Записки научных
семинаров ПОМИ
Том 265, 1999 г.

А. И. Генералов

АЛГЕБРЫ ЙОНЕДЫ ПОЛУЦЕПНЫХ QF-АЛГЕБР

Пусть R – произвольная (ассоциативная) конечномерная алгебра над полем k, $J(R)$ – ее радикал Джекобсона, $\overline{R} = R/J(R)$ – соответствующая факторалгебра. На прямой сумме $\mathcal{E}(\overline{R}) = \bigoplus_{m\geqslant 0} \operatorname{Ext}^m_R(\overline{R}, \overline{R})$ с помощью произведения Йонеды (см., например, [1]) вводится структура k-алгебры, которую называют *алгеброй Йонеды* алгебры R. По построению $\mathcal{E}(\overline{R})$ имеет естественную градуировку. В [2] алгебра Йонеды была вычислена (в терминах колчанов с соотношениями) для одной из серий так называемых алгебр диэдрального типа (см. [3, 4]). В настоящей работе мы опишем алгебру Йонеды для полуцепных квазифробениусовых (QF-)алгебр над алгебраически замкнутым полем k.

Пусть R – (двусторонне) неразложимая базисная полуцепная QF-алгебра над алгебраически замкнутым полем k. Тогда ввиду [5] существуют натуральные числа n, $t \in \mathbb{N}$, $t > 1$, такие, что $R \simeq k[Q]/I$, где Q – цикл с множеством вершин $\mathbb{Z}_n = \mathbb{Z}/n\mathbb{Z} = \{0, 1, \ldots, n-1\}$ и стрелками $\alpha_i : i \to i+1$, $i \in \mathbb{Z}_n$, а I – идеал в алгебре путей $k[Q]$ колчана Q, порожденный всеми путями в Q длины t. В этом случае используем также обозначение $R = R_{n,t}$.

Рассмотрим колчан $\mathfrak{R}$ с множеством вершин $\mathbb{Z}_n$ и множеством стрелок $E = E_1 \cup E_2$, где

$$E_1 = \{x_i : i \longrightarrow i+1 \mid i \in \mathbb{Z}_n\},$$

$$E_2 = \{y_i : i \longrightarrow i+t \mid i \in \mathbb{Z}_n\}.$$

Алгебру путей $k[\mathfrak{R}]$ колчана $\mathfrak{R}$ превратим в градуированную алгебру, полагая

$$\deg x_i = 1, \quad \deg y_i = 2 \quad (i \in \mathbb{Z}_n).$$

Пусть J – идеал в $k[\mathfrak{R}]$, порожденный элементами

$$x_{i+1}x_i, \;\; y_{i+1}x_i - x_{i+t}y_i \quad (i \in \mathbb{Z}_n). \tag{1}$$

Факторалгебра $\mathcal{A} = k[\mathfrak{R}]/J$ естественным образом наследует градуировку с алгебры $k[\mathfrak{R}]$, и тогда имеется прямое разложение на однородные слагаемые $\mathcal{A} = \bigoplus_{m\geqslant 0} \mathcal{A}^m$, соответствующее этой градуировке на $\mathcal{A}$.

Образ пути $w \in k[\mathfrak{R}]$ в алгебре $\mathcal{A}$ обычно обозначаем также через w (аналогичное соглашение действует для алгебр $k[Q]$ и R). Через e_i, $i \in \mathbb{Z}_n$, обозначаем идемпотенты алгебры $k[\mathfrak{R}]$ (и алгебры $\mathcal{A}$), соответствующие вершинам колчана $\mathfrak{R}$.

Рассмотрим также алгебру путей $\mathcal{A}' = k[Q']$ колчана Q', являющегося изоморфной копией исходного колчана Q, в которой стрелки обозначаем через x_i $(i \in \mathbb{Z}_n)$. На алгебре $\mathcal{A}'$ введем градуировку так, что $\deg x_i = 1$.

Теорема 1. *Пусть $R = R_{n,t}$.*

(1) *Если $t > 2$, то алгебра Йонеды $\mathcal{E}(\overline{R})$ алгебры R изоморфна как градуированная k-алгебра алгебре $\mathcal{A}$.*

(2) *Если $t = 2$, то $\mathcal{E}(\overline{R})$ как градуированная k-алгебра изоморфна алгебре $\mathcal{A}'$.*

В доказательстве этой теоремы мы будем использовать диаграммный метод Бенсона–Карлсона [6], а также дополняющие этот метод технические приемы, предложенные в [2, 7].

Все рассматриваемые модули – левые. Для R-модуля M $Q_{.}(M) \longrightarrow M$ обозначает его минимальную проективную резольвенту, $\Omega^m(M)$ – его m-ую сизигию, а $E(M)$ – инъективную оболочку модуля M.

