами второго порядка и вычеты вычисляются согласно формуле

$$\operatorname{Res} f(\zeta)\Bigg|_{\zeta=a} = \frac{1}{(m-1)!}\lim_{\zeta\to a}\frac{d^{m-1}}{d\zeta^{m-1}}\left\{(\zeta-a)^m f(\zeta)\right\}, \tag{11}$$

где $m = 2$ (см. руководство [3]).

Если представить подинтегральную функцию $f(\zeta)$ интеграла (2) в виде

$$f(\zeta) = \varphi_1(\zeta)\big/\psi(\zeta), \tag{12}$$

где

$$\psi(\zeta) = \Delta_0^2(\zeta,\varkappa), \quad \varphi_1(\zeta) = \frac{1}{\pi}\,K\,\sigma\beta e^{-\varkappa\varphi(\zeta,x)}, \tag{13}$$

а $\Delta_0(\zeta,\varkappa)$ и $\varphi(\zeta,x)$ представляются формулами (4), то вычет в полюсе $\zeta = a$ второго порядка будет иметь вид

$$\operatorname{Res} f(\zeta)\Bigg|_{\zeta=a} = \frac{\varphi_1'(a)\,\Delta'(a) - \varphi_1(a)\,\Delta''(a)}{\Delta'^3(a)}. \tag{14}$$

Основные отличия выражений (1)–(4) для полей интерференционных волн от обычных волновых полей (7)–(9) определяются коэффициентами $K_0(\zeta)$ и $K_{21}(\zeta)$, содержащими в знаменателе левую часть дисперсионного уравнения (6). В работе [1] на рис. 1 и рис. 2 показано, что линии расположения корней дисперсионного уравнения (6) на комплексной плоскости (ζ) существенно различаются для $\gamma < 1$ и $\gamma > 1$. Поэтому дальше рассматриваются случаи, соответствующие различным скоростным характеристикам среды.

§1. О влиянии низкоскоростного поверхностного тонкого слоя на сигналы, регистрируемые на дневной поверхности (случай $\gamma < 1$)

4. При рассмотрении обобщенной задачи Лява, сформулированной в общей части статьи, вычислялись интегралы (1), (2) и (1), (7), причем в качестве частотной характеристики сигнала бралась функция (3) из работы [1], где доминирующая безразмерная частота $\tilde{\varkappa}_0$ полагалось равной $\tilde{\varkappa}_0 = 1, 3, 5$. Это соответствует кривой, приведенной на рис. 8 (см. [1]).

При этом параметры среды определялись значениями $\gamma = 0.7$, $\hat{\gamma} = 0.3$, $\sigma = 5.0$, $\hat{\sigma} = 7.0$, $h = 1$, $H = 10$, а вычисления проводились в точках профиля $z = 0$ на эпицентральных расстояниях x из интервала

$$0.625H < x < 10H.$$

Безразмерная частота $\varkappa$ (см. (9) из [1]) изменялась в промежутке

$$0.05 < \varkappa < 15.025$$

с шагом $\Delta\varkappa = 0.025$.

Точно так же, как в работе [1] для определения значения интеграла типа Фурье (1) применялся метод Филона, а для вычисления контурных интегралов (2) и (7) использовалась комплексная реализация метода Гаусса. Вычисление же спектральных функций задачи производилось по формулам (24) из [1], где первое слагаемое определялось контурным интегралом по стационарному контуру λ, а второе – представлялось суммой вычетов во всех корнях дисперсионного уравнения, пересекаемых исходным путем интегрирования при его деформации в стационарный контур λ_0.

При выбранных параметрах среды необходимо вычислять как интеграл по стационарному контуру λ_0, так и интеграл по разрезу, проходящему через точку $\zeta = \hat{\gamma}$ и определяющему головную волну. При деформации исходного контура λ в стационарный контур λ_0 пересекаются как комплексные корни $\zeta = \zeta_n(x, \varkappa)$

($n = 1, 2, 3, \ldots$), так и корни Лява, находящиеся на промежутке $[\gamma, 1]$ верхнего берега разреза. Поскольку дисперсионное уравнение входит в подинтегральную функцию интеграла (2) во второй степени, то вычеты вычислялись по формуле (14).

На рис. 1 представлен четвертый квадрант плоскости (ζ) с разрезами, проведенными из точек: $\gamma = 0.7$ – вдоль вещественной оси и $\hat{\gamma} = 0.3$ – вдоль части стационарной линии, уходящей на бесконечность в третьем квадранте. Из седловых точек, находящихся на вещественной оси и помеченных значениями $x = 0.625H$, $x = 2.5H$ и $x = 5H$ проведены стационарные линии, представляющиеся на рис. 1 в виде отрезков прямых, пересекаемых линиями корней с номерами $n = 1, 2, 3, 4, 5$. Как следует из рисунка, каждая стационарная линия пересекает линию корней в двух точках. Участки линий корней, находящиеся слева от стационарных контуров определяют положение корней, которые следует учитывать в процессе вычисления.

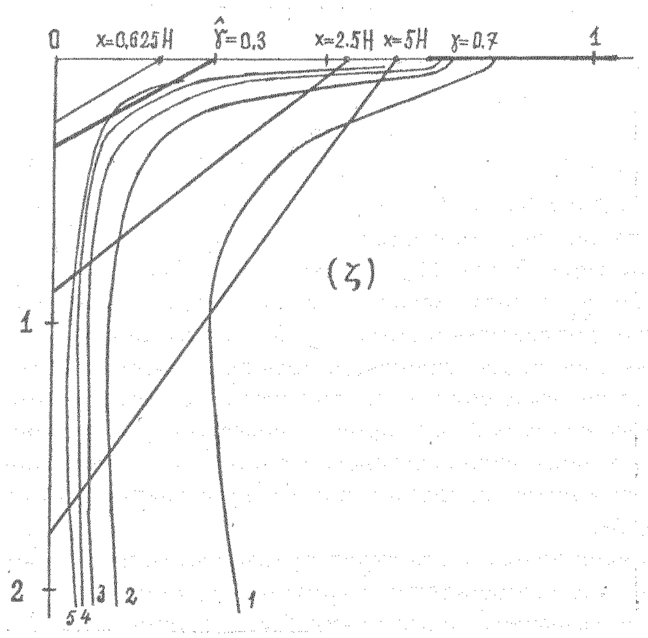

Рис. 1.

