Записки научных
семинаров ПОМИ
Том 254, 1998 г.

Н. А. Широков

КОНСТРУКТИВНЫЕ ОПИСАНИЯ КЛАССОВ ФУНКЦИЙ ПОЛИНОМИАЛЬНЫМИ ПРИБЛИЖЕНИЯМИ. II

Данная работа является продолжением работы [1]. Здесь мы еще раз возвращаемся к понятию аппроксимативных энтропий, определенных в [2, 3], и доказываем теорему о приближениях, в которой эти объекты фигурируют.

Идея введения аппроксимативных энтропий состоит в том, чтобы данное пространство функций, непрерывных на каком-то континууме и аналитических в его внутренности, описывать скоростью полиномиальных приближений с использованием в определенном смысле "наиболее экономного" набора полиномов.

1. Определения и формулировка теоремы о приближениях

Перейдем к необходимым обозначениям. Пусть D – некий континуум, $\Gamma = \partial D$; $\{\gamma_n(z)\}_{n=1}^{\infty}$ – набор кусочно-непрерывных функций на Γ, $\gamma_n(z)>0$ при всяком $z\in\Gamma$ и всяком $n\geqslant 1$; $\{m_n\}_{n\geqslant 1}$ – набор целых неотрицательных чисел, $(\gamma, m) \overset{\text{def}}{=} \left(\{\gamma_n(z)\}_{n=1}^{\infty}, \{m_n\}_{n=1}^{\infty}\right)$. Далее $AC(D)$ означает пространство функций, непрерывных в D и аналитических во внутренности D, $\Lambda^{\alpha}(D) \subset AC(D)$ – подпространство функций, удовлетворяющих условию Гельдера порядка α, $0<\alpha<1$, $\Pi_{(\gamma,m)}(D) \subset AC(D)$ – пространство функций $f \in AC(D)$ таких, что для всякого $n = 1, 2\ldots$ найдется полином p_n, $\deg p_n \leqslant m_n$, для которого

$$| f(z) - p_n(z) | \leqslant c_f \gamma_n(z), \quad z \in \Gamma, \tag{1}$$

с некоторой постоянной c_f, не зависящей от n и z, $\Pi_{(\gamma,m)}(D)$ – банахово пространство с нормой

$$\|f\|_{\Pi_{(\gamma,m)}(D)} = \\ = \|f\|_{AC(D)} + \sup_{n\geqslant 1} \inf_{p_n : \deg p_n \leqslant m_n} \sup_{z\in\Gamma} \frac{|f(z)-p_n(z)|}{\gamma_n(z)}. \tag{2}$$

Конструктивное описание $\Lambda^\alpha(D)$ мы понимаем как равенство $\Lambda^\alpha(D) = \Pi_{(\gamma,m)}(D)$; нашей целью является получить такие конструктивные описания $\Lambda^\alpha(D)$, для которых используется по возможности "скудная" последовательность $\{m_n\}_{n\geqslant 1}$, что определяется характеристикой

$$r_m(k) = \mathrm{card}\{n : m_n \leqslant k\}. \tag{3}$$

При рассмотрении возможных последовательностей весов $\{\gamma_n\}$, участвующих в оценках (1), заранее ограничимся лишь такими наборами, в которых γ_n не менее гладкие, чем функции из описываемого класса $\Lambda^\alpha(D)$. Итак, предполагаем, что существует постоянная c, не зависящая от n, z_1 и z_2 и такая, что выполняется условие

$$|\, \gamma_n(z_1) - \gamma_n(z_2) \,| \leqslant c \,|\, z_1 - z_2 \,|^\alpha, \quad z_1,\, z_2 \in \Gamma. \tag{4}$$

Пусть $g(z,\infty)$ – функция Грина для $\mathbb{C} \setminus D$ с полюсом в ∞ и $\Gamma_h = \{z \in \mathbb{C}\setminus D : g(z,\infty) = h\}$, $\rho_h(z) = \mathrm{dist}\,(z, \Gamma_h)$ – классическое семейство весов, определенное В. И. Дзядыком [4]. Предположим, что

$$\gamma_n(z) \geqslant \rho^\alpha_{1/(m_n+1)}(z), \quad z \in \Gamma, \tag{5}$$