Пусть $R = R_{n,t}$, $n \geqslant 1$, $t \geqslant 2$, и пусть S_i, $i \in \mathbb{Z}_n$, – простые R-модули, соответствующие вершинам колчана Q, P_i – проективное накрытие модуля S_i. Если M – цепной R-модуль с диаграммой

$$S_{i_1} \longrightarrow S_{i_2} \longrightarrow \ldots \longrightarrow S_{i_r}, \quad (i_1, i_2, \ldots, i_r \in \mathbb{Z}_n),$$

то пишем $M = U(S_{i_1}, S_{i_2}, \ldots, S_{i_r})$. Из конструкции алгебр $R_{n,t}$ непосредственно следует, что P_i – цепной модуль длины t, при этом $P_i = U(S_i, S_{i+1}, \ldots, S_{i+t-1})$.

Ext-*алгебра* R-модуля M – это прямая сумма

$$\mathcal{E}(M) = \bigoplus_{m\geqslant 0} \operatorname{Ext}^m_R(M, M)$$

вместе с произведением Йонеды, взятым в качестве операции умножения (при этом $\mathcal{E}(M)$ несет естественную градуировку).

В процессе доказательства теоремы 1 мы получим также следующий результат, представляющий самостоятельный интерес.

Теорема 2. *Пусть* $R = R_{n,t}$, $d = (n,t)$, $n = n_1 d$. *Пусть* l – *целое число такое, что* $0 \leqslant l < n$ *и* $lt + 1 \equiv 0 (\operatorname{mod} n)$, *и пусть* $S = S_i$ – *некоторый простой* R-*модуль.*

(1) *Если* $t > 2$ *и* $d = 1$, *то*

$$\mathcal{E}(S) \simeq k[\beta,\gamma]/(\beta^2), \quad \text{где} \quad \deg\beta = 2l+1, \deg\gamma = 2n.$$

(2) *Если* $t > 2$ *и* $d > 1$, *то*

$$\mathcal{E}(S) \simeq k[\gamma], \quad \text{где} \quad \deg\gamma = 2n_1.$$

(3) *Если* $t = 2$, *то*

$$\mathcal{E}(S) \simeq k[\beta], \quad \text{где} \quad \deg\beta = n.$$

Гомоморфизм умножения справа на элемент x алгебры R обозначаем $x^* : R \longrightarrow R$. Заметим, что для пути w из вершины i в вершину j колчана Q (w рассматривается как элемент алгебры R) гомоморфизм w^* индуцирует гомоморфизм из P_j в P_i, и последний также обозначается w^*.

Для краткости часто через α обозначаем любую подходящую стрелку α_i ($i \in \mathbb{Z}_n$); при этом α^m обозначает любой (ориентированный) путь длины m в колчане Q.

Предложение 3. *Пусть* $R = R_{n,t}$, *где* $t > 2$, *и пусть* $d = (n,t)$, $n = n_1 d$. *Тогда минимальная проективная резольвента простого* R-*модуля* S_i, $i \in \mathbb{Z}_n$, *имеет вид:*

$$\begin{aligned} \ldots \xrightarrow{\alpha^*} P_i \xrightarrow{(\alpha^{t-1})^*} P_{i+(n_1-1)t+1} \xrightarrow{\alpha^*} P_{i+(n_1-1)t} \longrightarrow \ldots \\ \ldots \xrightarrow{(\alpha^{t-1})^*} P_{i+t+1} \xrightarrow{\alpha^*} P_{i+t} \xrightarrow{(\alpha^{t-1})^*} P_{i+1} \xrightarrow{\alpha^*} P_i \longrightarrow S_i \longrightarrow 0. \end{aligned}$$

В частности,

$$Q_{2m}(S_i) = P_{i+mt}, \quad Q_{2m+1}(S_i) = P_{i+mt+1} \qquad (m \geqslant 0).$$

Кроме того, $\Omega^{2m}(S_i) = S_{i+t}$,

$$\Omega^{2m+1}(S_i) = U(S_{i+mt+1}, S_{i+mt+2}, \ldots, S_{i+(m+1)t-1})$$

(модуль длины $t-1$), и, таким образом, для любого i S_i – $2n_1$-периодический модуль, т.е. $\Omega^{2n_1}(S_i) \simeq S_i$.

Доказательство. Так как $\Omega^1(S_i) = \operatorname{Ker} \pi_i$, где $\pi_i : P_i \longrightarrow S_i$ – проективное накрытие, то $\Omega^1(S_i) = U(S_{i+1}, \dots, S_{i+t-1})$ – модуль длины $t-1$. Ясно, что проективное накрытие модуля $\Omega^1(S_i)$ имеет вид $\rho : P_{i+1} \longrightarrow \Omega^1(S_i)$, причем $\Omega^2(S_i) = \operatorname{Ker} \rho = S_{i+t}$. Непосредственно проверяется, что композиция ρ с вложением $\Omega^1(S_i) \subset P_i$ совпадает с гомоморфизмом α_i^*, а композиция проективного накрытия $\pi_{i+t} : P_{i+t} \longrightarrow S_{i+t}$ с вложением $S_{i+t} \subset P_{i+1}$ совпадает с гомоморфизмом $(\alpha_{i+t-1} \dots \alpha_{i+1})^*$ (в скобках стоит $t-1$ сомножитель). Остается применить предыдущее рассуждение к модулю S_{i+t} вместо S_i.

