Записки научных
семинаров ПОМИ
Том 264, 2000 г.

Ш. Сахаев

О КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ СИСТЕМЫ, АНАЛОГИЧНОЙ СИСТЕМЕ МАКСВЕЛЛА

Рассмотрим в ограниченной области $\Omega \subset R^3$ систему, аналогичную системе уравнений Максвелла:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{H} - \sigma \vec{E}(x) = 0, \quad \operatorname{div} \vec{H} = 0, \\ \operatorname{rot} \vec{H} + \mu \vec{E}(x) = 0, \quad \operatorname{div} \vec{E} = 0, \end{aligned} \tag{1}$$

с краевыми условиями

$$H_n\big|_{\partial\Omega} = \varphi(x)\big|_{x\in\partial\Omega}, \quad E_n\big|_{x\in\partial\Omega} = f(x)\big|_{\partial\Omega}. \tag{2}$$

Здесь

$$\vec{E}(x) = \{E_1, E_2, E_3\}, \quad \vec{H}(x) = \{H_1, H_2, H_3\}$$

– векторы, σ и μ – положительные константы.

Отметим, что для системы (1), с точки зрения постановки краевых задач, нами обоснованы и получены некоторые результаты в нашей работе [1], при этом указано, что систему (1) можно решить, задавая на границе области любые две составляющие векторов $\vec{E}(x)$ и $\vec{H}(x)$.

1. Полупространственные решения

Рассмотрим задачу (1)–(2) для полупространства $x_3 \geqslant 0$, т.е. нужно определить $\vec{E}(x)$, $\vec{H}(x)$ из системы (1) при условиях

$$H_3(x)\big|_{x_3=0} = \varphi(x'), \quad E_3(x)\big|_{x_3=0} = f(x), \quad x' = (x_1, x_2), \tag{3}$$

причем

$$\vec{E}(x) \to 0, \quad \vec{H}(x) \to 0 \quad \text{при} \quad |x| \to +\infty. \tag{4}$$

К задаче (1), (3), (4) применим интегральное преобразование Фурье по переменным x_1 и x_2. Тогда в области изображения получим систему из восьми обыкновенных дифференциальных уравнений с шестью неизвестными. Найдем общие характеристические корни квадратных матриц, составленных из переопределенной системы. Нас интересуют такие корни, для которых решение удовлетворяет условию (4). Таким корнем является

$$p = -\sqrt{\xi^2 + \sigma\mu}, \quad (\xi^2 = \xi_1^2 + \xi_2^2), \tag{5}$$

кратность которого равна двум. Известно [2], что кратность корней определяет необходимое количество краевых условий системы (1).

Решение находим сначала в области изображения, затем, используя теорему о свертке, строим его в полупространстве $x_3 \geqslant 0$ в следующем виде

$$\vec{H}(x) = \frac{1}{2\pi}\int\limits_{R^2}\Big[\sigma\vec{K}(x-y')f(y') + \vec{L}(x-y')\varphi(y')\Big]\,dy', \tag{6}$$

$$\vec{E}(x) = \frac{1}{2\pi}\int\limits_{R^2}\Big[\vec{L}\,(x-y')f(y') - \mu\vec{K}(x-y')\varphi(y')\Big]\,dy', \tag{7}$$

где

$$\vec{K}(x-y') = \left(\vec{e}_1\frac{\partial}{\partial x_2} - \vec{e}_2\frac{\partial}{\partial x_1}\right)G(x-y'), \tag{8}$$

$$\vec{L}(x-y') = \left(\vec{e}_1\frac{\partial}{\partial x_1\partial x_3} + \vec{e}_2\frac{\partial}{\partial x_2\partial x_3} - \vec{e}_3\Delta'\right)G(x-y'), \tag{9}$$

$\vec{e}_j$, $j = 1,2,3$ – единичные орты,

$$|x-y'|^2 = (x_1-y_1)^2 + (x_2-y_2)^2 + x_3^2,$$

$$G(x) = \frac{1}{2\pi}\int\limits_{R^2}\log\,|z'|\,G_0(x-z')\,dz', \tag{10}$$

$$G_0(x) = \frac{\partial}{\partial x_3}\left(\frac{e^{-\sqrt{\sigma\mu}|x|}}{|x|}\right). \tag{11}$$

Для ядер, входящих в представление (6)–(7) решения задачи (1), (3), (4), имеет место следующая