при всяком n. Пусть, далее, при $0 < \alpha < 1$ и постоянной c из (4) определена совокупность

$$\begin{aligned} S_\alpha(D,c) = \bigl\{(\gamma,m) : \gamma \ \ &\text{удовлетворяет условиям (4) и (5)} \\ &\text{и} \ \ \Pi_{(\gamma,m)}(D) = \Lambda^\alpha(D)\bigr\} \end{aligned} \tag{6}$$

(это обозначение несколько изменено в сравнении с [2]).

Если $(\gamma,m) \in S_\alpha(D,c)$, то оператор вложения $V(\gamma,m)$:

$$V(\gamma,m) : \Lambda^\alpha(D) \to \Pi_{(\gamma,m)}(D),$$

непрерывен по теореме о замкнутом графике, норма в $\Pi_{(\gamma,m)}(D)$ определена в (2). Положим

$$\|(\gamma,m)_\alpha\| = \|V(\gamma,m)\|_{\Lambda^\alpha(D)\to\Pi_{(\gamma,m)}(D)}.$$

Наконец, если $r_m(k)$ определено в (3), а $S_\alpha(D,c)$ – в (6), то пусть

$$e_\alpha(D;c,T) = \inf_{(\gamma,m)\in S_\alpha(D;c),\|(\gamma,m)_\alpha\|\leqslant T} \ \varlimsup_{k\to\infty} \frac{\log r_m(k)}{\log k} \tag{7}$$

(обозначение в (7) также несколько изменено в сравнении с [2]). Величина $e_\alpha(D;c,T)$ – одна из возможных количественных характеристик "экономности" набора (γ,m), названная в [2] аппроксимативной энтропией континуума D. Отметим, что из результатов В. И. Белого [5] следует, что $e_\alpha(D;c,T)=0$ для области D, ограниченной квазиконформной кривой при $c\geqslant c(D,\alpha)$ и $T\geqslant T(D,\alpha)$, поскольку можно положить

$$m_n=2^n,\quad \gamma_n(z)=\rho^\alpha_{1/(2^n+1)}(z),\quad z\in\Gamma.$$

Если же D_θ – континуум $[-1,0]\cup[0,e^{i\theta}]$, $\theta\neq 0,\pi$, то, как показано в [3], при всяких $c>0$ и $T>0$ имеем $e_\alpha(D_\theta;c,T)>0$.

В настоящей работе доказывается следующий результат.

Теорема. *Пусть D – жорданова область, ограниченная кривой Γ с ограниченным граничным вращением (см. [1]) и не имеющая нулевых внешних углов. Тогда*

$$\inf_{c>0,T>0} e_\alpha(D;c,T)=0. \tag{8}$$

2. Начало доказательства: предварительные результаты

2.1. Прежде чем приступить к доказательству соотношения (8), введем еще ряд определений. Будем говорить, что множество Λ натуральных чисел обладает (ℓ,δ)-свойством, если оно получено в результате следующей процедуры. Из произвольного отрезка $[a,b]$, длина которого $\geqslant\ell$, выбрасывается отрезок $[c,d]$, содержащий не менее $\delta(b-a+1)$ целых точек; если же $b-a<\ell$, то из отрезка $[a,b]$ не выбрасывается ничего. Если $c-a<\ell$, $d-b<\ell$, то из отрезков $[a,c]$, $[d,b]$ далее ничего не выбрасывается; с тем же из отрезков $[a,c]$, $[d,b]$, длина которого $\geqslant\ell$, проводим ту же операцию, что и с начальным отрезком $[a,b]$. Подобную процедуру с отрезком $[a,b]$ можно проделать лишь конечное число раз, в результате получится некоторое множество $\Lambda\subset[a,b]$, о котором и будем говорить, что оно обладает (ℓ,δ)-свойством.

