Рефераты

УДК 514.113

Степенные инварианты некоторых точечных множеств. Бабенко Ю. И., Залгаллер В. А. – В кн.: Геометрия и топология. 4. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 261), СПб., 1999, с. 7–30.

В пространстве $\mathbb{R}^d$, $d \geqslant 2$, рассматриваются точечные множества $A_1, \dots, A_n$ с центром тяжести в нуле, обладающие при некотором наборе четных показателей $2, 4, \dots, 2p$ своеобразными "степенными инвариантами" I_k в следующем смысле. Для сферы S^{d-1} с центром в нуле и точки $M \in S^{d-1}$ сумма $I_k(M) = \sum_{i=1}^n |MA_i|^{2k}$ не зависит от выбора точки M на сфере S^{d-1} при каждом $k = 1, \dots, p$. Библ. – 14 назв.

УДК 514.113

Степенные инварианты объединения призм. Бабенко Ю. И. – В кн.: Геометрия и топология. 4. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 261), СПб., 1999, с. 31–39.

Дополнение к статье Ю. И. Бабенко и В. А. Залгаллера, помещенной в этом же томе. Дан признак, при соблюдении которого в $\mathbb{R}^3$ множество всех вершин нескольких вписанных в сферу соосных призм обладает степенными инвариантами $I_1, \dots, I_n$. Построены конечные множества в $\mathbb{R}^3$, обладающие 11 инвариантами. При допущении знакопеременных инвариантов доказана возможность получать из призм в $\mathbb{R}^3$ конечные множества с любым наперед заданным числом n знакопеременных инвариантов. Библ. – 5 назв.

УДК 514.172

О множествах с заданным числом степенных инвариантов. Макеев В. В. – В кн.: Геометрия и топология. 4. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 261), СПб., 1999, с. 40–42.

Пусть $A_1, \dots, A_n$ – точки пространства $\mathbb{R}^d$, O – выделенная точка в $\mathbb{R}^d$, p – некоторое натуральное число, а $\lambda_1, \dots, \lambda_n$ – набор положительных вещественных чисел. Если суммы $s_p(M) = \sum_{i=1}^n \lambda_i |A_i M|^{2p}$ не зависит от выбора точки M на сфере с центром в точке O, то говорим, что система точек $\{A_1, \dots, A_n\}$ обладает инвариантом степени p с системой весов $\{\lambda, \dots, \lambda_n\}$. В работе доказана

Теорема. *При произвольных натуральных d и N существует конечное подмножество точек $\{A_1, \dots, A_n\} \subset \mathbb{R}^d$, обладающее инвариантами всех степеней $p \leqslant N$ с некоторой общей системой положительных весов $\{\lambda_1, \dots, \lambda_n\}$.* Библ. – 2 назв.

УДК 514.745.2

Геометрия сферы калибровок степени два. Глушаков А. Н., Козлов С. Е. – В кн.: Геометрия и топология. 4. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 261), СПб., 1999, с. 43–54.

Построена каноническая биекция множества крайних точек единичной (в норме комассы) сферы $S^*_{2,2k} \subset \Lambda^2(\mathbb{R}^{2k})$ на многообразие ортогональных комплексных структур в $\mathbb{R}^{2k}$. При этом унитарным базисам соответствуют разложения форм, реализующие сопряженную норму массы. На основании этих соответствий дана классификация граней сферы $S^*_{2,n}$ и ранее известная классификация граней полярного к ней множества. Библ. – 10 назв.

УДК 514.745.2

Геодезические на гранях калибровок второй степени. Глушаков А. Н, Козлов С. Е. – В кн.: Геометрия и топология. 4. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 261), СПб., 1999, с. 55–65.

Доказано, что грани единичных сфер в нормах массы и комассы являются вполне геодезическими подмногообразиями в многообразиях своих крайних точек. Описано каноническое вложение комплексного проективного пространства $\mathbb{C}P^{k-1}$ в плюккерову модель грассманиана $G_2^+(\mathbb{R}^{2k}) \subset \Lambda_2(\mathbb{R}^{2k})$ и доказаны некоторые свойства этого вложения. В качестве приложения полученных результатов дана геометрическая характеристика двумерным направлениям в многообразии $\mathbb{C}P^{k-1}$, реализующим минимальную кривизну. Библ. – 16 назв.

УДК 514.518

О выпуклой оболочке нескольких компактов. Евдокимов А. В., Залгаллер В. А. – В кн.: Геометрия и топология. 4. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 261), СПб., 1999, с. 66–75.

Пусть $K_0, K_1, \dots, K_m$ – непустые выпуклые компакты в $\mathbb{R}^n$. Тогда выпуклая оболочка $\operatorname{conv}\{\bigcup_{i=0}^m (K_i + r_i)\}$, $r_0 = 0$, является выпуклым семейством, зависящим от вектора $\rho = (r_1, \dots, r_m) \in \mathbb{R}^{nm}$. А в случае $m = 1$ объем $\operatorname{Vol}\operatorname{conv}(K_0 \cup (K_1 + r))$ является выпуклой функцией от $r \in \mathbb{R}^n$. Библ. – 5 назв.