5. Таким образом, вычисление спектральной функции (2) сводится к двум контурным интегралам и к сумме вычетов в комплексных и вещественных корнях второй кратности, пересекаемых исходным контуром λ при его деформации. Заметим еще, что вещественные корни оказывают влияние на величину спектральной функции при больших значениях x ($x > 5.0H$) и в области низких частот $\varkappa$, тогда, как комплексные корни вносят существенный вклад в поле при не очень больших x и при достаточно больших значениях $\varkappa$.

На рис. 2 иллюстрируется характер поведения модуля интерференционной спектральной функции $|V(x, \varkappa)|$ при различных значениях x. До точки выхода головной волны модуль $|V|$ при $x = 0.75H$ имеет пять четких экстремумов. Примерно такой же вид имеет модуль спектра и в некоторой окрестности точки выхода $x \approx H$. Затем, характер поведения $|V|$ начинает меняться. Уже при $x = 2.5H$ и $x = 5H$ последующие экстремумы становятся более пологими. А затем на фоне экстремумов постепенно появляются дополнительные колебания, число которых возрастает по мере увеличения расстояния x. Это приводит к разрушению первого (на самых низких частотах $\varkappa$) экстремума и появлению зоны (особенно заметной на расстояниях $x = 7.5H$ и $x = 10.0H$) резкого уменьшения значений модуля спектральной функции. Это явление допускает простое объяснение, а именно. На больших расстояниях x и при $\varkappa \approx 1.25$ существенный вклад в спектральную функцию вносит корень Лява с номером $n = 0$. Корни Лява с более высокими номерами не дают существенного вклада на рассматриваемых расстояниях. Однако, они ответственны за появление осцилляций на последующих экстремумах.

Представляется, что на достаточно больших расстояниях $x \gg 10H$ поведение модуля спектральной функции $|V|$ определяется кривой, убывающей при увеличении параметра $\varkappa$. Такая спектральная функция определяет только одну волну, отраженную от второго горизонта, так как головная волна и волна Лява имеют незначительную интенсивность при больших удалениях от источника.

6. Для вычисления теоретических сейсмограмм необходимо определить, прежде всего, общую спектральную функцию, состоящую из произведения спектральной характеристики волны и спектральной характеристики сигнала для разных доминиру-

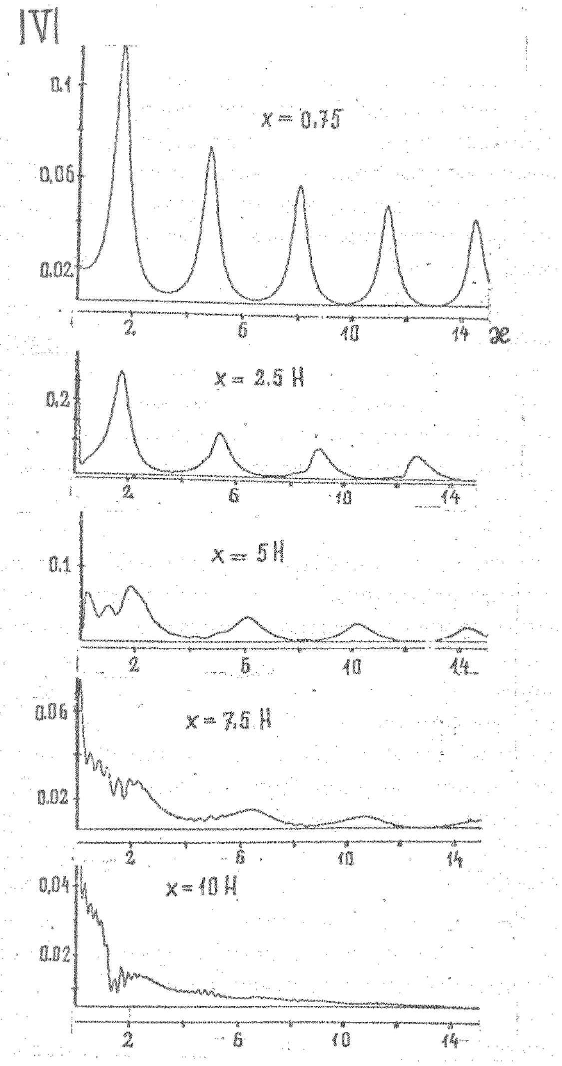

Рис. 2.

ющих частот $\tilde{\varkappa}_0 = 1, 3, 5$. Вычисление произведений характеристик приводит к разным результатам, зависящим от расстояния x. Общие спектральные характеристики представлены на рис. 3 для расстояния $x = 1.25H$ и значений доминирующих частот

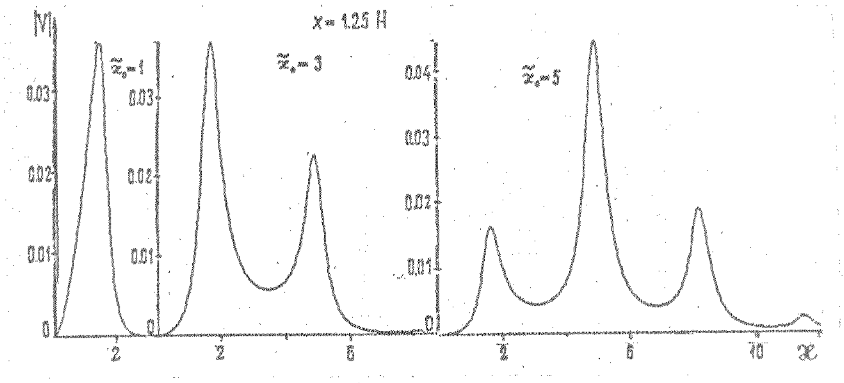

Рис. 3.