Теорема 1. *Для функции $G(x)$ (см. (10)) и ее производных имеют место следующие оценки*

$$|G(x)| \leqslant C_0\,(|\log|x||+1)\,,$$

$$\left|\frac{\partial}{\partial x_j}G(x)\right| \leqslant C_1\left(1+\frac{1}{|x|}\right), \quad j=1,2,3,$$

$$\left|\frac{\partial^2 G(x)}{\partial x_j \partial x_3}\right| \leqslant C_2\left(1+\frac{1}{|x|^2}\right), \quad j=1,2,$$

$$\left|\frac{\partial^2 G(x)}{\partial x_j^2}\right| \leqslant C_3\left(1+\frac{1}{|x|}+\frac{1}{|x|^2}\right), \quad j=1,2,3.$$

Подробное доказательство проведено в работе автора [1].

Легко доказывается следующая

Теорема 2. *Если $f(x)$ и $\varphi(x)$ в задаче* (1), (3), (4) *непрерывны и ограничены, то соотношения* (6), (7) *являются единственным решением этой задачи в полупространстве $x_3 \geqslant 0$.*

2. Решение для конечной области

После этих утверждений можно изучить задачу (1), (2). Решение задачи (1), (2) строится по методике Шапиро–Загорского [3–5] следующим образом.

Пусть ξ – местная система координат в точке $\eta \in S \equiv \partial\Omega$. Введем ортогональное преобразование координат

$$\zeta_k = \sum_{j=1}^{3} a_{kj}\left(\xi_j - \xi_j^0\right), \quad \text{где} \quad \xi_j = \xi_j^0 + \sum_{k=1}^{3} a_{kj}\,\zeta_k.$$

Ортогональную матрицу $\{a_{kj}\}$, k, $j=1,2,3$ подберем так, чтобы $a_{k3} = \nu_k(\eta)$, где $\vec{\nu} = \{\nu_1, \nu_2, \nu_3\}$ – единичный вектор нормали в точке η.

Фактически мы решаем задачу (1)–(2) на наклонной касательной плоскости $\xi_3 = 0$ (т.е. полупространственную задачу), и это решение будет зависеть от изменения вектора нормали $\vec{\nu}(\eta)$.

Тогда будет возможным искать решения системы (1) при граничных условиях

$$H_{\nu|S} = \varphi(s) \quad \text{и} \quad E_{\nu|S} = f(s), \tag{12}$$

где $\vec{\nu}(\eta)$ – внутренняя нормаль в точке $\eta \in S$; границу S области Ω считаем выпуклой.

Решение задачи (1), (12) ищем в виде

$$H_k(\xi) = \int\limits_S \left\{ \sum_{j=1}^{3} a_{kj}(\eta^0)\left[\alpha_1 A_j\left(\xi' - \eta^0, \xi_3\right)\mu(\eta^0) + \right.\right.$$

$$+B_j\left(\xi'-\eta^0,\xi_3\right)\lambda\left[(\eta^0)\right]\Big]\Big\}\,dS_{\eta^0}, \tag{13}$$

$$E_k(\xi)=\int\limits_S\Big\{\sum_{j=1}^{3}a_{kj}(\eta^0)\left[B_j\left(\xi'-\eta^0,\xi_3\right)\mu(\eta^0)-\right.$$

$$\left.-\alpha_2\,A_j\left(\xi'-\eta^0,\xi_3\right)\lambda\left[(\eta^0)\right]\right]\Big\}\,dS_{\eta^0},\quad k=1,2,3,$$

где $\mu(\eta^0)$, $\lambda(\eta^0)$ – неизвестные плотности; A_j и B_j имеют тот же смысл, что $\vec{K}$ и $\vec{L}$ в задаче (1), (3), (4) в точке η, т.е. $A_j=K_j$ и $B_j=L_j$ (см. (8), (9)), а $\eta^0=(\eta_1^0,\eta_2^0)$ лежит в малой окрестности точки $\eta\in S$, $\alpha_1=\sigma$ и $\alpha_2=\mu$.