УДК 519.6; 514.112.3

О треугольнике минимального периметра, описанном вокруг выпуклого n-угольника Залгаллер В. А., Ионес А. Л. – В кн.: Геометрия и топология. 4. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 261), СПб., 1999, с. 76–101.

Предложена схема вычислительного алгоритма, позволяющего найти описанный треугольник наименьшего периметра. Описаны свойства такого треугольника. Библ. – 1 назв.

УДК 514.76

Стационарные значения секционной кривизны в грассманианах бивекторов. Козлов С. Е. – В кн.: Геометрия и топология. 4. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 261), СПб., 1999, с. 102–118.

В грассмановом многообразии бивекторов $G^+_{2,n}$ при $n \geqslant 4$ секционная кривизна $K(\sigma)$ в направлении площадки σ принимает значения от 0 до 2. Находятся все стационарные значения a функции $K(\sigma)$, для которых хотя бы при одном $\sigma_0 \in K^{-1}(a)$ градиент $\nabla K\big|_{\sigma=\sigma_0} = 0$. Эти значения: $\{0, 1, 2\}$ при $n = 4$, $\{0, 1/5, 1, 2\}$ при $n = 5$ и $\{0, 1/5, 1/2, 1, 2\}$ при $n \geqslant 6$. Библ. – 7 назв.

УДК 512.554.31; 514.745.2

Геометрия алгебры Ли ортогональной группы $O(\mathbb{R}^4)$. Козлов С. Е., Никанорова М. Ю. – В кн.: Геометрия и топология. 4. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 261), СПб., 1999, с. 119–124.

В шестимерном пространстве бивекторов $\Lambda_2(\mathbb{R}^4)$ введена операция умножения Ли, аналогичная обычному векторному умножению в $\mathbb{R}^3$. Доказано, что построенная алгебра Ли изоморфна алгебре Ли группы ортогональных преобразований $O(\mathbb{R}^4)$. Изоморфизмом этих алгебр служит каноническая изометрия пространства кососимметрических операторов в $\mathbb{R}^4$ на пространство бивекторов $\Lambda_2(\mathbb{R}^4)$. Библ. – 2 назв.

УДК 514

Асимптотические свойства группы Гейзенберга. Крат С. А. – В кн.: Геометрия и топология. 4. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 261), СПб., 1999, с. 125–154.

Показано, что расстояние по Хаусдорфу–Громову между дискретной группой Гейзенберга с метрикой слов и её ассимптотическим конусом конечно. Библ. – 8 назв.

УДК 514.822

Уравнения Эйнштейна в отсутствие материи на пятимерном многообразии с каузальной структурой. Крым В. Р. – В кн.: Геометрия и топология. 4. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 261), СПб., 1999, с. 155–166.

Изучаются пятимерные многообразия с ограниченной гладкой структурой и соответствующей группой преобразований координат, включающей группу преобразований координат общей теории относительности и группу калибровочных преобразований. Получено явное выражение для римановой кривизны четырехмерного векторного распределения, следствием которого являются классические уравнения Эйнштейна и Максвелла. Библ. – 14 назв.

УДК 514.112.6

Инверсный инвариант пары окружностей. Курносенко А. И. – В кн.: Геометрия и топология. 4. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 261), СПб., 1999, с. 167–186.

Вводится инверсный инвариант, близкий по содержанию к понятию *инверсного расстояния* между двумя непересекающимися окружностями. В отличие от инверсного расстояния, он определяется для любой пары прямых и окружностей и учитывает их ориентацию. В качестве приложений инварианта рассматриваются задачи о сопряжении окружностей, исследуются свойства плоских кривых, связанные с характером монотонности кривизны. Библ. – 10 назв.

УДК 514.752.44

Об изометрических погружениях замкнутых многообразий неотрицательной кривизны. Лебедева Н. Д. – В кн.: Геометрия и топология. 4. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 261), СПб., 1999, с. 187–193.

Пусть погружение $f : M^n \to \mathbb{R}^N$ индуцирует на замкнутом многообразии M^n C^2-гладкую (соответственно, полиэдральную) метрику неотрицательной кривизны. Тогда, если эта неотрицательность сохраняется при любом аффинном преобразовании пространства $\mathbb{R}^N$, то f есть вложение на границу C^2-гладкого выпуклого тела (соответственно – выпуклого полиэдра) в пространстве $\mathbb{R}^{n+1} \subset \mathbb{R}^N$. Библ. – 6 назв.

УДК 514.172

Об одной аффинно-инвариантной метрике на множестве плоских выпуклых компактов. Макеев В. В. – В кн.: Геометрия и топология. 4. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 261), СПб., 1999, с. 194–197.