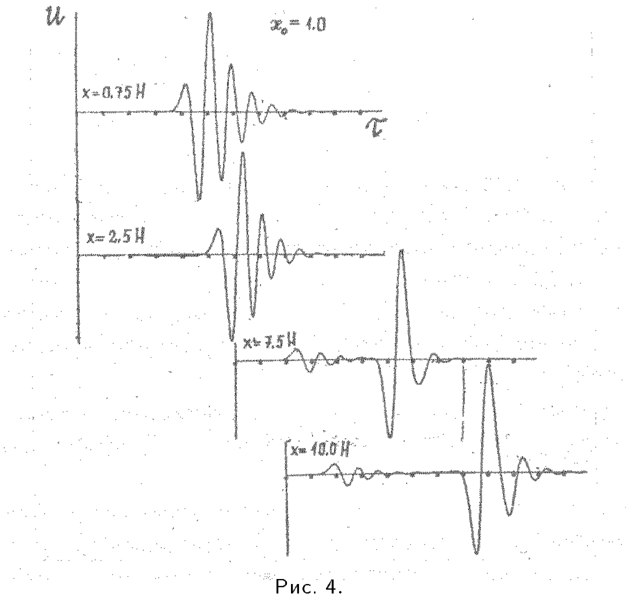

Рис. 4.

$\tilde{\varkappa}_0 = 1, 3, 5$.

Учитывая соотношения между длиной волны $\lambda_{\rm dom}$ и толщиной тонкого слоя h, которые для соответствующих $\tilde{\varkappa}_0 = 1, 3, 5$ равны $\lambda_{\rm dom} \approx 6h, 2h, 1.3h$, приходим к следующему выводу. Сильная интерференция волн, отраженных тонким слоем, происходит

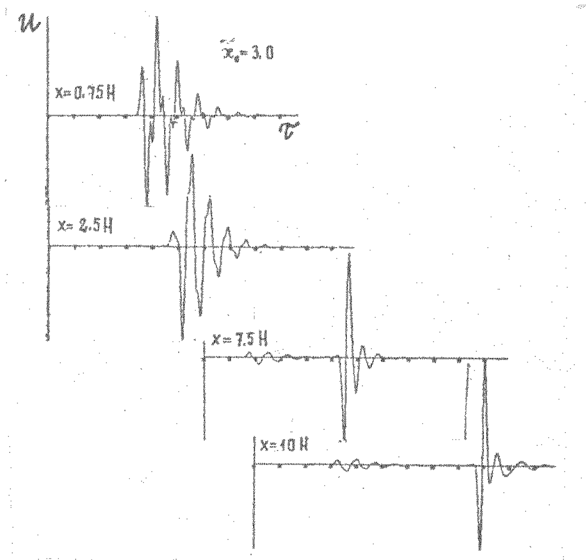

Рис. 5.

при $\tilde{\varkappa}_0 = 1$. При $\tilde{\varkappa}_0 = 3$ происходит частичная интерференция, а для $\tilde{\varkappa}_0 = 5$ наблюдаются даже отдельные волны, отраженные тонким слоем. Результаты расчета теоретических сейсмограмм интерференционных волн представлены на рисунках 4, 5, 6 для $\tilde{\varkappa}_0 = 1, 3, 5$, соответственно. Кривые даны в относительном масштабе, в котором максимальная амплитуда на каждой трассе принята за условную единицу. График поведения истинных амплитуд представлен на рис. 7.

На рисунках 4 и 5 ($\tilde{\varkappa}_0 = 1, 3$) приведены лишь четыре из рассчитанных расстояний x. На рис. 6 ($\tilde{\varkappa}_0 = 5$) приводится шесть трасс.

Сейсмограммы на рис. 4 имеют более низкочастотную запись, чем сейсмограммы на рисунках 5 и 6. При малых x на них представлена единая волна, состоящая из наложения кратных отраженных волн. На последующих трассах виден выход головной волны в первые вступления.

На больших расстояниях x в конечной части сейсмограмм наблюдается низкочастотная волна Лява (см. рис. 5, $\tilde{\varkappa}_0 = 3$). Показано с помошью расчетов (здесь опущенных), что в этой части сейсмограммы амплитуда волны Лява максимальна, хотя и на

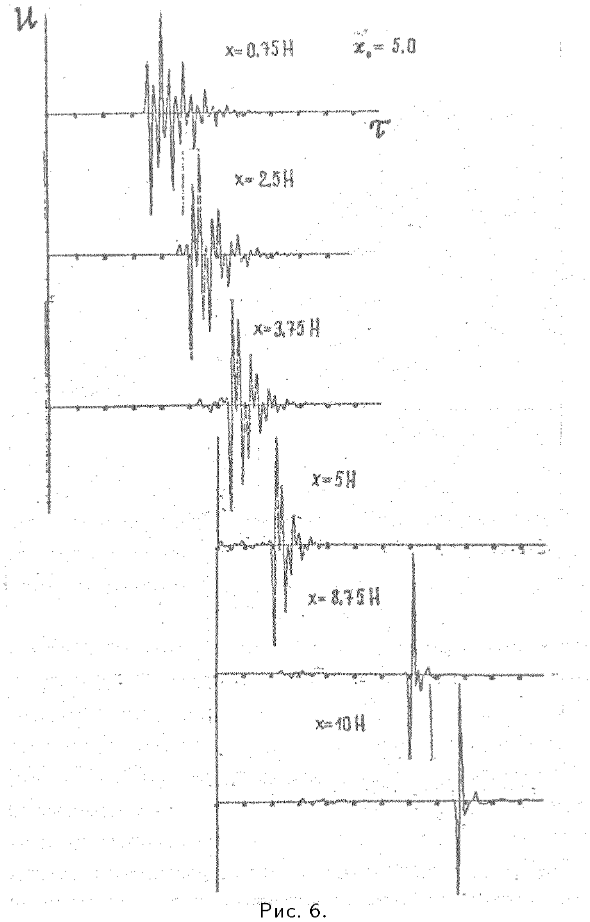

Рис. 6.

два порядка ниже максимальной амплитуды отраженной волны. На больших расстояниях x происходит затухание кратных отраженных волн и интерференционная волна становится все более похожей на отраженную волну от второго горизонта.

7. Заметим, что волна Лява на приведенных в п. 6 сейсмограммах достаточно малоинтенсивна. Поэтому представляет интерес увеличить ее интенсивность и проследить за характером ее затухания со временем τ.

