Рефераты

УДК 517.5

О теоремах вложения для коинвариантных подпространств оператора сдвига. II. Александров А. Б. – В кн.: Исследования по линейным операторам и теории функций. 27. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 262), СПб., 1999, с. 5–48.

Для внутренней функции Θ положим $\Theta^*(H^2) \stackrel{\text{def}}{=} H^2 \ominus \Theta H^2$, и $\Theta^*(H^p) \stackrel{\text{def}}{=} \operatorname{clos}_{H^p}(H^p \cap \Theta^*(H^2))$ при $p \neq 2$. Обозначим $\mathcal{C}_p(\Theta) = \{\mu \in C(\overline{\mathbb{D}})\colon \Theta^*(H^p) \subset L^p(|\mu|)\}$. Θ называется однокомпонентной, если множество $\{z \in \mathbb{D} : |\Theta(z)| < \varepsilon\}$ связно при некотором $\varepsilon \in (0,1)$. Получен ряд необходимых и достаточных условий. Так, функция Θ однокомпонентна тогда и только тогда, когда множество $\mathcal{C}_p(\Theta)$ не зависит от выбора $p \in (0,+\infty)$. Кроме того, имеется критерий в терминах воспроизводящих ядер $\Theta^*(H^2)$. Множество $\mathcal{C}_p(\Theta)$ описано в случае, когда Θ – произведение Бляшке специального вида. Из этого описания следует, что множество тех p, для которых данная мера μ принадлежит $\mathcal{C}_p(\Theta)$, может иметь любое конечное или бесконечное число связных компонент. Построены следующие примеры интерполяционных произведений Бляшке Θ и положительных мер μ:

(1) $\Theta^*(H^1) \subset L^1(\mu)$ и $\Theta^*(H^2) \subset L^2(\mu)$, но $\Theta^*(H^p) \not\subset L^p(\mu)$ для любого $p \in (1,2)$; (2) $\Theta^*(H^p) \subset L^p(\mu)$ тогда и только тогда, когда $p = \frac{1}{n}$, где n – положительное целое число; (3) $\Theta^*(H^p) \subset L^p(\mu)$ тогда и только тогда, когда $p \neq \frac{1}{n}$, где n – положительное целое число.

Библ. – 17 назв.

УДК 517.9

Об одной системе ступенчатых функций. Васюнин В. И. – В кн.: Исследования по линейным операторам и теории функций. 27. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 262), СПб., 1999, с. 49–70.

Известно, что гипотеза Римана равносильна тому, что функция, тождественно равная единице, приближается в норме $L^2(0,1)$ линейными комбинациями функций вида

$$\left[\frac{\alpha}{x}\right] - \alpha\left[\frac{1}{x}\right], \quad 0 < \alpha < 1. \qquad (*)$$

В статье предпринята попытка описать те конечные линейные комбинации функций вида (*), которые принимают только значения 0 и 1. Библ. – 10 назв.

УДК 517.5

Предел констант Лебега методов суммирования рядов Фурье–Лежандра, задаваемых функцией множителей. Виноградов О. Л. – В кн.: Исследования по линейным операторам и теории функций. 27. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 262), СПб., 1999, с. 71–89.

Пусть $C[-1,1]$ – пространство непрерывных на отрезке $[-1,1]$ вещественно- или комплекснозначных функций с равномерной нормой, P_k – многочлены Лежандра, нормированные условием $P_k(1)=1$, J_0 – функция Бесселя нулевого индекса. В работе рассматриваются последовательности линейных операторов (методы суммирования) $U_n : C[-1,1] \to C[-1,1]$, задаваемые функцией множителей φ:

$$U_n f(y) = \int_{-1}^{1} f(x) \sum_{k=0}^{\infty} \varphi(k/n)(k+1/2) P_k(y) P_k(x)\,dx.$$

Величины $\mathfrak{L}_n$ – нормы операторов U_n – называются константами Лебега данного метода суммирования. Основной результат работы следующий.

