Записки научных
семинаров ПОМИ
Том 255, 1998 г.

В. В. Капустин

ОПЕРАТОРЫ, БЛИЗКИЕ К УНИТАРНЫМ, И ИХ ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ МОДЕЛИ. 1

В настоящей статье мы будем рассматривать оператор T, действующий в некотором гильбертовом пространстве H функций f, аналитических в окрестности бесконечности, по формуле

$$[Tf](z) = zf - (zf)_\infty, \tag{1}$$

где $(zf)_\infty = \lim_{z\to\infty} zf(z)$. Наша цель – построить такой оператор, унитарно эквивалентный заданному оператору.

В нашей работе мы будем рассматривать функциональные модели такого вида главным образом для операторов, близких к унитарному. В этой первой части работы мы будем предполагать, что рассматриваемое пространство состоит из скалярных функций, и мы покажем, что для одномерных возмущений унитарных операторов можно построить такую скалярную модель.

Из формулы (1) следует, что собственная функция, соответствующая собственному числу λ, необходимо имеет вид $\frac{1}{z-\lambda}$ (если она принадлежит пространству H). Действительно, допустим, что f – такая собственная функция, и $(zf)_\infty = 1$. Тогда условие $Tf = \lambda f$ переписывается как $zf - 1 = \lambda f$, откуда $f(z) = \frac{1}{z-\lambda}$.

Если же число λ не принадлежит спектру оператора T, то резольвента $R_\lambda = (T - \lambda I)^{-1}$ действует по правилу

$$[R_\lambda f](z) = \frac{f(z) - f(\lambda)}{z - \lambda}.$$

На самом деле, имеем:

$$TR_\lambda f - \lambda R_\lambda f = f,$$

что равносильно равенству

$$(z-\lambda)[R_\lambda f](z) - f(z) = (z[R_\lambda f])_\infty = \text{const}\,.$$

Работа частично поддержана грантом РФФИ No. 95–01–00482 и ФЦП “Интеграция”, рег. номер 326.53.

Подставляя $z = \lambda$, получаем, что постоянная в правой части равна $-f(\lambda)$, откуда $(z-\lambda)[R_\lambda f] = f - f(\lambda)$.

Полученные формулы для собственных векторов и резольвенты представляются существенными причинами для получения представлений операторов в виде (1) в целях их дальнейшего спектрального анализа. Так, если функция $f \in H$ представляется в виде $f(z) = \int \frac{d\kappa(\lambda)}{z-\lambda}$, где κ – например, некоторое распределение, то эта формула задает спектральное разложение функции f относительно оператора T.

Выведем формулы для значений функций из H вне спектра оператора T. Существует элемент $g \in H$ такой, что $(zh)_\infty = (h, g)$ для всех $h \in H$. По формуле (1),

$$[Th](\lambda) = \lambda h(\lambda) - (h, g),$$

откуда

$$[(T - \lambda I)h](\lambda) = -(h, g).$$

Если λ не принадлежит спектру оператора T, то подставляя $h = (T - \lambda I)^{-1} f$, получаем

$$f(\lambda) = ((\lambda I - T)^{-1} f, g). \tag{2}$$

1. Простейшие примеры

Рассмотрим простейшие примеры операторов вида (1) в некоторых пространствах.

1. Пространство рациональных функций с фиксированным конечным набором полюсов (с заданными кратностями) дает общий вид конечномерного циклического оператора, т.е. оператора, имеющего циклический вектор, итерации оператора на котором порождают все пространство.

2. Пространство H^2_- естественным образом отождествляется с пространством функций вида $\{\sum_{k=1}^{\infty} a_k/z^k : (a_k) \in l^2\}$, а соответствующий оператор вида (1) унитарно эквивалентен оператору обратного сдвига $f \mapsto \frac{f - f(0)}{z}$ в пространстве Харди H^2.

3. Инвариантное подпространство пространства из предыдущего примера. Для внутренней функции θ положим $H = H^2_- \cap H^2/\theta$. Получающийся оператор оказывается сжатием с характеристической функцией θ. При этом для функций из пространства H оказываются определенными значения внутри круга как для функций из класса H^2/θ.