Для этого были проведены расчеты с несколько измененными

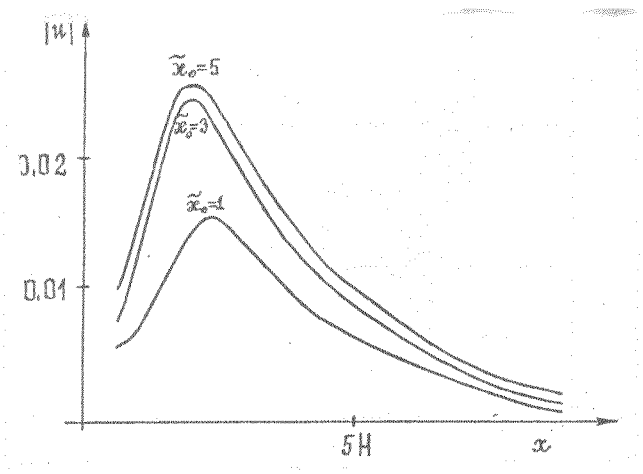

Рис. 7.

параметрами σ и $\hat{\sigma}$, а именно: $\sigma = 2.0$, $\hat{\sigma} = 12.5$, а остальные параметры оставались неизменными.

На рис. 8 приведены сейсмограммы для расстояний $x = 8.75H$ и $x = 10H$, причем рассмотрен случай $\tilde{\varkappa}_0 = 3$, т.к. предыдущие расчеты показывают, что волна Лява в этом случае наиболее интенсивна.

Действительно, как видно из рис. 8, волна Лява появляется в конце записи на каждой из сейсмограмм и она достаточно интенсивна. По формулам из работы [4] были рассчитаны значения фазовой и групповой скоростей для волн SH. Они представлены на рис. 9. С помощью известных методов (см. [5]) были обработаны участки, где волна Лява существует и получены значения групповых скоростей. На рис. 9 они представлены в виде кривой с точками. При этом получается, что значения групповой скорости на дисперсионной кривой и кривая, полученная в рзультате обработки, близки между собой. Этот факт можно считать подтверждением существования низкочастотной волны Лява.

8. Для выяснения влияния на поле u наличия в знаменателе подинтегрального выражения в (2) дисперсионного уравнения во второй степени, рассматривается поле u_1, спектральная функция

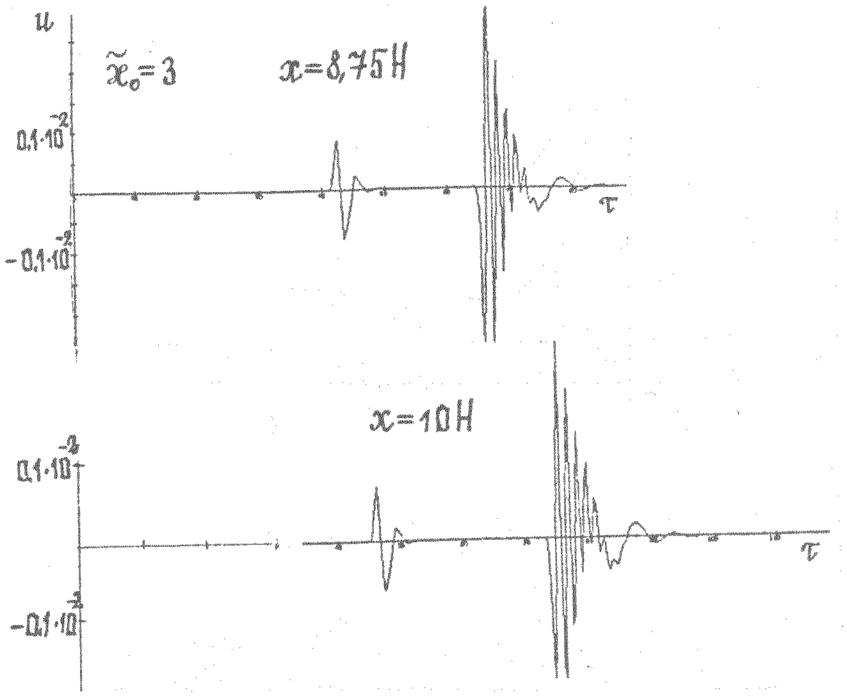

Рис. 8.

которого определяется интегралом

$$V_1(x,\varkappa)=\frac{1}{2\pi}\int\limits_{\lambda}K_0(\zeta,\varkappa)\cdot K(\zeta)\cdot\widetilde{K}_{21}(\zeta)\,e^{-\varkappa\varphi_1(\zeta,x)}\,d\zeta, \tag{15}$$

где $K_0(\zeta,\varkappa)$ и $K(\zeta)$ представлены формулами (3), $\widetilde{K}_{21}(\zeta)$ определяется формулой (8), а фазовая функция имеет вид

$$\varphi_1(\zeta,x)=ix\zeta+2H\sqrt{\zeta^2-\gamma^2}+\sqrt{\zeta^2-1}. \tag{16}$$

Интерференционное возмущение поля u_1 образуется только при падении на границу тонкого слоя, т.к. левая часть дисперсионного уравнения входит в (15) только в первой степени.

Поля смещений u_1 были вычислены для двух расстояний $x=1.25H$ и $x=8.75H$. Было установлено, что поле u_1 затухает быстрее, чем поле u. И если при малых x ($x=1.25H$) поля волн

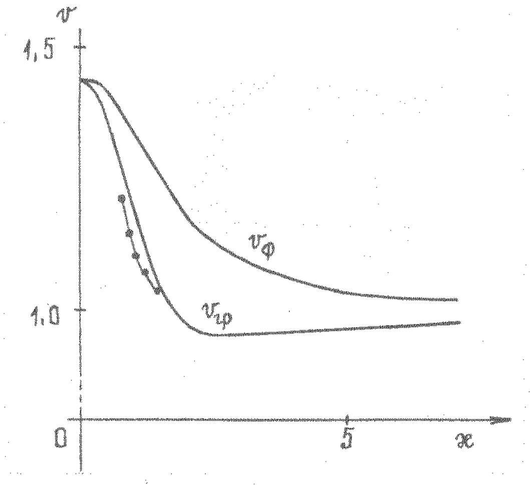

Рис. 9.