Если G – жорданова область, ограниченная кривой ограниченного граничного вращения и не имеющая нулевых внешних и внутренних углов, $E\subset\partial G$ – некоторое множество, то говорим, что множество E обладает $K(\delta_0)$-свойством, если существует такое $\delta_0>0$, что для любой дуги $I\subset\partial G$ такой, что $I\cap E\neq\varnothing$, существует дуга $J\subset I\setminus E$ такая, что $|J|\geqslant\delta_0|I|$, где $|I|$, $|J|$ – длины дуг I, J.

2.2. Установим теперь ряд утверждений, которые и приведут к доказательству теоремы.

Лемма 1. *Пусть* $0 < \Delta < \frac{1}{4}$, δ *– корень уравнения*

$$2^{-\delta} + 2^{\delta}\Delta^{\delta} = 1. \tag{9}$$

Тогда для всякого $n \geqslant 1$ *существует не более чем* $4n^{\delta}$ *попарно дизъюнктных множеств* $\Lambda_1, \Lambda_2, \ldots$ *таких, что* $\bigcup_{k\geqslant 1} \Lambda_k = [1, n] \cap \mathbb{N}$, *обладающих* $(1/\Delta, \Delta)$*-свойством.*

Доказательство. Пусть $\eta(n)$ означает наименьшее количество попарно дизъюнктных множеств, каждое из которых обладает $(1/\Delta, \Delta)$-свойством и которые в совокупности покрывают отрезки натурального ряда $[I, n] \cap \mathbb{N}$. Считаем, что $n > 4/\Delta$. Рассмотрим отрезок $[(n+1)/2 - \Delta n/2 - 1, (n+1)/2 + \Delta n/2 + 1]$. Он содержит по крайней мере $[\Delta(n+1)]$ натуральных чисел. Каждый из отрезков $[1, (n+1)/2 - \Delta n/2 - 1] \cap \mathbb{N}$, $[(n+1)/2 + \Delta n/2 + 1] \cap \mathbb{N}$ можно по определению функции η разбить на $\eta([(n+1)/2 - \Delta n/2 - 1])$ требуемых множеств. Если взять $\Lambda_j^{(1)} \subset [1, (n+1)/2 - \Delta n/2 - 1]$ и $\Lambda_j^{(2)} \subset [(n+1)/2 + \Delta n/2 + 1, n]$, то множество $\Lambda_j = \Lambda_j^{(1)} \cup \Lambda_j^{(2)}$ обладает $(1/\Delta, \Delta)$-свойством, поэтому $\eta([(n+1)/2 - \Delta n/2 - 1])$ множеств Λ_j и множества, покрывающие отрезок $[(n+1)/2 - \Delta n/2 - 1, (n+1)/2 + \Delta n/2 + 1] \cap \mathbb{N}$, покрывают весь отрезок $[I, n] \cap \mathbb{N}$. Поэтому

$$\eta(n) \leqslant \eta\left(\frac{1-\Delta}{2}n + \frac{1}{2}\right) + \eta(\Delta n + 2) \leqslant \eta\left(\frac{n}{2}\right) + \eta(\Delta n + 2). \tag{10}$$

Если предположить, что при $n \leqslant 2^k$ выполнена оценка $\eta(n) \leqslant cn^{\delta}$, где δ определено в (8), то при $2^k \leqslant n < 2^{k+1}$ из (10) получаем

$$\eta(n) \leqslant cn^{\delta}\left(2^{-\delta} + 2^{\delta}\Delta^{\delta}\right) \leqslant cn^{\delta}. \tag{11}$$

Поскольку при $n \leqslant 4/\Delta$ для покрытия отрезка $[I, n] \cap \mathbb{N}$ достаточно $\leqslant 4$ отрезков длины $1/\Delta$, то (11) дает индуктивный переход с постоянной $c = 4$. Лемма доказана.