4. Пусть $\psi \in H^2$, $\psi(0) \neq 0$. Рассматриваемое пространство имеет вид $H^2_-/\overline{\psi} = \{u/\overline{\psi} : u \in H^2_-\}$. Норма в нем определена по правилу $\|u/\overline{\psi}\|_{H^2_-/\overline{\psi}} = \|u\|_{H^2_-}$. Функции $u \in H^2_-$ и $\overline{\psi}$ являются граничными значениями функций, аналитических вне круга, а из условия $\psi(0) \neq 0$ следует, что предел на бесконечности функций нашего пространства равен нулю.

В [1] доказано, что одномерные возмущения сингулярных унитарных операторов общего вида (лишь с одним необходимым условием, ограничивающим кратность спектра) унитарно эквивалентны сужениям операторов, построенных в примере 4, на некоторое инвариантное подпространство, имеющее вид $\frac{H^2_-}{\overline{\psi}} \cap \frac{H^2}{\varphi}$, где $\varphi \in H^2$, $|\varphi| = |\psi|$ п.в. Более того, показано, что функции φ, ψ могут быть выбраны так, что $\theta = \varphi/\overline{\psi} \in H^\infty$, $\theta(0) = 0$.

2. Конструкция для сжатий со скалярной характеристической функцией

Теперь допустим, что функции из H могут иметь скачок на окружности. Для $f \in H$ потребуем, чтобы ее сужение на внешность круга f_- было функцией из H^2_-, сужение f_+ на внутренность круга было функцией класса $\mathcal{N}_+$, т.е. при умножении на некоторую внешнюю функцию становилось бы ограниченной. На скачок $f_+ - f_-$ наложим ограничение, чтобы он принадлежал пространству $L^2(wdm)$, где m – нормированная мера Лебега на окружности, w – некоторый вес такой, что отрицательная часть функции $\log w$ суммируема (допускается, чтобы $w = +\infty$ на множестве положительной меры – на этом множестве функции из H не имеют скачка). Норму определим по формуле

$$\|f\|^2 = \|f_-\|^2_{L^2} + \|f_+ - f_-\|^2_{L^2(w\,dm)}. \tag{3}$$

Пусть θ – внешняя функция такая, что $|\theta|^2 = \frac{w}{1+w}$. Докажем, что тогда оператор, определенный формулой (1), имеет характеристическую функцию θ. Для этого достаточно показать, что он унитарно эквивалентен модельному оператору M_θ с характеристической функцией θ, который строится следующим образом. Мы приведем бескоординатную версию функциональной модели, см. [2].

Конструкция определяется двумя изометрическими вложениями π, π_* пространства L^2 в некоторое гильбертово пространство $\mathcal{H}$, причем сумма образов операторов π, π_* плотна в $\mathcal{H}$, а оператор $\pi_*^*\pi$ действует в L^2 как оператор умножения на θ. В пространстве $\mathcal{H}$ действует унитарный оператор U, действие которого согласовано с вложениями π, π_*:

$$U(\pi a + \pi_* a) = \pi z a + \pi_* z a_*, \quad a,\ a_* \in L^2.$$

Модельные пространство и оператор определяются по формулам:

$$K_\theta = \left\{ h \in \mathcal{H} : \pi_*^* h \in H^2,\ \pi^* h \in H^2_- \right\}, \quad M_\theta h = P_\theta U h,$$

где P_θ – ортопроектор в $\mathcal{H}$ на K_θ. Определим $\Delta = (1 - |\theta|^2)^{1/2}$, $e = \{\xi : |\xi| = 1,\ \Delta(\xi) \neq 0\}$. Для классической модели С.-Надя, Фойаша имеют место следующие формулы:

$$\mathcal{H} = L^2 \oplus L^2(e), \quad \pi = \begin{pmatrix} \theta \\ \Delta \end{pmatrix}, \quad \pi_* = \begin{pmatrix} I \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Определим оператор Y из пространства $\mathcal{H}$ в некоторое пространство пар функций: для $h \in \mathcal{H}$ положим

$$Yh = \left[\theta^{-1}\, \pi_*^*\, h,\, \pi^* h \right].$$

(Для удобства будем использовать квадратные скобки для обозначения пар функций.) Если ввести нормировку для пар $[f_+, f_-]$ по формуле (3), то оператор Y окажется изометрическим. Действительно, для $h = \pi a + \pi_* a_*$, где a, $a_* \in L^2$ (такие вектора образуют плотное множество), имеем