сравнимы по интенсивности, то при больших x ($x = 8.75H$) поле u_1 в два раза меньше по интенсивности поля u. Этот факт иллюстрируется на рисунках 10 ($\tilde{\varkappa}_0 = 5$) и 11 ($\tilde{\varkappa}_0 = 3$).

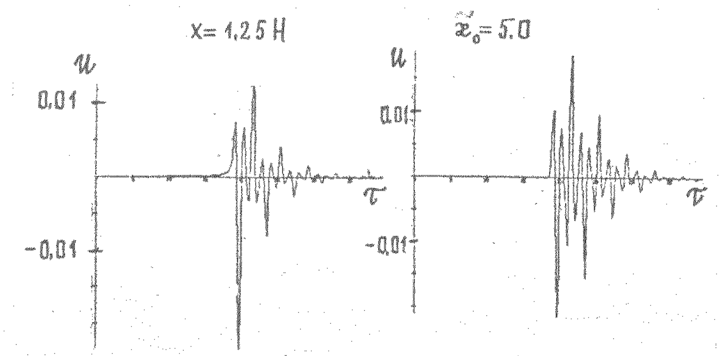

Рис. 10.

Отсюда следует, что присутствие в знаменателе левой части дисперсионного уравнения во второй степени обуславливает более устойчивое прослеживание поля на больших расстояниях x.

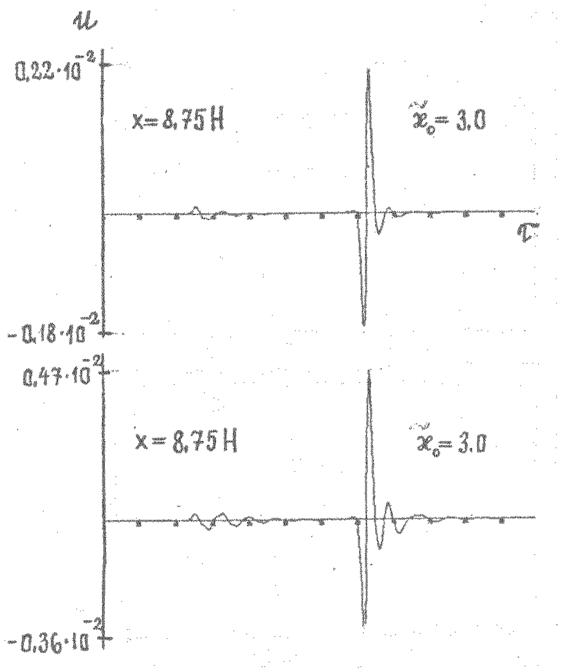

Рис. 11.

9. Точно также, как в работе [1], были проведены вычисления по формулам (7)–(9), описывающим поля одиночной отраженной волны. Сравнение этих полей с полями интерференционных волн помогает установить искажающие свойства слоистой приповерхностной структуры на формирование сигнала. На рис. 12 приведены поля одиночной волны только для доминирующей частоты $\tilde{\varkappa}_0 = 3$, т.к. все рисунки соответствующие значениям $\tilde{\varkappa}_0 = 1, 3, 5$ очень похожи между собой.

При сопоставлении записей, представленных на рис. 5 и рис. 12, становится очевидным, что они сильно отличаются друг от друга. Запись поля на рис. 5 имеет интерференционный характер. На больших расстояниях x в конце записи можно наблюдать низкочастотное колебание, которое является волной Лява. Головная волна на расстояниях $x \geqslant H$ имеет также интерференционный характер и состоит из нескольких колебаний. В слу-

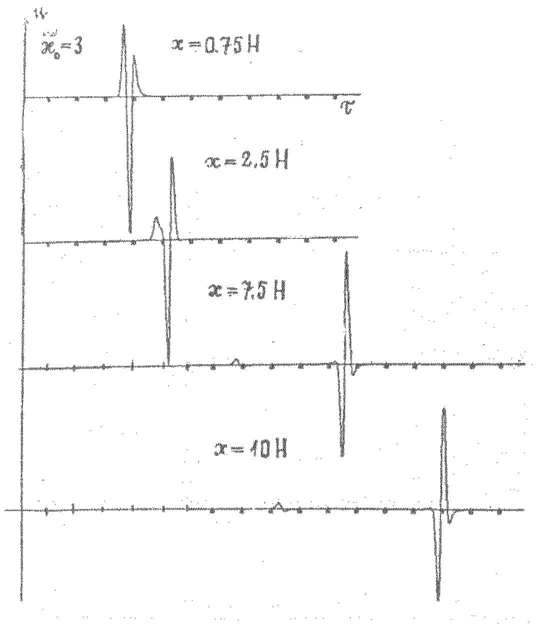

Рис. 12.

чае поля одиночной волны запись не носит интерференционного характера. Однако, видно изменение формы записи волны с расстоянием и появление головной волны, выходящей в первые вступления.

Таким образом, сравнение полей одиночной и интерференционной волн убеждает нас в искажающем влиянии верхней части разреза даже простейшего вида на формирование сигналов в случае $\gamma < 1$.

§2. О влиянии поверхностного тонкого слоя на поле волн, подходящих к слою из глубины среды (случай $\gamma > 1$)

10. Рассматривается модель среды с параметрами $H = 10$; $\gamma = 1.2$; $\hat{\gamma} = 0.5$; $\sigma = 0.6$; $\hat{\sigma} = 4.2$. Соответствующий скоростной разрез приведен на рис. 13.

Предполагается, что низкочастотный источник, заданный формулой (30) из [1], расположен в точке $\tilde{x} = 0$, $\tilde{z} = 0$ среды и возбуждает волны типа SH.

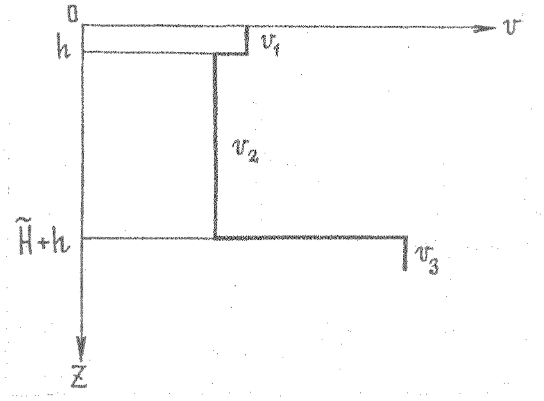

Рис. 13.