2.3. Приступим к построению семейства функций $\{\gamma_n(z)\}_{n=1}^{\infty}$, которые требуются для проверки (8). Пусть функция φ отображает $\mathbb{C} \setminus D$ на внешность единичного круга $\mathbb{C} \setminus \mathbb{D}$, $\varphi(\infty) = \infty$, $\varphi'(\infty) > 0$, ψ – обратное отображение. Пусть $z_1, \ldots, z_N$ – все точки, в которых внешние относительно D углы равны 2π, $t_k = \varphi(z_k)$, причем точки t_k перенумерованы в порядке возрастания аргумента, середину каждой дуги $(t_k, t_{k+1}) \subset \partial\mathbb{D}$ обозначим через t_k^0, $z_k^0 = \psi(t_k^0)$; $t_{N+1} = t_1$. Положим $\Gamma_k^+ = \psi((t_{k-1}^0, t_k))$, $\Gamma_k^- = \psi((t_k, t_k^0))$. Разобьем каждую дугу (t_{k-1}^0, t_k) и (t_k, t_k^0) на 2^n равных дуг, середины дуг этого разбиения, перенумерованные в порядке возрастания аргумента, обозначим соответственно через $t_{k\ell n}^+$ и $t_{k\ell n}^-$, а сами эти души соответственно через $\lambda_{k\ell n}^+$ и $\lambda_{k\ell n}$. Применяя к отрезку $[1, 2^n]$ лемму 1, получим $\eta(2^n) \leqslant 4 \cdot 2^{n\delta}$ попарно дизъюнктных множеств Λ_L, удовлетворяющих $(1/\Delta, \Delta)$-условию, которые покрывают отрезок $[1, 2^n] \cap \mathbb{N}$. Пусть

$$V_{2L,n} = \bigcup_{k=1}^{N} \bigcup_{\ell \in \Lambda_l} \{z_{k\ell n}^+\}, \quad V_{2L-1} = \bigcup_{k=1}^{N} \bigcup_{\ell \in \Lambda_l} \{z^- k\ell n\},$$

где $z_{k\ell n}^{\pm} = \psi(t_{k\ell n}^{\pm})$.

Положим теперь

$$\gamma_{k\ell n}^+(z) = \left|\psi'\left((1+2^{-n})t_{k\ell n}^+\right)\right|^{\alpha} \cdot 2^{-n\alpha} + |z - z_{k\ell n}^0|^{\alpha}, \qquad \varkappa_n = \sum_{s=0}^{n-1} 2\eta(2^s). \tag{12}$$

При $z \in \Gamma_k^+$, $k = 1, \dots, N$, пусть

$$\gamma_{\varkappa_n+2L}^0 = \min_{\ell \in \Lambda_L} \gamma_{k\ell n}^+(z), \quad L \leqslant \eta(2^n), \tag{13}$$

а при $z \in \Gamma_k^-$ найдем точку $\xi \in \Gamma_k^+$ такую, что длина$(z, z_k)_\Gamma =$ длина$(\xi, z_k)_\Gamma$ и положим

$$\gamma_{\varkappa_n+2L}^0(z) = \gamma_{\varkappa_n+2L}^0(\xi) + \operatorname{dist}^{\alpha}(z, \Gamma_k^+). \tag{14}$$

Функции $\gamma_{\varkappa_n+2L-1}^0$ задаются аналогично с использованием дуг (t_k, t_k^0) вместо дуг (t_{k-1}^0, t_k). При $\varkappa_n < \nu \leqslant \varkappa_{n+1}$ полагаем $m_\nu^0 = 2^n$, $(\gamma^0, m^0) = (\{\gamma_\nu^0(z)\}_{\nu=1}^\infty, \{m_\nu^0(z)\}_{\nu=1}^\infty)$.

Из вышеприведенного построения (12)–(14) весов γ_ν^0 и свойств функций ψ' и $\rho_h(z)$ для областей D рассматриваемого вида [1] легко получаются следующие утверждения.