$$\|Yh\|^2 = \|\pi^* h\|^2_{L^2} + \|\theta^{-1}\pi_*^* h - \pi^* h\|_{L^2(w\,dm)} =$$

$$= \|a + \overline{\theta} a_*\|^2_{L^2} + \|\theta^{-1}(\theta a + a_*) - (a + \overline{\theta} a_*)\|^2_{L^2(w\,dm)} =$$

$$= \|a + \overline{\theta} a_*\|^2_{L^2} + \left\| \frac{\theta}{\Delta}(a + \theta^{-1} a_* - a - \overline{\theta} a_*) \right\|^2_{L^2} = \|a + \overline{\theta} a_*\|^2 + \|\Delta a_*\|^2 =$$

$$= (a, a) + (\theta a, a_*) + (\overline{\theta} a_*, a) + (a_*, a_*) = (\pi a + \pi_* a_*, \pi a + \pi_* a_*) = \|h\|^2.$$

Кроме того, для $h \in K_\theta$ пара функций $Yh = [f_+, f_-]$ определяет элемент пространства H, если первую функцию рассматривать как мероморфную функцию внутри круга, а вторую – вне круга. Если же $f = [f_+, f_-] \in H$, то

$$h = \pi f_- + \tau_* \frac{\theta(f_+ - f_-)}{\Delta} \tag{4}$$

– элемент пространства K_θ такой, что $Yh = f$. В этой формуле изометрический оператор $\tau_* : L^2(e) \to \mathcal{H}$ определяется из равенства $\tau_*\Delta = \pi_* - \pi\overline{\theta}$. Значит, оператор Y унитарно отображает K_θ на H.

Осталось проверить, что $YM_\theta = TY$. Пусть $h \in K_\theta$. Имеем:

$$M_\theta h = P_\theta U h = Uh - \pi j_0 \pi^* U h,$$

где j_0 – оператор вычисления нулевого коэффициента, т.е. ортопроектор на одномерное подпространство постоянных функций. Далее, если положить $A = j_0 z \pi^* h$, то

$$\begin{aligned} YM_\theta h &= \left[\theta^{-1}\pi_*^* Uh - j_0\pi^* Uh,\ \pi^* Uh - j_0 \pi^* Uh\right] = \\ &= \left[z\theta^{-1}\pi_*^* h - A,\ z\pi^* h - A\right] = zYh - A = TYh. \end{aligned}$$

Мы показали, что оператор Y осуществляет унитарную эквивалентность операторов M_θ и T.

Если же допустить, что функция f_+ может иметь внутреннюю функцию ϑ в знаменателе, т.е. $\vartheta f_+ \in \mathcal{N}_+$, то в качестве θ нужно взять функцию, внутренний сомножитель которой равен ϑ, а модуль определяется из условия $|\theta|^2 = \frac{w}{1+w}$. Полученный оператор T будет иметь характеристическую функцию θ. Доказательство почти дословно повторяет только что проведенные рассуждения.

3. Унитарные операторы

Приведем конструкцию, связывающую унитарный оператор кратности 1 с построениями на функциональной модели. При этом нам понадобится характеристическая функция сжатия и один способ ее вычисления, давно известный, но не очень часто используемый в настоящее время.

Пусть M – вполне неунитарное сжатие в гильбертовом пространстве K, $D = (I - M^*M)^{1/2}$, $D_* = (I - MM^*)^{1/2}$, $\mathcal{D} = \operatorname{clos\,range} D$, $\mathcal{D}_* = \operatorname{clos\,range} D_*$. Характеристическая функция θ_0 определяется как функция в единичном круге, значения которой – операторы из $\mathcal{D}$ в $\mathcal{D}_*$,

$$\theta_0(\lambda)d = \big(-M + \lambda D_*(I - \lambda M^*)^{-1} D\big)d, \quad d \in \mathcal{D}.$$

Это – классическое определение характеристической функции. Более удобным представляется другое определение. Пусть $\mathcal{E}$, $\mathcal{E}_*$ – некоторые гильбертовы пространства, $j : K \to \mathcal{E}$, $j_* : K \to \mathcal{E}_*$ – некоторые операторы с плотными образами такие, что $j^*j = D^2 = I - M^*M$, $j_*^*j_* = D_*^2 = I - MM^*$. Определим унитарные операторы $\varkappa : \mathcal{D} \to \mathcal{E}$, $\varkappa_* : \mathcal{D}_* \to \mathcal{E}_*$ из соотношений $j = \varkappa D$, $j_* = \varkappa_* D_*$, и положим

$$\theta(\lambda) = \varkappa_* \theta_0(\lambda) \varkappa^*.$$

(Поскольку в этой формуле операторы $\varkappa$ и $\varkappa_*$ унитарны и не зависят от λ, говорят, что функции θ_0 и θ “совпадают”. Значит, такое определение “совпадает” с классическим.)