Расчеты волновых полей проводились в точках

$$x = 0.01H; \quad 0.5H; \quad 1.5H; \quad 2.5H; \quad 3.5H; \quad 4.5H \qquad (17)$$

профиля, расположенного на дневной поверхности среды. Выбор указанных эпицентральных расстояний обусловлен тем, чтобы изучить интерференционные явления, происходящие как в области допредельных так и запредельных отражений. При этом рассматривалась, в основном, частотная полоса спектра

$$0.02 \leqslant \varkappa \leqslant 15.02$$

при сигналах с различными значениями доминирующих частот (или длин волн λ_{dom}) источника

$$\tilde{\varkappa}_0 = 2\pi h/\lambda_{\mathrm{dom}} = 2\pi; \quad \pi; \quad \pi/2; \quad \pi/4. \qquad (18)$$

Результаты расчета теоретических сейсмограмм по формулам (1)–(5), (7)–(9) с учетом (10) в точках (17) поверхностного профиля для заданных доминирующих значений $\tilde{\varkappa}_0$ (18) источника приводятся на рисунках 14–17.

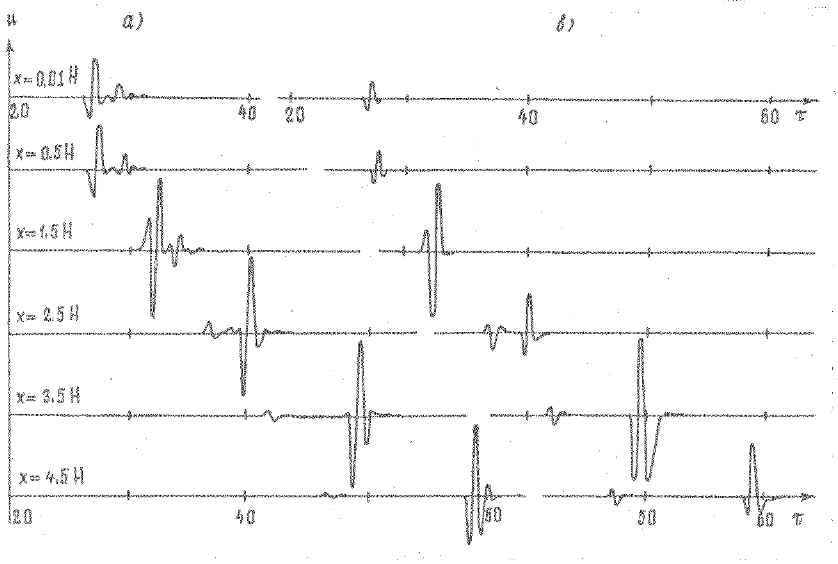

Рис. 14.

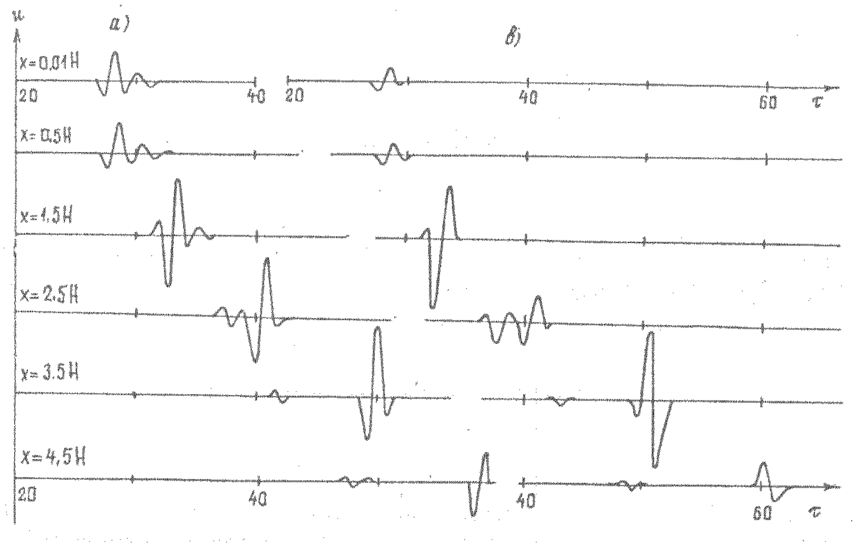

Рис. 15.

(Вертикальные относительные масштабы на всех рисунках

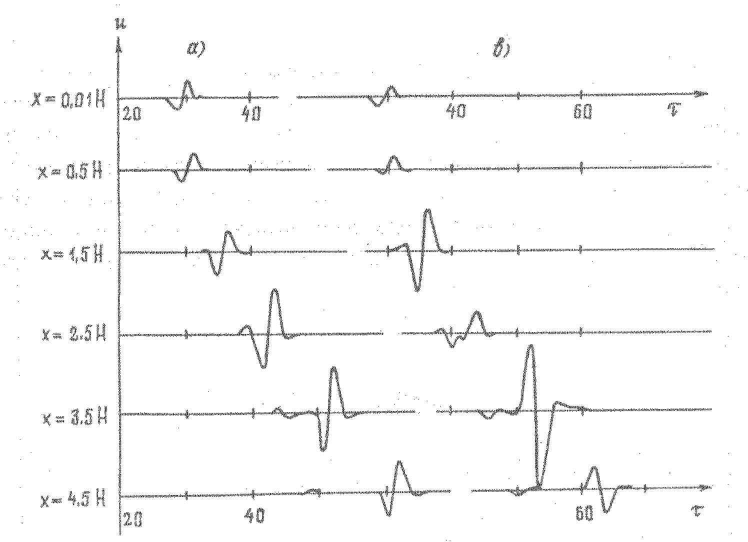

Рис. 16.

одинаковы.) Для удобства сопоставления полей интерференционных волн с полями, не учитывающими интерференцию в тонком слое, каждый из этих рисунков представлен двумя соответствующими сейсмограммами (а) и (в), отвечающими одному и тому же параметру $\tilde{\varkappa}_0$. Сравнительный анализ полученных волновых полей проводится сначала (более подробно) на примере сейсмограмм (рис. 14), вычисленных для заданного самого высокочастотного параметра $\tilde{\varkappa}_0 = 2\pi$, а затем – в более низкочастотной области значений $\tilde{\varkappa}_0$ из (18).