Лемма 2. *Существуют постоянные c_1, c_2, не зависящие от z и ν такие, что справедливы соотношения*

$$\gamma_\nu^0(z) \geqslant c_1 \rho_{\frac{1}{m_\nu^0+1}}^{\alpha}(z), \quad z \in \Gamma, \tag{15}$$

$$\left|\gamma_\nu^0(z_1) - \gamma_\nu^0(z_2)\right| \leqslant c_2|z_1 - z_2|^\alpha, \quad z_1,\ z_2 \in \Gamma. \tag{16}$$

Соотношения (15) и (16) показывают, что веса $\frac{1}{c_1}\gamma_\nu^0$ удовлетворяют необходимым условиям (4) и (5).

3. Доказательство равенства $\Lambda^\alpha(D) = \Pi_{(\gamma^0, m^0)}(D)$. Окончание доказательства теоремы

Приступим к проверке указанного равенства.

3.1. Лемма 3. *Справедливо включение* $\Lambda^\alpha(D) \subset \Pi_{(\gamma^0, m^0)}(D)$.

Доказательство. Построим две вспомогательные области $D^+ \supset D$ и $D^- \supset D$ с границами, являющимися кривыми ограниченного граничного вращения без точек заострения. Для этого в точках z_k, $1 \leqslant k \leqslant N$ продолжим общую касательную к дугам Γ_k^+ и Γ_k^- на некоторый отрезок $s_k = [z_k, z_k']$, лежащий вне D, и соединим точки z_k' и z_k^0 дважды гладкой кривой ω_k^-, лежащей вне D, имеющей гладкое касание с s_k в точке z_k' и общую одностороннюю касательную с Γ_k^+ в точке z_k^0. Соединим точки z_k' и z_{k+1}^0 дважды гладкой кривой ω_k^+, лежащей вне D, кроме точки z_{k+1}^0, имеющей общие касательные с s_k и Γ_k^-, при этом отрезки s_k и дуги $\omega_k^\pm$ попарно не пересекаются.

Пусть D^+ – область, ограниченная кривыми Γ_k^+ и ω_k^+, а D^- – область, ограниченная кривыми Γ_k^- и ω_k^-, $1 \leqslant k \leqslant N$.

Возьмем теперь произвольную функцию $f \in \Lambda^\alpha(D)$, $\|f\|_{\Lambda^\alpha(D)} = 1$, и построим полиномы p_ν, $\deg p_\nu \leqslant m_\mu$, для которых

$$|f(z) - p_\nu(z)| \leqslant c\gamma_\nu(z), \quad z \in \Gamma.$$

Пусть сначала ν – четное, $\nu = \varkappa_n + 2Q$, $Q < \eta(2^n)$. Тогда $m_\nu = 2^n$. Рассмотрим множество $V_{2Q,n}$. Из его построения и свойств отображающей функции ψ [1] следует, что оно обладает $K(\delta_0)$-свойством, где δ_0 зависит только от D и Δ. Нам потребуется следующий результат [6].

Теорема A. *Пусть множество* $E \subset \partial D^+$ *обладает* $K(\delta_0)$*-свойством, функция* f *определена на* E *и удовлетворяет условию*

$$|f(z_1) - f(z_2)| \leqslant |z_1 - z_2|^\alpha, \quad z_1, z_2 \in E.$$

Тогда существует постоянная c_3*, зависящая только от* D^+*,* δ_0 *и* α*, и функция* $f_0^+ \in \Lambda^\alpha(D^+)$ *такая, что*

$$|f_0^+(z_1) - f_0^+(z_2)| \leqslant c_3|z_1 - z_2|^\alpha, \quad z_1, z_2 \in D^+, \tag{17}$$