Имеет место формула

$$\theta_0(\lambda) D = D_*(I - \lambda M^*)^{-1}(\lambda - M),$$

откуда

$$\theta(\lambda) j = \theta(\lambda)\varkappa D = \varkappa_*\theta_0(\lambda) D = \varkappa_* D_*(I - \lambda M^*)^{-1}(\lambda - M) = \\ = j_*(I - \lambda M^*)^{-1}(\lambda - M).$$

Следовательно, из

$$(I - \lambda M^*) f = (\lambda - M) h,$$

где f, $h \in K$, следует, что

$$\theta(\lambda) j h = j_* f. \tag{5}$$

Приведем вычисления характеристической функции θ для следующего случая. Пусть μ – мера на единичной окружности $\mathbb{T}$, $\mu\mathbb{T} = 1$, $K = L^2(\mu)$,

$$M = z - (\,\cdot\,, \overline{z})\mathbb{1} = z(I - (\,\cdot\,, \overline{z})\overline{z}).$$

Тогда M – вполне неунитарное сжатие, и можно взять $\mathcal{E} = \mathcal{E}_* = \mathbb{C}$, $jh = (h, \overline{z})$, $j_* f = (f, \mathbb{1})$. Если $(I - \lambda M^*) f = (\lambda - M) h$, то

$$(1 - \lambda\overline{z}) f + \lambda (f, \mathbb{1})\overline{z} = (\lambda - z) h + (h, \overline{z})\mathbb{1},$$

откуда, деля на $\lambda - z$, получаем

$$-\overline{z} f + (f, \mathbb{1}) \frac{\lambda \overline{z}}{\lambda - z} = h + (h, \overline{z}) \frac{1}{\lambda - z}.$$

Рассмотрим функции, стоящие в левой и правой частях этого равенства, как элементы $L^2(\mu)$, и напишем их скалярные произведения с функцией $\overline{z}$:

$$-(f,\mathbb{1})+(f,\mathbb{1})\int\frac{\lambda d\mu(z)}{\lambda-z}=(h,\overline{z})+(h,\overline{z})\int\frac{zd\mu(z)}{\lambda-z}.$$

Отсюда по формуле (5) следует, что

$$\theta(\lambda)=\frac{j_*f}{jh}=\frac{(f,\mathbb{1})}{(h,\overline{z})}=\frac{1+\int\frac{zd\mu(z)}{\lambda-z}}{-1+\int\frac{\lambda d\mu(z)}{\lambda-z}},$$

или

$$\frac{1+\theta(\lambda)}{1-\theta(\lambda)}=\int\frac{z+\lambda}{z-\lambda}d\mu(z). \tag{6}$$

Ясно, что для любой функции $\theta\in H^\infty$ такой, что $\|\theta\|_\infty\leqslant 1$ и $\theta(0)=0$, существует положительная мера μ на окружности $\mathbb{T}$ такая, что $\mu\mathbb{T}=1$ и выполнено соотношение (6). По такой функции θ построим меру μ и оператор M, а также оператор T как в конструкции общего случая в конце раздела 2 о сжатиях со скалярными характеристическими функциями. Операторы M и T унитарно эквивалентны, поскольку их характеристические функции совпадают.

Отметим, что для оператора T в случае $\theta(0)=0$ имеем $(zf)_\infty=(f,\frac{1}{z})$, где $\frac{1}{z}$ – функция из пространства H, для которой $f_+=\frac{1}{z}$, $f_-=\overline{z}$. Действительно, из определения нормы (3) следует, что

$$\left(f,\frac{1}{z}\right)=\left(f_-,\frac{1}{z}\right)+(f_+-f_-,0)=(f_-,\overline{z})=(zf_-)_\infty.$$

Второе слагаемое в скалярном произведении пропадает, так как функция $\frac{1}{z}$ не имеет скачка на окружности. Оператор, действующий из пространства H в пространство $L^2(\mu)$ и осуществляющий унитарную эквивалентность операторов T и M, переводит функцию $\frac{1}{z}$, которая принадлежит ядру оператора T, в функцию $\overline{z}$ из ядра оператора M (с точностью до мультипликативной унимодулярной константы).