Доказано, что

Для любых плоских выпуклых компактов K_1, $K_2 \subset \mathbb{R}^2$ *найдутся такие аффинные преобразования* T_1 *и* T_2 *плоскости, что* $T_1(K_1) \subset K_2 \subset T_2(K_1)$ *и* $S(T_2(K_1)) < 111/16S(T_1(K_1))$, *где* $S(K)$ *обозначает площадь множества* $K \subset \mathbb{R}^2$. Библ. – 1 назв.

УДК 514.172

О существовании общего сечения для нескольких выпуклых компактов, имеющего заданные свойства. Макеев В. В., Мухин А. С. – В кн.: Геометрия и топология. 4. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 261), СПб., 1999, с. 198–203.

Доказана теорема, позволяющая доказывать существование общего двух или трехмерного сечения у нескольких выпуклых компактов в $\mathbb{R}^n$, имеющего некоторые предписанные свойства.

Теорема. Пусть O – общая внутренняя точка выпуклых компактов $K_1, \ldots, K_{n-2} \subset \mathbb{R}^n$. Тогда найдется такая проходящая через точку O двумерная плоскость H, что в $K_i \cap H$ можно вписать аффинный образ заданного центрально-симметричного шестиугольника с центром в точке O для $i \leqslant n-2$. Найдутся $n-3$ проходящие через точку O двумерные плоскости $H_1, \ldots, H_{n-3}$, содержащиеся одновременно в некоторой трехмерной плоскости, такие что для $i \leqslant n-3$ в выпуклый компакт $H_i \cap K_i$ можно вписать аффинный образ правильного восьмиугольника с центром в точке O. Библ. – 9 назв.

УДК 515.164

О гомологиях возмущения комплексной проективной гиперповерхности. Нецветаев Н. Ю. – В кн.: Геометрия и топология. 4. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 261), СПб., 1999, с. 204–209.

Изучаются неособые гиперповерхности в $\mathbb{C}P^{n+1}$, $n \geqslant 3$. Формулируется теорема о том, что гомологии, приходящие из аффинной части гиперповерхности меньшей степени, образуют в гомологиях самой гиперповерхности прямое слагаемое, целочисленно независимое с классом кратного гиперплоского сечения. Дается план доказательства. Библ. – 3 назв.

УДК 515.146.231

Альтернативное доказательство слабой формы теоремы Серра. Подкорытов С. С. – В кн.: Геометрия и топология. 4. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 261), СПб., 1999, с. 210–221.

Предлагается доказательство слабой формы теоремы Серра о конечности стабильных гомотопических групп сфер, не использующее пространств петель и спектральных последовательностей.

УДК 515.143

Порядок функции на группе Брушлинского. Подкорытов С. С. – В кн.: Геометрия и топология. 4. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 261), СПб., 1999, с. 222–228.

Для произвольной функции F, определенной на группе гомотопических классов отображений конечного полиэдра X в окружность и принимающей значения в абелевой группе Q, вводится понятие порядка. Порядок $\operatorname{ord} F$ сравнивается с алгебраической степенью функции F. Доказано, что $\operatorname{ord} F \leqslant \deg F$ и $\deg F \leqslant \dim X \cdot \operatorname{ord} F$. Неравенство $\operatorname{ord} F \geqslant \deg F$ доказано в случае, когда группа Q не имеет кручения или $\operatorname{ord} F \leqslant 1$. Библ. – 2 назв.

УДК 515.164.634

Гомотопическая классификация сингулярных зацеплений типа $(1, 1, m; 3)$ с $m > 1$. Саяхова Р. Ф. – В кн.: Геометрия и топология. 4. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 261), СПб., 1999, с. 229–239.

Получена гомотопическая классификация трехкомпонентных сингулярных зацеплений с компонентами размерности 1, 1 и $m > 1$ в трехмерной сфере S^3. Показано, что из псевдогомотопности таких зацеплений не следует их гомотопность. Библ. – 7 назв.

УДК 514.763

Векторное пространство конформно-киллинговых форм на римановом многообразии. Степанов С. Е. – В кн.: Геометрия и топология. 4. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 261), СПб., 1999, с. 240–265.

Определение конформно-киллинговой p-формы на m-мерном $(m > p \geqslant 1)$ римановом многообразии, принадлежащее Ш. Тачибане и Т. Касиваде, является обобщением определения конформно-киллингова векторного поля. Их результаты по геометрии конформно-киллинговых p форм были также обобщением соответствующих утверждений о конформно-киллинговых векторных полях.

В настоящей статье конформно-киллингова p-форма определяется на основе теории представлений ортогональных групп и естественных дифференциальных операторов на римановом многообразии. Затем изучается геометрия векторного пространства $\mathbf{T}^p(M, \mathbf{R})$ конформно-киллинговых p-форм и двух его подпространств: козамкнутых $\mathbf{K}^p(M, \mathbf{R})$ и замкнутых $\mathbf{P}^p(M, \mathbf{R})$ конформно-киллинговых p-форм. В частности, приведены обобщения некоторых локальных и глобальных результатов Ш. Тасибаны и Т. Касивады.

В заключение статьи дается интересное приложение построенной теории конформно-киллинговых форм к эрмитовой геометрии. Библ. – 30 назв.