Для лучшего понимания результатов на рис. 18 показаны линии корней дисперсионного уравнения (6) с индексами $n = 0; 1; 2; 3$ на комплексной плоскости (ζ), а также проведены разрез из точки $\hat{\gamma}$ вдоль стационарной линии и стационарные контуры $1; 2; 3$, отвечающие эпицентральным расстояниям $x = 0.5H$, $2.5H$; $4.5H$, соответствующим четным трассам сейсмограмм (рис. 14а). Стационарные контуры для $x = 0.01H$; $0.5H$ не пересекают ни одной особой точки, поэтому поля интерференционных и неинтерференционных волн полностью определяются интегралами (1)–(5) и (7)–(9). Соответствующая волновая картина представлена

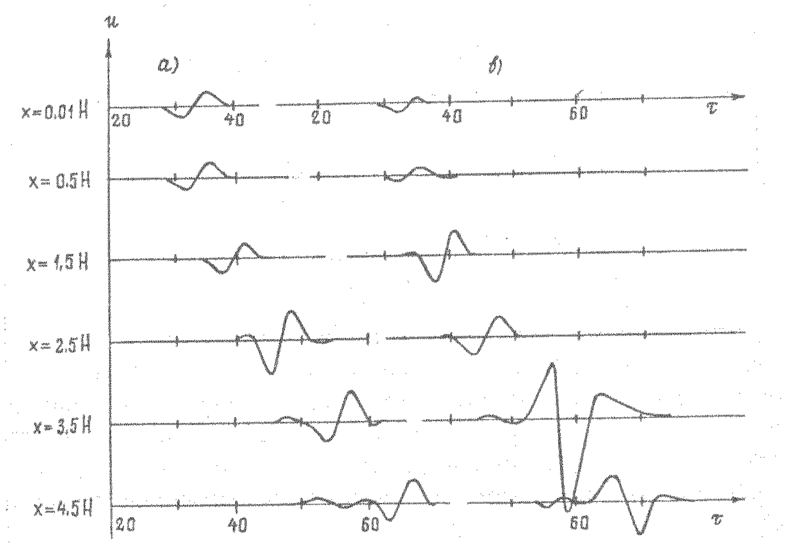

Рис. 17.

на первых двух трассах сейсмограмм (рис. 14). Вначале записи на этих трассах четко выделяется волна, отраженная от границы толстого слоя с нижним полупространством. Изменение знака вступления волны по сравнению с источником (рис. 8, [1]) связано с коэффициентом отражения от границы с полупространством, где $v_3 > v_2$ (рис. 13). Влияние тонкого слоя сказывается в удлинении записи по параметру τ за счет дополнительных отражений от верхней и нижней границ этого слоя (рис. 14а). В силу небольшой длины рассматриваемой здесь волны ($\lambda_{\mathrm{dom}}/h = 1$) кратная волна четко отделяется от предшествующей.

Более сложная волновая картина наблюдается на записях, соответствующих расстояниям $z = 1.5H$ и $x = 2.5H$. Это связано с вступлением головной волны, которая вначале (при $x = 1.5H$) находится в зоне интерференции с отраженной волной, а затем (при $x = 2.5H$) обе волны наблюдаются раздельно. Головная волна регистрируется раньше отраженной и имеет знак вступления такой же как и прямая волна. Однако, форма головной волны имеет интегральный вид по сравнению с волной, заданной в источни-

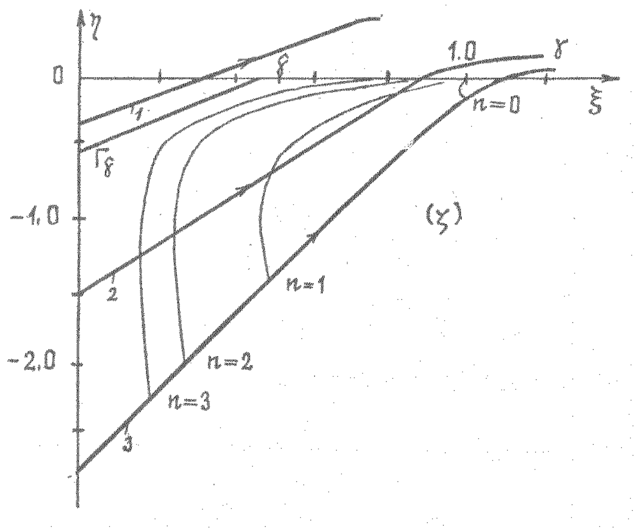

Рис. 18.

ке. Также как и на предыдущих трассах, здесь четко, особенно, при $x = 1.5H$ (рис. 14а), наблюдается кратно-отраженная волна, образованная в тонком слое.

Описанная волновая картина объясняется тем, что стационарные контуры, соответствующие расстояниям $x = 1.5H$ и $x = 2.5H$ (на рис. 18 показан контур 2 для $x = 2.5H$), пересекли разрез $\hat{\gamma}$ и некоторые линии корней дисперсионного уравнения (6). Таким образом, на этих расстояниях в поле интерференционной волны учитываются все три слагаемых из (10), однако вклад в суммарное поле они дают разный. При $x = 1.5H$ запись определяется суммой первого и второго слагаемых из (10), в то время, как в точке $x = 2.5H$ в поле интерференционной волны (рис. 14а) превалируют первый и третий слагаемые из (10). Запись же неинтерференционной волны на этих трассах характеризуется суммой интегралов по разрезу $\Gamma_{\hat{\gamma}}$ (головная волны) и по соответствующим стационарным контурам (запредельно-отраженная волна).

