Записки научных
семинаров ПОМИ
Том 263, 2000 г.

БОРИС ФАДЕЕВИЧ СКУБЕНКО. ПЕРВАЯ РАБОТА

8 февраля 1999 г. Борису Фадеевичу Скубенко исполнилось бы 70 лет. Во второй половине своей творческой жизни он в основном занимался различными проблемами геометрии чисел. Преждевременная смерть не позволила ему реализовать все свои научные планы (более подробно о творческом пути см. [1], где также приведен полный список работ Бориса Фадеевича).

Начиналась же творческая деятельность Бориса Фадеевича с решения задачи о распределении целых точек на однополостном гиперболиде [2]. Борис Фадеевич был учеником Юрия Владимировича Линника, и Юрий Владимирович предложил ему адаптировать дискретный эргодический метод, сокр. ДЭМ (созданный Ю. В. Линником еще до войны), к этому случаю.

К концу 50-ых ДЭМ уже был достаточно хорошо развит и с его помощью изучались законы распределения целых точек на эллипсоидах и двуполостных гиперболидах. При переносе ДЭМ на случай однополостного гиперболоида возникли трудности, связанные с наличием нетривиальных единиц в соответствующем вещественном квадратичном поле. Эти трудности Борис Фадеевич преодолел с помощью теоремы о циклах. Суть этой теоремы состоит в том, что количества приведенных неопределенных бинарных квадратичных форм фиксированного дискриминанта, принадлежащих разным классам, не могут значительно отличаться друг от друга. Этот факт тем более интересен, что о самих этих количествах известно очень немного, а задача о поведении их средних значений тесно связана с нерешенной до сих пор проблемой Гаусса о числах классов вещественных квадратичных полей.

---

1. Борис Фадеевич Скубенко, *Очерк жизни и творчества,* Зап. научн. семин. ПОМИ **212** (1994), 5–14.
2. Б. Ф. Скубенко, *Асимптотическое распределение целых точек на однополостном гиперболоиде,* Изв. АН СССР. Сер. мат. **26**, No. 5 (1962), 721–752.
3. H. Iwaniec, *Fourier coefficients of modular forms of half-integral weight,* Invent. Math. **87**, No. 2 (1987), 385–401.

С тех пор появились нетривиальные оценки коэффициентов Фурье параболических форм полуцелого веса $k/2$, $k \geqslant 3$ – нечетное, (см. [3, 4]) и задачи о распределении целых точек на эллипсоидах и простейшем двуполостном гиперболоиде были удовлетворительно решены.

Для однополостных гиперболоидов ситуация является кардинально иной. Причина этого кроется в том, что при подходе, использующем теорию модулярных форм, соответствующий объект (точнее, геодезическая на фундаментальной области) отвечает классу эквивалентных бинарных квадратичных форм, а распределение форм внутри класса никак не учитывается (по этому поводу см. [5]).

Таким образом, задача о равномерном распределении целых точек на однополостном гиперболиде по-прежнему остается решенной не полностью. Мы говорим о неокончательном решении, поскольку Борис Фадеевич использовал в работе [2], как и всегда при применении ДЭМ, некоторые недоказанные утверждения.

Отметим также, что основной результат [2] тесно связан с интересной закономерностью – арифметическим аналогом теоремы Хинчина–Леви в метрической теории непрерывных дробей. Доказательство существования такой закономерности – важная нерешенная проблема арифметики.

Ю. В. Линник целиком воспроизвел работу [2] в своей книге [6] в качестве главы VI, а теорему о циклах особо выделил в главе XI.

Местами несовершенная по форме, работа [2] является тем не менее зрелым математическим произведением; написанная 40 лет назад, она до сих пор сохраняет свою актуальность.

Е. П. Голубева, О. М. Фоменко

4. W. Duke, *Hyperbolic distribution problems and half-integral weight Maass forms,* Invent. Math. **92**, No. 1 (1988), 73–90.
5. Е. П. Голубева, *Геодезические на верхней полуплоскости и распределение квадратичных иррациональностей,* Зап. научн. семин. ПОМИ **254** (1998), 28–55.
6. Ю. В. Линник, *Эргодические свойства алгебраических полей,* Л., 1967.