Числа a_{ij}, будучи элементами ортогональной матрицы, удовлетворяют следующим условиям:

1) $$\sum_{j=1}^{3}a_{jk}\,a_{jl}=\delta_{kl}=\begin{cases}1 & \text{при}\quad k=l,\\ 0 & \text{при}\quad k\neq l;\end{cases}$$

2) поворот при помощи ортогонального преобразования считается правосторонним. Построим векторы $\vec{H}$ и $\vec{E}$ в виде

$$\vec{H}(\xi)=\int\limits_S\Big[\alpha_1\,\vec{A}(\xi-\eta)\mu(\eta)+\vec{B}(\xi-\eta)\lambda(\eta)\Big]\;dS_\eta, \tag{14}$$

$$\vec{E}(\xi)=\int\limits_S\Big[-\alpha_2\,\vec{B}(\xi-\eta)\mu(\eta)-\vec{A}(\xi-\eta)\lambda(\eta)\Big]\;dS_\eta, \tag{15}$$

где

$$\vec{A}(\xi-\eta)=\operatorname{rot}\vec{\nu}G(\xi-\eta),\quad \vec{B}(\xi-\eta)=\operatorname{rot}\operatorname{rot}\vec{\nu}(\eta)G(\xi-\eta), \tag{16}$$

$G(\xi)$ – та же функция, что и в (10).

Замечание 1. В соотношениях (14), (15) векторы $\vec{H}$ и $\vec{E}$ получены с помощью преобразования

$$\widetilde{H}_k=\sum_{j=1}^{3}a_{jk}\,H_j,\quad \widetilde{E}_k=\sum_{j=1}^{3}a_{jk}\,E_j,\quad k=1,2,3.$$

Теперь исследуем равенства (14), (15). Имеет место

Теорема 3 (о скачке потенциалов). *Пусть $S \in C^{(1+a)}$. Если неизвестные плотности $\mu(\eta)$, $\lambda(\eta)$ непрерывны в $\Omega \subset R^3$, то они определяются следующей системой неоднородных интегральных уравнений фредгольмова типа второго рода:*

$$\begin{aligned} \varphi(\eta^0) &= \lambda(\eta^0) + \int\limits_S B\left(\eta^0, \eta\right) \lambda(\eta)\, dS_\eta + \alpha_1 \int\limits_S A\left(\eta^0, \eta\right) \mu(\eta)\, dS_\eta, \\ f(\eta^0) &= \mu(\eta^0) + \int\limits_S A\left(\eta^0, \eta\right) \lambda(\eta)\, dS_\eta - \alpha_2 \int\limits_S B\left(\eta^0, \eta\right) \mu(\eta)\, dS_\eta, \end{aligned} \tag{17}$$

где

$$A\left(\eta^0, \eta\right) + \left(\vec{\nu}(\eta^0), \operatorname{rot} \vec{\nu}(\eta) G\left(\eta^0, \eta\right)\right),$$

$$B\left(\eta^0, \eta\right) + \left(\vec{\nu}(\eta), \operatorname{rot}\operatorname{rot} \vec{\nu}(\eta) G\left(\eta^0, \eta\right)\right),$$

$$\varphi(\eta^0) = \lim_{\xi \to \eta^0} \left[\sum_{j=1}^{3} \left(H_j(\xi), \nu_j(\eta^0)\right)\right],$$

$$f(\eta^0) = \lim_{\xi \to \eta^0} \left[\sum_{j=1}^{3} \left(E_j(\xi), \nu_j(\eta^0)\right)\right],$$

и для ядер интегральных уравнений (17) справедливы следующие неравенства

$$\begin{aligned} \left|A\left(\eta^0, \eta\right)\right| &\leqslant \frac{C}{|\eta - \eta^0|^{1-\alpha}}, \\ \left|B\left(\eta^0, \eta\right)\right| &\leqslant \frac{C}{|\eta - \eta^0|^{2-\alpha}}, \quad 0 < \alpha < 1, \end{aligned} \tag{18}$$

где C, C_1 – ограниченные постоянные.

Доказательство. В соотношениях (14)–(15) компоненты единичного вектора – нормали

$$\nu_j = \nu_j(\eta) = \cos\left(\vec{e}'_j, \vec{e}_3\right) = \alpha_{j3}(\eta), \quad j = 1, 2, 3$$

и $\vec{e}'_j$ – орты местной системы координат точки $\eta \in S$, $\vec{e}_3$ – орт исходной системы координат.