При дальнейшем возрастании эпицентрального расстояния x головная волна полностью отделяется от последующих запредельно-отраженных колебаний (см. две последние трассы на рис. 14), которые очень похожи по своей форме, несмотря на небольшие различия в соотношении амплитуд и продолжительности записи. Изменение формы запредельно-отраженной волны по сравнению с прямой волной (рис. 8, [1]) объясняется тем, что на этих расстояниях фаза коэффициента отражения от границы толстого слоя с нижним полупространством становится равной π [6]. Вместе с тем природа формирования этих колебаний различна. В поле интерференционной волны (рис. 14а) наряду с интегралом по разрезу $\Gamma_{\hat{\gamma}}$ основной вклад вносят вычеты в корнях $\zeta_n(\varkappa)$ дисперсионного уравнения (6) при индексе $n = 0$ (рис. 18), а поле неинтерференционной волны (рис. 14в) образуется за счет интеграла по разрезу $\Gamma_{\hat{\gamma}}$ и, в основном, интеграла по стационарному контуру, который пересекает вещественную ось комплексной плоскости (ζ) около единицы. Вклад же интеграла, отвечающему волне, экранированной тонким слоем, незначителен. В качестве иллюстрации на рис. 19 приведены модули спектральных характеристик отраженной, головной и экранированной волн, обозначенные соответственно цифрами 1; 2; 3 для $x = 4.5H$.

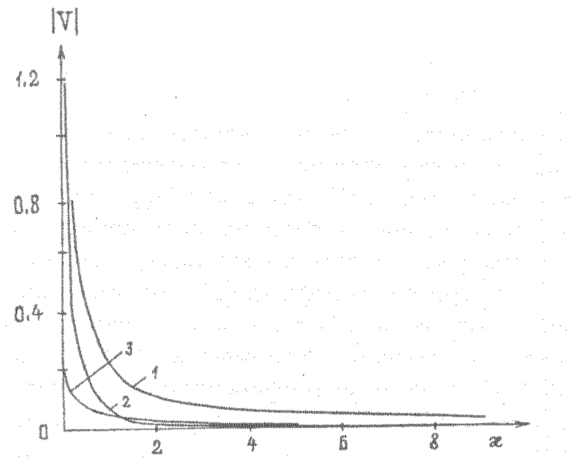

Рис. 19.

Таким образом, поле неинтерференционной волны в этой точке можно рассматривать как аналог головной волны, образующейся на границе тонкого и толстого слоев. В интерференционном случае этой волне соответствует волновой пакет, образующийся за счет вычетов в корнях $\zeta_n(\varkappa)$ дисперсионного уравнения (6).

Различия полей интерференционных и неинтерференционных волн начинают проявляться при переходе в низкочастотную область спектра Фурье. Если при $\tilde{\varkappa}_0 = \pi$ (рис. 15) изменения в записи на последних трассах выражаются, в основном, в соотношениях амплитуд экстремумов, то уже при $\tilde{\varkappa}_0 = \pi/2$ (рис. 16) и, особенно, когда $\tilde{\varkappa}_0 = \pi/4$ (рис. 17), записи интерференционных и обычных отраженных полей волн в последующих вступлениях сильно отличаются (вплоть до изменения знака вступления). Это объясняется различными условиями интерференции волн в низкочастотной области, где спектральные характеристики составляющих волнового поля изменяются особенно быстро. Особенности же изменения формы записи на больших расстояниях при различных $\tilde{\varkappa}_0$ (например, для $x = 4.5H$) связаны с наложением сигнала в источнике на разных частотах.

На основании выполненных расчетов для модели с инверсией скорости в толстом слое ($\gamma > 1$) можно считать, что влияние тонкого слоя на поле волн Лява сказывается в следующем:

1. При большой мощности инверсионного слоя ($H = \widetilde{H}/h = 10$) в сравнительно высокочастотной области спектра Фурье ($\tilde{\varkappa}_) = 2\pi, \pi$) записи на сейсмограммах интерференционных волн являются более продолжительными по относительному параметру τ за счет влияния кратно-отраженных волн, возникающих в тонком слое.

2. В низкочастотной области спектра Фурье (при $\tilde{\varkappa}_0 = \pi/2, \pi/4$) на небольших удалениях от источника поля интерференционных и неинтерференционных волн похожи. Существенные различия (в интенсивности, в форме записи, в соотношении экстремумов) проявляются на больших эпицентральных расстояниях.

3. В связи с тем, что верхняя часть разреза (ВЧР), как правило, состоит из нескольких тонких слоев, то несомненно, что влияние ВЧР на волновое поле будет еще более ощутимым, и этот факт необходимо учитывать при обработке и интерпретации сейсмических данных.

Литература

1. Н. С. Смирнова, Ю. А. Сурков, *Классическая и обобщенная задачи Лява*

в области низкочастотных интерференционных волн сигнального типа.I. — Зап. научн. семин. ПОМИ **225** (1996), 5–39.
2. Г. И. Петрашень, Б. М. Каштан, Ю. В. Киселев, *Количественное изучение нестационарных интерференционных волновых полей в слоисто-однородных упругих средах с плоско-параллельными границами раздела.* — Зап. научн. семин. ПОМИ **214** (1994), 7–186.
3. М. А. Лаврентьев, Б. В. Шабат, *Методы теории функций комплексного переменного.* Москва (1951).
4. Д. К. Озеров, *Теоретико-экспериментальное исследование волн Лява, часть I. Теория.* — В кн.: Вопросы динамической теории распространения волн II. ЛГУ (1959), с.52–78.
5. Д. К. Озеров, А. П. Волин, *Теоретико-экспериментальное исследование волн Лява, часть II. Эксперимент.* — В кн.: Вопросы динамической теории распространения волн II. ЛГУ (1959), с.79–94.
6. *Материалы количественного изучения динамики сейсмических волн,* II. ЛГУ (1957).

Smirnova N. S., Surkov Yu. A. Classical and generalized Love problems in the domain of low-frequency interference waves of the signal type. II.

Computation of the low-frequency interference waves of the SH-type in the generalized Love problem is considered. The model of the medium consists of the thin elastic layer, the thick layer and the half-space. The layers and the half-space are in a rigid contact with each other. It is assumed that the waves pass through the thick layer twice, there and back. A new method suggested by G. I. Petrashen for computation of wave fields allows us to compute the fields of the SH-waves and to make some conclusions concerning its behavior. The computations are considered for two cases $\gamma < 1$ and $\gamma > 1$ where γ is a ratio of the velocities in the thin and the thick layers. In both cases, the thin layer essentially distorts a signal transmitted deep into the medium.

С.-Петербургское отделение
Математического института
им. В. А. Стеклова РАН

Поступило 16 октября 1997 г.