Рефераты

УДК 511.512

К теореме Б. Ф. Скубенко о циклах. Голубева Е. П. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 16. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 263), СПб., 2000, с. 7–19.

В работе приведено новое доказательство теоремы, принадлежащей Б. Ф. Скубенко (РЖМат, 1963, 6А120), в которой дана оценка для отношения длин периодов двух вещественных квадратичных иррациональностей одинакового дискриминанта. Библ. – 9 назв.

УДК 511.334

Спектр констант Леви для квадратичных иррациональностей. Голубева Е. П.— В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 16. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 263), СПб., 2000, с. 20–33.

Доказано, что $\pi^2/12\log 2$ является точкой сгущения множества констант Леви квадратичных иррациональностей вида $\sqrt{d}$. Приведены условия, при выполнении которых константа Леви для $\sqrt{d}$ отделена от самой левой точки значений констант Леви, т.е. $\log((1+\sqrt{5})/2)$. Библ. – 8 назв.

УДК 511.512

Проблема Варинга для шести кубов и высших степеней. Голубева Е. П. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 16. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 263), СПб., 2000, с. 34–39.

В работе доказано, что уравнение

$$n = x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 + x_4^3 + x_5^3 + x_6^3 + u^4 + v^9$$

имеет неотрицательные целочисленные решения, если $n \equiv 1 (\mathrm{mod} 5)$, четно и достаточно велико. Библ. – 8 назв.

УДК 517.54

О множестве значений начальных коэффициентов в одном классе типично вещественных функций. Голузина Е. Г. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 16. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 263), СПб., 2000, с. 40–48.

Находятся множества значений первых двух коэффициентов в классе T_1 регулярных и типично вещественных в единичном круге функций вида $f(z) = z + c_2z^2 + c_3z^3 + \dots$, удовлетворяющих условию $f(z_1) = w_1$ при фиксированных z_1 и w_1, $\operatorname{Im} z_1 \neq 0$. Определены граничные функции этих множеств значений.

Дополнены также результаты предыдущей статьи автора (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 254, 1998, с. 65–75): найдены граничные функции множеств значений функционалов $f'(z_1)$ и $f(z_2)$ на классе T_1. Библ. – 5 назв.

УДК 517

Искажение гиперболической емкости Робина при конформном отображении и экстремальные конфигурации. Диттмар Б., Солынин А. Ю. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 16. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 263), СПб., 2000, с. 49–69.

В настоящей работе, связанной с недавними исследованиями П. Дюрена и Дж. Пфальцграффа (J. Analyse Math. 78 (1999), 205–218), рассматривается задача об искажении гиперболической емкости Робина $\delta_h(A, \Omega)$ граничного множества $A \subset \partial\Omega$ при конформном отображении области $\Omega \subset U$ в единичный круг U. Для множеств, состоящих из конечного числа граничных дуг или целых граничных компонент, доказана точность неравенства

$$\operatorname{cap}_h f(A) \geqslant \delta_h(A, \Omega) \qquad (*)$$

в классе конформных отображений $f : \Omega \to U$, для которых $f(\partial U) = \partial U$. Здесь $\operatorname{cap}_h f(A)$ – гиперболическая емкость компакта $f(A) \subset U$. Приводятся примеры, демонстрирующие природу функций, реализующих равенство в соотношении $(*)$. Библ. – 15 назв.

УДК 517.54+512.62

Приведенные модули и неравенства для полиномов. Дубинин В. Н., Ким В. Ю. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 16. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 263), СПб., 2000, с. 70–83.

Техника обобщенных приведенных модулей применяется для доказательства некоторых неравенств для полиномов. Получены различные оценки модуля производной, зависящие от модуля полинома, его старшего коэффициента, расположения нулей либо образов критических точек.Библ. – 9 назв.

УДК 517.54

Задачи об экстремальном разбиении в пространствах римановых поверхностей. Емельянов Е. Г. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 16. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 263), СПб., 2000, с. 84–104.

Дано распространение теоремы об экстремальном разбиении римановой поверхности $\mathfrak{R}$ с множеством отмеченных точек $P \subset \mathfrak{R}$ (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 237, 1996, с. 74–104) на пространство Тейхмюллера $T_{\mathfrak{R}'}$ римановых поверхностей $\widehat{\mathfrak{R}}$, соответствующих $\mathfrak{R}$ при квазиконформных гомеоморфизмах f. Для функции $\mathcal{M}^*(x)$, выражающей зависимость экстремального значения функционала $\mathcal{M}$ задачи об экстремальном разбиении поверхности $\widehat{\mathfrak{R}}$ от точки $x \in T_{\mathfrak{R}'}$, получены формулы дифференцирования, имеющие различный вид в зависимости от рода g поверхности $\mathfrak{R}$. Установлены случаи, когда $\mathcal{M}^*(x)$ – плюригармоническая функция на $T_{\mathfrak{R}'}$. Библ. – 8 назв.

УДК 517.3

О некоторых метаплектических рядах Эйзенштейна. Катаев Д. С. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 16. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 263), СПб., 2000, с. 105–140.

Изучаются кубические метаплектические ряды Эйзенштейна, связанные с максимальной параболической подгруппой Якоби симплектической группы, для вычисления коэффициентов Фурье этих рядов используется т.н. техника "sl(2)-троек".

В §§1 и 2 даются необходимые определения и подробно изучаются группа $\Gamma(q)$ и ее подгруппы. В §3 доказывается основной результат данной работы (теорема 1). §4 посвящен изучению рядов Дирихле, присутствующих в формулировке теоремы 1. Библ. – 5 назв.