и

$$f_0\big|_E = f. \tag{18}$$

Применим теорему A для множества $E = V_{2Q,n}$ и рассматриваемой функции $f \in \Lambda^\alpha(D)$. Полученную функцию, удовлетворяющую условиям (17) и (18), обозначаем через $f_{0,\nu}^+$. Из определения (14) весов γ_ν^0 и соотношений (17) и (18) заключаем, что

$$|f(z) - f_{0,\nu}(z)| \leqslant c_3\gamma_\nu^0(z), \quad z \in \Gamma. \tag{19}$$

Теперь определим требуемый полином p_ν. Пусть $R = 1 + 2^{-n}$, $\xi_{R,\theta} = \xi_{R,\theta}(\xi) = \psi(Re^{-i\theta}\varphi(\xi))$, $\xi \in \Gamma$, $N_0 = 2^n$, постоянные p и m выбраны достаточно большими, что обеспечивается свойствами области D^+, и пусть p_ν – следующий полином [7, 8, 1], построенный для рассматриваемой конкретной ситуации:

$$p_\nu(z) = \frac{1}{2\pi i}\int\limits_{-\pi}^{\pi} J_{m,N_0}(\theta)d\theta \int\limits_{\partial D^+} f_{0,\nu}^+(\xi)\sum_{k=1}^{p}\frac{(\xi_{R,\theta} - \xi)^{k-1}}{(\xi_{R,\theta} - z)^k}d\xi.$$

Как следует из леммы 2 в [1] и определений (12)–(14), при $z \in \Gamma$ для весов γ_ν^0, определенных в (14), справедливо неравенство

$$|f_{0\nu}^+(z) - p_\nu(z)| \leqslant c_4\gamma_\nu^0(z), \quad z \in \Gamma.$$

откуда из (19)

$$|f(z) - p_\nu(z)| \leqslant c\gamma_\nu^0(z), \quad z \in \Gamma. \tag{20}$$

Если же ν – нечетное, $\nu = \varkappa_n + 2Q - 1$, $Q \leqslant \eta(2^n)$, то рассматриваем множество $V_{2Q-1,n}$ и область D^-, для которой строим функцию $f_{0,\nu}^- \in \Lambda^\alpha(D)$ такую, что $f_{0,\nu}^-\big|_{V_{2Q-1,n}}$, и полагаем

$$p_\nu(z) = \frac{1}{2\pi i}\int\limits_{-\pi}^{\pi} J_{m,N_0}(\theta)d\theta \int\limits_{\partial D^-} f_{0,\nu}^-(\xi)\sum_{k=1}^{p}\frac{(\xi_{R,\theta} - \xi)^{k-1}}{(\xi_{R,\theta} - z)^k}d\xi.$$

Тогда, аналогично (20), найдем, что

$$|f(z) - p_\nu(z)| \leqslant c\gamma_\nu^0(z), \quad z \in \Gamma,$$

что вместе с (20) и доказывает лемму.

3.2. Лемма 4. *Справедливо включение* $\Pi_{(\gamma^0,m^0)}(D)\subset\Lambda^\alpha(D)$.

Доказательство. Пусть $f\in\Pi_{(\gamma^0,m^0)}(D)$. Пользуясь методикой Е. М. Дынькина [9, 10], продолжим функцию f в $\mathbb{C}\setminus D$ финитно, непрерывно и так, чтобы выполнялось соотношение

$$\left|\frac{\partial f(z)}{\partial\overline{z}}\right|\leqslant c\operatorname{dist}^{\alpha-1}(z,D). \tag{21}$$

Тогда заведомо справедливо $f\in\Lambda^\alpha(D)$ [9], что дает утверждение леммы. Продолжение функций f строим во многом аналогично тому, как это впервые сделал Е. М. Дынькин [10] (см. также [1], теорема 2). Пусть ν – четное, $\varkappa_n<\nu\leqslant\varkappa_{n+1}$, $\nu=\varkappa_n+2L$. Обозначим через g_ν множество тех дуг λ^+_{ksn}, $k=1,\dots,N$, для которых $s\in\Lambda_{L,n}$. Если ν – нечетно, $\nu=\varkappa_n+2L-1$, то тогда через g_ν обозначим множество дуг λ^-_{ksn}, $k=1,\dots,N$, таких, что $s\in\Lambda_{L,n}$.