По аналогии с оценками теоремы 1 справедливы следующие неравенства

$$\begin{aligned} \left|\frac{\partial}{\partial \xi_j} G(\xi - \eta)\right| &< \frac{C}{|\xi - \eta|}, \quad j = 1, 2, 3, \\ \left|\frac{\partial^2 G(\xi - \eta)}{\partial \xi_j \partial \xi_i}\right| &< \frac{C}{|\xi - \eta|^2}, \quad i, j = 1, 2, 3, \end{aligned} \tag{19}$$

где

$$|\xi-\eta|^2=(\xi_1-\eta_1)^2+(\xi_2-\eta_1)^2+\xi_3^2, \quad C=\mathrm{const}<+\infty.$$

Для доказательства теоремы 3 найдем предел в выражениях (14)–(15) при $\xi\to\eta^0\in S$, затем умножим их скалярно на внутреннюю нормаль $\vec{\nu}(\eta^0)$ в точке $\eta^0\in S$. Тогда получим систему интегральных уравнений относительно неизвестных "плотностей" $\mu(\lambda)$ и $\lambda(\eta)$, при этом будем учитывать граничные условия (12) (как это делается в классической теории потенциалов [5]).

Нам достаточно найти следующие пределы:

$$\lim_{\xi\to\eta^0\in S}\left\{\int\limits_S \vec{A}(\xi-\eta)\mu(\lambda)\,dS_\eta\right\}, \quad \lim_{\xi\to\eta^0\in S}\left\{\int\limits_S \vec{B}(\xi-\eta)\mu(\eta)\,dS_\eta\right\}. \tag{20}$$

Рассмотрим первый из них, выразив его в виде

$$\int\limits_S \vec{A}(\xi-\eta)\mu(\eta)\mu(\eta)\,dS_\eta=\int\limits_{S_d}\left[\mu(\eta)-\mu(\eta^0)\right]\,\vec{A}(\xi-\eta)\,dS_\eta+$$

$$+\mu(\eta^0)\int\limits_{S_d}\vec{A}(\xi-\eta)\mu(\eta)\,dS_\eta+\int\limits_{S\setminus S_d}A(\xi-\eta)\mu(\eta)\mu(\eta)\,dS, \tag{21}$$

где S_d – часть поверхности S с вырезанной сферой радиуса d с центром в точке $\eta^0\in S$.

Очевидны следующие утверждения:

1) если учесть первую оценку из (19), то третий интеграл в правой части (21) при $\xi\to\eta^0\in S$ равен прямому значению на S, т.е. справедливо равенство

$$\lim_{\xi\to\eta^0\in S}\left\{\int\limits_{S\setminus S_d}\vec{A}(\xi-\eta)\mu(\eta)\,dS_\eta\right\}=\int\limits_S \vec{A}(\eta^0-\eta)\mu(\eta)\,dS_\eta. \tag{22}$$

Ядро интеграла (22) при $\eta\to\eta^0$ имеет особенность не выше первого порядка и очевидно, что интеграл сходящийся;

2) значения пределов первого и второго интегралов правой части (21) при $\xi\to\eta^0\in S$ строго зависят от поведения в окрестности точки $\eta^0\in S$ интеграла $\int\limits_{S_d}\vec{A}(\xi-\eta)\,dS_\eta$, так как

а) в силу непрерыаности $\mu(\eta)$ на S

$$\left|\int\limits_{S_d} \left[\mu\left(\eta^0 - \mu(\eta)\right)\right] \vec{A}(\xi-\eta)\, dS_\eta\right| < C \int\limits_{S_d} \left|\vec{A}(\xi-\eta)\right| dS_\eta;$$

б) в силу ограниченности $\mu(\eta)$ на S

$$\left|\int\limits_{S_d} \left[\vec{A}\,(\xi-\eta))\,\mu(\eta)\, dS_\eta\right] \leqslant C \int\limits_{S_d} \left|\,\vec{A}(\xi-\eta)\right|\right| dS_\eta.$$

Как видно из соотношения (16)

$$\int\limits_{S_d} \left|\vec{A}(\xi-\eta)\right| dS_\eta \leqslant \int\limits_{S_d} \left|\sum_{k\neq l}\left(\nu_k \frac{\partial}{\partial \xi_e} - \nu_e \frac{\partial}{\partial \xi_k}\right) G(\xi,\eta)\right| dS_\eta \leqslant$$

$$\leqslant 3 \int\limits_{S_d} \left|\left(\nu_k \frac{\partial}{\partial \xi_e} - \nu_e \frac{\partial}{\partial \xi_k}\right) G(\xi,\eta)\right| dS_\eta \leqslant$$

$$\leqslant 3\left\{\int\limits_{S_d} \left|\nu_k \frac{\partial}{\partial \xi_e} G(\xi,\eta)\right| dS_\eta + \int\limits_{S_d} \left|\nu_e \frac{\partial}{\partial \xi_k} G(\xi,\eta)\right| dS_\eta\right\}.$$