Пусть φ непрерывна на $[0,+\infty)$,

$$\sum_{k=0}^{\infty} \varphi^2(k/n)(k+1/2) < \infty \quad \text{для всех } n \in \mathbb{N}, \qquad \int_0^{\infty} \varphi^2(x) x\,dx < \infty;$$

$$B\varphi(z) = z \int_0^{\infty} \varphi(x) x J_0(zx)\,dx \; -$$

преобразование Фурье–Бесселя функции φ, и функция $z^{q-1}|B\varphi(z)|^q$ суммируема на $[0,+\infty)$ при некотором $q>1$. Тогда

$$\lim_{n\to\infty} \mathfrak{L}_n = \int_0^{\infty} |B\varphi|.$$

Библ. – 8 назв.

УДК 517.5

Безусловная базисность некоторых семейств функций, матричное условие Макенхаупта и серии Карлесона в спектре. Губреев Г. М., Олефир Е. И. – В кн.: Исследования по линейным операторам и теории функций. 27. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 262), СПб., 1999, с. 90–126.

В работе получены критерии безусловной базисности двух семейств функций, которые строятся по системе n скалярных весов Макенхаупта. С точки зрения спектральной теории операторов задача сводится к исследованию структуры n-мерных возмущений оператора интегрирования. С помощью весовых оценок для преобразования Гильберта в пространствах вектор-функций строится оператор преобразования, переводящий функции заданных семейств в векторные дроби. Для решения задачи о безусловной базисности семейств векторных дробей используется понятие карлесоновых серий. Библ. – 8 назв.

УДК 517.5

Приближение функций из класса Гельдера на полуоси. Давыдова Т. С., Широков Н. А. – В кн.: Исследования по линейным операторам и теории функций. 27. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 262), СПб., 1999, с. 127–137.

Пусть Λ_α, $0 < \alpha < 1$, – класс Гельдера на полуоси $[0, \infty)$. В работе класс Λ_α описан скоростью приближения функциями из специально подобранного класса целых функций порядка $1/2$ в стиле классической теоремы Джексона–Бернштейна. Библ. – 4 назв.

УДК 517.5

Вещественные функции в весовых пространствах Харди. Капустин В. В. – В кн.: Исследования по линейным операторам и теории функций. 27. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 262), СПб., 1999, с. 138–146.

Получен ряд результатов в связи с вопросом об описании выступающих точек единичного шара H^1. Показано, что свойство имеет локальный характер в терминах модуля заданной функции из H^1: ее модуль должен быть “не слишком мал” в некотором смысле в каждой точке единичной окружности (вопрос о точном

смысле такой малости пока остается открытым). Получено некоторое необходимое и достаточное условие в терминах интегралов Коши. Библ. – 6 назв.

УДК 517.5

Включение степенной проблемы моментов Гамбургера в спектральную теорию канонических систем. Кац И. С. – В кн.: Исследования по линейным операторам и теории функций. 27. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 262), СПб., 1999, с. 147–171.

В статье установлено, что степенная проблема моментов Гамбургера в случае, когда она имеет решение с бесконечным множеством точек роста – это задача отыскания всех спектральных функций граничной задачи для канонической системы линейных дифференциальных уравнений размером 2×2 и с гамильтонианом особого класса. Приводится построение этого гамильтониана по данным проблемы моментов. В связи с этим некоторые результаты классической теории проблемы моментов Гамбургера получили простые доказательства. Библ. – 17 назв.

УДК 517.5

Один класс функций на дизъюнктной системе отрезков. Межевич К. Г., Широков Н. А. – В кн.: Исследования по линейным операторам и теории функций. 27. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 262), СПб., 1999, с. 172–184.