Далее, пусть

$$G_\nu=\psi\big(\{t:1+2^{-n-1}<t\leqslant 1+2^{-n},\,t\in g_\nu\}\big).$$

Если p_ν – полиномы, приближающие функцию f также как в (20), то определим функцию f_1 следующим образом:

$$f_1(z)=\begin{cases}0, & z\in\mathbb{C}\setminus\operatorname{int}\Gamma_2,\\ p_\nu(z), & z\in G_\nu,\end{cases}$$

и затем, полагая $\Delta(z)=\frac12\operatorname{dist}(z,D)$, требуемое продолжение определим точно также как в [9]:

$$f(z)=\frac{1}{\pi\Delta^2(z)}\int\limits_{|\xi-z|<\Delta(z)}f_1(\xi)\,d\sigma_\xi,\quad z\in\mathbb{C}\setminus D. \tag{22}$$

Теперь тот факт, что функция, определенная при $z\in\mathbb{C}\setminus D$ формулой (22), является непрерывным продолжением f вне D, удовлетворяющим неравенству (22), проверяется с использованием рассуждений, аналогичных доказательству леммы 11 в [1], которые для краткости опускаем. Лемма 4 доказана.

3.3. Закончим теперь доказательство основной теоремы. По леммам 3 и 4, имеем равенство $\Lambda^\alpha(D)=\Pi_{(\gamma^0,m^0)}(D)$. Определения m^0 и γ^0 влекут условие

$$\varlimsup_{k\to\infty}\frac{\log r_{m^0}(k)}{\log k}=\lim_{n\to\infty}\frac{\log\varkappa_n}{n\log 2}\leqslant\delta(\Delta),$$

где $\delta(\Delta)$ определено в (9). Поэтому

$$\inf_{c>0, T>0} e_\alpha(D; c, T) \leqslant \inf_{0<\Delta<\frac{1}{4}} \delta(\Delta) = 0.$$

Теорема доказана.

Литература

1. Н. А. Широков, *Конструктивные описания классов функций полиномиальными приближениями. I,* в наст. сборнике.
2. Н. А. Широков, *Аппроксимативная энтропия континуумов,* Докл. АН СССР **235**, No. 3 (1977), 546–549.
3. Н. А. Широков, *Аппроксимативные свойства одного континуума,* Зап. научн. семин. ЛОМИ **92** (1979), 241–252.
4. В. К. Дзядык, *О проблеме С. М. Никольского в комплексной области,* Изв. АН СССР, Сер. мат. **23**, No. 5 (1959), 697–736.
5. В. И. Белый, *Конформные отображения и приближения функций в областях с квазиконформной границей,* Мат. сб. **104**, No. 3 (1977), 163–193.
6. А. М. Коточигов, Н. А. Широков, *Свободная интерполяция для классов Гельдера в жордановых областях,* Проблемы математического анализа, изд-во СПбГУ, **15** (1995), 109–138.
7. Н. А. Лебедев, Н. А. Широков, *О равномерном приближении функций на замкнутых множествах, имеющих конечное число угловых точек с ненулевыми внешними углами,* Изв. АН Арм. ССР **6**, No. 4 (1971), 311–341.
8. В. Н. Дзядык, *О применении обобщенных полиномов Фабера к приближению интегралов типа Коши и функций класса A^r в областях с гладкой и кусочно-гладкой границей,* Укр. мат. журн. **24**, No. 1 (1972), 3–19.
9. Е. М. Дынькин, *Скорость полиномиальной аппроксимации в $E^p(G)$,* Докл. АН СССР **231**, No. 3 (1976), 529–531.
10. Е. М. Дынькин, *О равномерном приближении функций в жордановых областях,* Сиб. мат. ж. **18**, No. 4 (1977), 775–786.

С.-Петербургский государственный
электротехнический университет

Поступило 25 февраля 1998 г.