Учитывая, что ν_k – направляющие косинусы, и имея ввиду первое неравенство (19), получаем оценку

$$\int\limits_{S_d} \left|\nu_k \frac{\partial}{\partial \xi_e} G(\xi,\eta)\right| dS_\eta \leqslant \int\limits_{S_d} \left|\nu_k \frac{\partial}{\partial \xi_e} G(\eta^0,\eta)\right| dS_\eta \leqslant$$

$$\leqslant C_1 \int\limits_{S_d} \frac{dS_\eta}{|\eta-\eta^0|^{1-\alpha}} = \frac{4\pi C_1}{\alpha+1}\, d^{\alpha+1}, \quad 0<\alpha<1,$$

которая стремится к нулю вместе с d.

Таким образом, доказали, что $\int\limits_{S_d} \vec{A}(\xi-\eta)\, dS_\eta$ стремится к нулевому вектору, когда $\xi \to \eta^0 \in S$, а искомый стремится к своему прямому значению, т.е. к (22).

Рассмотрим второй предел в (20). Применяя предыдущую методику и учитывая второе неравенство в (19), имеем

$$\lim_{\xi\to\eta^0\in S}\left\{\int\limits_{S\setminus S_d} \vec{B}(\xi-\eta)\mu(\eta)\, dS_\eta\right\} = \int\limits_{S} \vec{B}(\eta^0-\eta)\mu(\eta)\, dS_\eta, \qquad (23)$$

и остающаяся часть строго зависит от поведения интеграла $\int\limits_{S_d} \vec{B}(\xi-\eta)\,dS_\eta$.

На основе второго неравенства в (19) справедливо

$$\big|\big(\vec{\nu}(\eta^0)-\vec{\nu}(\eta),\mathrm{rot}\,\mathrm{rot}\,\vec{\nu}(\eta)G(\xi,\eta)\big)\big| \leqslant \frac{C}{|\xi-\eta|^{2-\alpha}} \leqslant \frac{C}{|\eta-\eta^0|^{2-\alpha}}, \quad (24)$$

где $\eta^0\in S$ и $|\eta^0-\eta|$ – проекция $|\xi-\eta|$ на касательную плоскость в точке $\eta^0\in S$. В силу неравенства (24) утверждаем, что

$$\int\limits_{S_d}\big|\vec{B}(\xi,\eta)\big|\,dS_\eta \to \mathrm{const} \quad \text{при} \quad \xi\to\eta^0\in S \quad (25)$$

(и это нетрудно установить, используя методы теории потенциалов).

Таким образом, справедливо равенство

$$\lim_{\xi\to\eta^0\in S}\left\{\int\limits_S \vec{B}(\xi-\eta)\mu(\eta)\,dS_\eta\right\} = \vec{\nu}(\eta^0)\mu(\eta^0) + \int\limits_S \vec{B}(\eta^0,\eta)\mu(\eta)\,dS_\eta$$

и поэтому из соотношения (14) при $\xi\to\eta^0\in S$ имеем

$$\vec{H}(\eta^0) = \vec{\nu}(\eta^0)\lambda(\eta^0) + \int\limits_S \vec{B}(\eta^0,\eta)\lambda(\eta^0)\,dS_\eta + \alpha_1\int\limits_S \vec{A}(\eta^0,\eta)\mu(\eta)\,dS_\eta,$$

$$\vec{E}(\eta^0) = \vec{\nu}(\eta^0)\mu(\eta^0) + \int\limits_S \vec{A}(\eta^0,\eta)\lambda(\eta)\,dS_\eta - \alpha_2\int\limits_S \vec{B}(\eta^0,\eta)\mu(\eta)\,dS_\eta.$$

Скалярно умножая их на $\vec{\nu}(\eta^0)$ и учитывая краевые условия (12), получим систему интегральных уравнений для определения неизвестных $\lambda(\eta)$ и $\mu(\eta)$.