УДК 517.54

Оценки конформного радиуса и теоремы искажения для однолистных функций. Ковалев Л. В.— В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 16. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 263), СПб., 2000, с. 141–156.

Получено простое доказательство недавнего результата Е. Г. Емельянова (РЖМат, 1997, 7Б200) о максимуме конформного радиуса $r(D,1)$ в семействе односвязных областей с фиксированным значением $r(D,0)$. Решена аналогичная задача в семействе выпуклых областей. Найдены точные оценки для функционалов вида $|g'(w)|/|g(w)|^\delta$ в семействах функций, обратных элементам классов S и S_M, где $S = \{f : f$ регулярна и однолистна в $\{z : |z| < 1\}$, $f(0) = f'(0) - 1 = 0\}$, $S_M = \{f \in S : |f(z)| < M$ при $|z| < 1\}$. Библ. – 7 назв.

УДК 517.54

К задачам об экстремальном разбиении в семействах систем областей общего вида. Кузьмина Г. В. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 16. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 263), СПб., 2000, с. 157–186.

Доказана теорема, распространяющая результаты теории задач об экстремальном разбиении на семейства систем областей, содержащие области, подобные в малом концевым и полосообразным областям квадратичного дифференциала, имеющего в отмеченных точках c_k, $k = 1, \dots, p$, полюсы любых порядков $n_k \geqslant 3$ при одном из простых определений приведенных модулей указанных областей. Рассматриваются другие возможные определения приведенных модулей этих областей. Приводятся примеры, иллюстрирующие применения доказанной теоремы в задачах об экстремальном разбиении. Библ. – 13 назв.

УДК 512.4

О теореме Крулля-Шмидта для артиновых модулей. Пименов К. И. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 16. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 263), СПб., 2000, с. 187–192.

В статье сформулировано свойство, обобщающее коммутативность, при наличии которого у кольца артиновы модули над ним будут удовлетворять теореме Крулля–Шмидта. Этим свойством обладает, например, локальное кольца конечного ранга, а также кольцо, центр которого сюръективно отображается на фактор по радикалу всего кольца при естественной проекции. Приведен простейший пример локального кольца, таким свойством не обладающим. Показано, что для артиновых модулей над этим кольцом возникают аномалии прямых разложений, аналогичные аномалиям прямых разложений абелевых групп конечного ранга. Библ. – 6 назв.

УДК 511.466+517.863

Необращение в нуль автоморфных L-функций в центре критической полосы. Фоменко О. М. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 16. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 263), СПб., 2000, с. 193–204.

Пусть $S_k(\Gamma_0(N),\chi)$ – пространство $\Gamma_0(N)$-параболических форм целого веса k и характера $\chi(\operatorname{mod} n)$, $f(z)$ – новая форма пространства $S_k(\Gamma_0(N),\chi)$, $L_f(s)$ – соответствующая L-функция. Доказано:

1) пусть $\mathcal{F}_0$ – множество всех новых форм пространства $S_k(\Gamma_0(p),1)$, p – простое, k – постоянное четное число $\geqslant 2$. Тогда

$$\sum_{f\in\mathcal{F}_0:L_f(k/2)\neq 0} 1 \geqslant \frac{p}{\log^2 p} \quad (p\to\infty).$$

2) Пусть $\mathcal{F}$ – множество всех собственных форм Гекке пространства $S_k(\Gamma_0(1),1)$, $k\equiv 0(\operatorname{mod} 4)$. Тогда при $k\to\infty$

$$\sum_{f\in\mathcal{F}:L_f(k/2)\neq 0} 1 \geqslant \frac{k}{\log^2 k}.$$

Библ. – 11 назв.

УДК 511.466+517.863

Порядок дзета-функции Эпштейна в критической полосе. Фоменко О. М. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 16. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 263), СПб., 2000, с. 205–225.

Пусть $Q(x_1,\dots,x_k)$ – положительная квадратичныя форма от $k\geqslant 2$ переменных, $\zeta(s;Q)$ – дзета-функция Эпштейна формы Q. Исследуется порядок роста $\zeta(s;Q)$ на прямой $\operatorname{Re} s=(k-1)/2$. Для $k\geqslant 4$ и целочисленной формы Q задача редуцируется к аналогичной задаче о поведении L-рядов Дирихле на прямой $\operatorname{Re} s=1/2$.

В случае $k = 3$ рассматривается диагональная форма над $\mathbb{R}$, метод исследования – метод ван дер Корпута. Для $k = 2$ методом ван дер Корпута с усовершенствованиями Хис-Брауна передоказывается известный результат Титчмарша (1934). Библ. – 9 назв.

УДК 511.466+517.863

Распределение целых точек на четырехмерной сфере. Фоменко О. М. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 16. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 263), СПб., 2000, с. 226–236.

Пусть $r_l(n)$ – количество представлений натурального числа n суммой l квадратов целых чисел; $0 < A < 1$ – постоянное число. Доказано, что при $(n, 2) = 1$

$$\sum_{-A \leqslant w/\sqrt{n} \leqslant A} r_3(n - w^2) = \mu_4(A) r_4(n) + O(n^{1487/2000}); \quad \mu_4(A) > 0.$$

Ранее автор получил эту асимптотику с более слабым остаточным членом $O(n^{3/4+\varepsilon})$. Библ. – 11 назв.