Пусть $E=\bigcup\limits_{k=1}^{m} S_k$, S_k – дизъюнктные отрезки. В работе описан класс функций f, определенных на E, для которых при $n=1,2,\dots$ существуют полиномы P_n, $\deg P_n\leqslant n$, такие, что $|f(x)-P_n(x)|\leqslant c_f\frac{1}{n^{\alpha_k}}$, $x\in S_k$, $k=1,2,\dots,m$, где α_k, $0<\alpha_k<1$ – произвольные числа, c_f не зависит от n и x. Библ. – 9 назв.

УДК 517.5

Квазиконформное отражение для обобщенно-спиралеобразных областей. Пацевич Е. Л. – В кн.: Исследования по линейным операторам и теории функций. 27. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 262), СПб., 1999, с. 185–198.

Приводится методика построения плоской обобщенно-спиралеобразной области, для которой квазиконформное отражение относительно границы допускает явное представление. Библ. – 7 назв.

УДК 517.5

Некоторые оценки для производной квазиконформного отражения. Пацевич Е. Л. – В кн.: Исследования по линейным операторам и теории функций. 27. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 262), СПб., 1999, с. 199–203.

Уточняются оценки для производных квазиконформного отражения в случае одного специального класса плоских односвязных областей. Библ. – 2 назв.

УДК 517.5

Преобразования Харди и Беллмана в пространствах, близких к L_∞ и L_1. Родин В. А. – В кн.: Исследования по линейным операторам и теории функций. 27. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 262), СПб., 1999, с. 204–213.

Преобразование тригонометрического ряда с помощью замены его коэффициентов на их арифметические средние порождает оператор Харди. Двойственный к нему – оператор Беллмана. Как установил Харди, пространства L_p с условием $p \in [1,\infty)$ инвариантны относительно оператора Харди. С другой стороны, L_∞ не инвариантно относительно оператора Харди, а L_1 относительно оператора Беллмана. Б. И. Голубов доказал, что пространство BMO не инвариантно относительно оператора Харди, а $\mathrm{Re}^+ H$ – относительно оператора Беллмана. В настоящей работе для пространств Орлича, Лоренца и Марцинкевича, а также для пространств BMO и $\mathrm{Re}^+ H$ установлена точная граница смещения пространств образов данных операторов относительно пространств определения функций. Эти явления возникают при изучении операторов Харди и Беллмана для функций из пространств, "близких" к L_∞ и L_1 соответственно. Библ. – 15 назв.

УДК 517.544

О пористости предельного множества и ограниченности осцилляции функции $\log(\operatorname{dist}(X,\Lambda))$ в случае фуксовой группы без параболических элементов. Семенова О. – В кн.: Исследования по линейным операторам и теории функций. 27. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 262), СПб., 1999, с. 214–222.

Пусть Λ – это предельное множество конечно порожденной фуксовой группы второго рода. Если группа не содержит параболических элементов, то множество Λ является пористым, а функция $\log(\operatorname{dist}(X,\Lambda))$ принадлежит классу BMO. Библ. – 2 назв.

УДК 517.5

О полиномиальных базисах в пространстве $C[-1,1]$. Скопина М. А. – В кн.: Исследования по линейным операторам и теории функций. 27. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 262), СПб., 1999, с. 223–226.

Для произвольного $\varepsilon > 0$ построен ортогональный базис в пространстве $C[-1,1]$, состоящий из алгебраических многочленов P_n, степени которых не превосходят $n(1+\varepsilon)$. Порядок роста степеней не может быть уменьшен. Библ. – 9 назв.

УДК 517.5

Оператор rot в областях конечной меры. Филонов Н. Д. – В кн.: Исследования по линейным операторам и теории функций. 27. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 262), СПб., 1999, с. 227–230.

Исследуется определение самосопряженного оператора rot в произвольной области $\Omega \subset \mathbb{R}^3$ конечной меры. Спектр оператора дискретен. Удается доказать вейлевскую асимптотику для собственных чисел. При дополнительном условии на границу области можно получить оценку остатка в асимптотической формуле. Библ. – 7 назв.