Теперь докажем справедливость утверждения теоремы 3 относительно оценок ядер системы интегральных уравнений (17). Запишем ядро $A(\eta^0,\eta)$ в виде

$$A(\eta^0,\eta) = \big(\vec{\nu}(\eta^0),\mathrm{rot}\,\vec{\nu}(\eta)G(\eta^0,\eta)\big) = \big(\vec{\nu}(\eta^0)-\vec{\nu}(\eta),\mathrm{rot}\,\vec{\nu}(\eta)G(\eta^0,\eta)\big).$$

Неравенства

$$\big|A(\eta^0,\eta)\big| \leqslant \big|\vec{\nu}(\eta^0)-\vec{\nu}(\eta)\big|\cdot\big|\mathrm{rot}\,\vec{\nu}(\eta)G(\eta^0,\eta)\big| \leqslant \frac{C}{|\eta^0-\eta|^{1-\alpha}} \quad (26)$$

справедливы в силу оценки

$$\left|\operatorname{rot}\vec{\nu}(\eta)G(\eta^0,\eta)\right| \leqslant C\left(\frac{1}{|\eta-\eta^0|}+1\right), \tag{27}$$

вытекающей из неравенств (19) и неравенств

$$\left|\,\vec{\nu}(\eta^0)-\vec{\nu}(\eta)\right| \leqslant \left|a_{k3}(\eta^0)-a_{k3}(\eta)\right| \leqslant C_1\left|\eta^0-\eta\right|^{\alpha}, \quad 0<\alpha<1.$$

Рассмотрим второе ядро, записав его в виде

$$B(\eta^0,\eta)=\left(\vec{\gamma}(\eta^0)-\vec{\gamma}(\eta), \operatorname{rot}\operatorname{rot}\vec{\gamma}(\eta)G(\eta^0,\eta)\right).$$

Учитывая второе неравенство в (19) и (27), имеем оценку для ядра $B(\eta^0,\eta)$ в виде

$$\left|B(\eta^0-\eta)\right| < \frac{C}{|\eta^0-\eta|^{2-\alpha}}, \quad 0<\alpha<1. \tag{28}$$

Таким образом теорема 3 доказана.

Замечание 2. На основе оценок (26), (28) для ядер интегральных уравнений (17) утверждаем [6], что для системы интегральных уравнений справедлива теория Фредгольма;

система является интегральными уравнениями со слабой особенностью и поэтому она решается методом последовательных приближений;

решение будет принадлежать классу $L_p(S)$, $p>1$, если этому классу принадлежит известная часть системы интегральных уравнений.

Литература

1. Ш. Сахаев, *О вычислении амплитуды электромагнитных стационарных колебаний.* В сборнике “Дифференциальные уравнения и их приложения”, изд-во “Наука”, Алма-Ата 1970, 69–92.
2. И. М. Гельфанд, *Об эллиптических уравнениях.* — УМН **15** (1960), 121–132.
3. З. Я. Шапиро, *О решении эллиптической системы для ограниченной области.* — Изв. АН СССР **17** (1953), 561.
4. Т. Я. Загорский, *Приведение некоторых смешанных задач для параболических систем к интегральным уравнениям.* — Научн. зап. Львовского политехн. ин-та, серия физ-мат вып. 38, No. 2 (1956), 13–28.
5. Я. Б. Лопатинский, *Формула Фредгольма для систем интегральных уравнений.* — Научн. зап. Львовского политехн. ин-та, серия физ-мат вып. 38, No. 2 (1956), 8–12.

6. Н. М. Гюнтер, *Теория потенциалов и ее применения к основным задачам математической физики.* М. (1953).
7. С. Г. Михлин, *Лекции по линейным интегральным уравнениям.* М (1970).

Sakhaev Sh. On boundary value problems for a version of Maxwell equations.

Boundary value problem for the system of equations

$$\operatorname{rot}\vec{H} - \sigma\vec{E} = 0, \quad \operatorname{rot}\vec{E} + \mu\vec{H} = 0,$$

(where σ and μ are positive constants) in a domain $\Omega \Subset R^3$ are considered. Boundary conditions are

$$H_n\big|_{\partial\Omega} = \varphi(x)\big|_{\partial\Omega}, \quad E_n\big|_{\partial\Omega} = f(x)\big|_{\partial\Omega}.$$

The correcntess of the problem is proved if $\partial\Omega$ is smooth. The potential theory is used to get this result.

Поступило 10 января 2000 г.