4. Переход к модели возмущения

Пусть теперь оператор T задан формулой (1), и $g\in H$ – такой элемент, что $(zf)_\infty=(f,g)$ для всех $f\in H$. Пусть a – некоторая функция, определяющая элемент пространства H. Рассмотрим пространство H_a, состоящее из функций вида $\frac{f}{1-a}$, где f

пробегает все пространство H. Норма на пространстве H_a определяется как $\left\|\frac{f}{1-a}\right\|_{H_a} = \|f\|_H$, что в случае пространств типа L^2 означает появление веса. Таким образом, оператор деления на $1-a$ унитарно отображает H на H_a. Оператор T_a определяется по формуле (1), но теперь в пространстве H_a. Если $f \in H$, то $\frac{f}{1-a} \in H_a$, и, поскольку $\lim_{z\to\infty} a(z) = 0$,

$$T_a \frac{f}{1-a} = \frac{zf}{1-a} - \left(\frac{zf}{1-a}\right)_\infty = \frac{zf}{1-a} - (zf)_\infty =$$
$$= \frac{zf - (zf)_\infty + (zf)_\infty a}{1-a} = \frac{Tf + (f,g)a}{1-a}.$$

Таким образом, оператор T_a унитарно эквивалентен оператору $T + (\,\cdot\,,g)a$ в пространстве H.

5. Основной результат

Пусть U – унитарный оператор кратности 1, x – его циклический вектор, y – некоторый вектор. Рассмотрим оператор $U + (\,\cdot\,,x)y$; не умаляя общности можно считать, что $\|x\| = 1$.

Применим проведенные выше построения для представления такого оператора в виде (1).

Так как U – циклический унитарный оператор, он унитарно эквивалентен оператору умножения на z в некотором пространстве $L^2(\nu)$, где ν – конечная мера на единичной окружности. Пусть вектору x соответствует функция $\gamma \in L^2(\nu)$; так как x – циклический вектор, имеем $\gamma \neq 0$ ν-п.в. Пусть μ – мера, $d\mu = |\gamma|^2 d\nu$. Тогда оператор умножения на $\overline{z}/\gamma$ унитарно отображает $L^2(\nu)$ на $L^2(\mu)$, причем функция γ переходит в $\overline{z}$. Для простоты будем считать, что U и есть оператор умножения на z в $L^2(\mu)$, а $x = \overline{z}$. Так как $\|x\| = 1$, получаем, что $\mu\mathbb{T} = 1$. Построим функцию θ по формуле (6), и оператор T по функции θ как в разделе 2. Согласно построениям раздула 3, он унитарно эквивалентен оператору $M = z - (\,\cdot\,,\overline{z})\mathbb{1} = U - (\,\cdot\,,x)Ux$.

Пусть Γ – оператор, осуществляющий унитарную эквивалентность: $T = \Gamma M \Gamma^*$, и пусть $a = \Gamma(Ux+y)$. Как мы показали в конце раздела 3, $g = \Gamma\overline{z}$. Тогда оператор $U + (\,\cdot\,,x)y = M + (\,\cdot\,,x)(Ux+y)$ унитарно эквивалентен оператору $\Gamma M \Gamma^* + (\,\cdot\,,\Gamma x)a = T + (\,\cdot\,,g)a$, и, следовательно, унитарно эквивалентен оператору T_a, построенному по схеме, приведенной в разделе 4.

Наш основной результат состоит в следующем.

Теорема. *Пусть U – унитарный оператор, x – его циклический вектор, $U+(\,\cdot\,,x)y$ – его одномерное возмущение. Тогда существует оператор специального вида, унитарно эквивалентный оператору $U+(\,\cdot\,,x)y$:*

- *существует функция $\theta\in H^\infty$, $\|\theta\|_\infty\leqslant 1$, $\theta(0)=0$, и функции φ, $\psi\in H^2$ такие, что $\psi(0)=1$, и $\theta\overline{\psi}-\varphi\in\Delta L^2$, где $\Delta=(1-|\theta|^2)^{1/2}$;*
- *пространство H состоит из пар функций, первая из которых – мероморфная функция в единичном круге, а вторая – в его внешности,*

$$H=\left\{f=[f_+,f_-]:f_+\in\frac{H^2}{\varphi},\ f_-\in\frac{H^2_-}{\overline{\psi}},\ f_+\varphi-f_-\overline{\psi}\theta\in\Delta L^2\right\};$$

- *оператор T в H определяется формулой* (1);
- *норма в пространстве H определяется как*

$$\|f\|^2=\|f_-\overline{\psi}\|^2_{L^2}+\left\|\frac{f_+\varphi-f_-\overline{\psi}\theta}{\Delta}\right\|^2_{L^2}.$$

Доказательство основано на построениях, проведенных перед формулировкой теоремы. Отметим, что функция θ здесь – характеристическая функция сжатий M и T, которые унитарно эквивалентны. Формулы в формулировке теоремы получаются при переходе от оператора T к оператору $T+(\,\cdot\,,g)a$, как в разделе 4. Оператор T действует в пространстве пар функций

$$\left\{Yh=[\theta^{-1}\pi_*^*h,\pi^*h]:h\in K_\theta\right\},$$

причем пара функций $[u_+,u_-]$, где $u_+\in H^2/\theta$, $u_-\in H^2_-$, определяет некоторый элемент h пространства K_θ в том смысле, что $u_+=\theta^{-1}\pi_*^*h$, $u_-=\pi^*h$, тогда и только тогда, когда $\theta(u_+-u_-)\in\Delta L^2(e)$, в силу формулы (4), и норма элемента h определяется согласно формуле (3):

$$\|h\|^2=\|u_-\|^2_{L^2}+\|\frac{\theta}{\Delta}(u_+-u_-)\|^2_{L^2}.$$

Элементу a соответствует пара функций $Ya=[\theta^{-1}\pi_*^*a,\pi^*a]$. Согласно нашей схеме, чтобы построить функции, соответствующие модели оператора $T+(\,\cdot\,,g)a$ в виде (1), нам нужно перейти от функций Yh к функциям $\frac{Yh}{1-Ya}$. Определим функции φ, $\psi\in H^2$ формулами $\varphi=\theta-\pi_*^*a$, $\overline{\psi}=1-\pi^*a$. Если пара $[u_+,u_-]$, где $u_+\in H^2/\theta$,

$u_- \in H^2_-$, определяет некоторый элемент пространства K_θ, то при делении на функцию $1 - Ya$ мы получаем новую пару $[f_+, f_-]$, где

$$f_+ = \frac{u_+}{1 - \theta^{-1}\pi_*^* a} = \frac{\theta u_+}{\varphi} \in \frac{H^2}{\varphi},$$

$$f_- = \frac{u_-}{1 - \pi^* a} = \frac{u_-}{\overline{\psi}} \in \frac{H^2_-}{\overline{\psi}}.$$

Соотношение $\theta(u_+ - u_-) \in \Delta L^2(e)$ равносильно соотношению $f_+\varphi - f_-\overline{\psi}\theta \in \Delta L^2$, и выражение для нормы проверяется непосредственно подстановкой формул для f_+ и f_-.

Автор благодарен Д. В. Якубовичу за чтение рукописи и полезные комментарии.

Литература

1. В. В. Капустин, *Одномерные возмущения сингулярных унитарных операторов.* — Записки научн. семин. ПОМИ **232** (1996), 118–122.
2. N. K. Nikolskii, V. I. Vasyunin, *A unified approach to the function models, and the transcription problem.* The Gohberg anniversary collection, vol. 2 (Calgary, 1988), Operator theory: Adv. and Appl., vol. 41, Birkhäuser, Basel-Boston (1989), 405–434.

Kapustin V. V. Operators close to unitary and their function models. 1.

We construct a function model for an operator in Hilbert space, which is close to an isometry. The model operator acts on a space of functions meromorphic inside and outside the unit disk. The functions from the space may be regarded as a generalization of Cauchy integrals of distributions, which gives a base for spectral analysis. The first part included in this issue contains a theorem on the existence of such a model for one-dimensional perturbations of a unitary operator.

С.-Петербургское отделение
Математического института
им. В. А. Стеклова РАН
kapustin@ pdmi.ras.ru

Поступило 6 октября 1997 г.