Аналогично доказывается следующее утверждение.

Предложение 4. *Пусть $R = R_{n,2}$. Тогда минимальная проективная резольвента модуля S_i, $i \in \mathbb{Z}_n$, имеет вид:*

$$\dots \longrightarrow P_{i+2} \longrightarrow P_{i+1} \longrightarrow P_i \longrightarrow S_i \longrightarrow 0,$$

при этом для любого $m \in \mathbb{N}$ $\Omega^m(S_i) \simeq S_{i+m}$; в частности, для любого i модуль S_i n-периодичен.

Из предложений 3 и 4 вытекает такое следствие.

Следствие 5. *Пусть $R = R_{n,t}$. Тогда для любого $m \geqslant 0$*

$$\dim_k \operatorname{Ext}_R^{2m}(S_i, S_{i+mt}) = 1 = \dim_k \operatorname{Ext}_R^{2m+1}(S_i, S_{i+mt+1}).$$

Замечание. Ясно,что ненулевыми группами расширений вида $\operatorname{Ext}_R^m(S_i, S_j)$ являются только перечисленные в следствии 5.

Ввиду того, что $\operatorname{Ext}_R^m(S_i, S_j) \simeq \operatorname{Hom}_R(\Omega^m(S_i), S_j)$, любой элемент $x \in \operatorname{Ext}_R^m(S_i, S_j)$ можно представить некоторым гомоморфизмом $\widehat{x} : \Omega^m(S_i) \longrightarrow S_j$. При этом $\widehat{x}$ включается в следующую коммутативную диаграмму (ср. [2, 7]):

$$\begin{array}{ccccc}
Q_m(S_i) & \longrightarrow & \Omega^m(S_i) & \subset & Q_{m-1}(S_i) & \\
\Big\downarrow{\scriptstyle f_1} & & \Big\downarrow{\scriptstyle \widehat{x}} & & \Big\downarrow{\scriptstyle f_0} & \\
Q_0(S_j) & \longrightarrow & S_j & \subset & E(S_j) & = P_{j-t+1},
\end{array}$$

которая для краткости может быть заменена на объемлющий квадрат этой диаграммы:

$$\begin{tikzcd} Q_m(S_i) \arrow[r, "d_{m-1}^{(i)}"] \arrow[d, "f_1"] & Q_{m-1}(S_i) \arrow[d, "f_0"] \\ Q_0(S_j) \arrow[r] & P_{j-t+1}. \end{tikzcd} \qquad \widehat{x}:$$

Аналогично описываются Ω-сдвиги $\Omega^l(\widehat{x})$ отображения $\widehat{x}$ (см. [2, 7]).

Ввиду следствия 5 для любого $i \in \mathbb{Z}_n$ имеем:

$$\dim_k \mathrm{Ext}_R^1(S_i, S_{i+1}) = 1 = \dim_k \mathrm{Ext}_R^2(S_i, S_{i+t}). \qquad (2)$$

Опишем базисные элементы Ext-групп из (2) (рассматриваемых как k-линейные пространства) с помощью следующих коммутативных квадратов ($i \in \mathbb{Z}_n$):

$$\widehat{x_i}: \begin{tikzcd} Q_1(S_i) \arrow[r, "\alpha^*"] \arrow[d, "id"] & Q_0(S_i) \arrow[d, "(\alpha^{t-2})^*"] \\ Q_0(S_{i+1}) \arrow[r, "(\alpha^{t-1})^*"] & E(S_{i+1}), \end{tikzcd} \qquad \widehat{y_i}: \begin{tikzcd} Q_2(S_i) \arrow[r, "(\alpha^{t-1})^*"] \arrow[d, "id"] & Q_1(S_i) \arrow[d, "id"] \\ Q_0(S_{i+t}) \arrow[r, "(\alpha^{t-1})^*"] & E(S_{i+t}). \end{tikzcd}$$

Предложение 6. *Пусть $R = R_{n,t}$. Тогда Ω-сдвиги отображений $\widehat{x_i}$, $\widehat{y_i}$ ($i \in \mathbb{Z}_n$) описываются с помощью следующих диаграмм:*

(а) $\Omega^2(\widehat{x_i})$ $\Omega^1(\widehat{x_i})$

$$\begin{tikzcd} Q_3(S_i) \arrow[r, "\alpha^*"] \arrow[d, "id"] & Q_2(S_i) \arrow[r, "(\alpha^{t-1})^*"] \arrow[d, "(\alpha^{t-2})^*"] & Q_1(S_i) \arrow[d, "id"] \\ Q_2(S_{i+1}) \arrow[r, "(\alpha^{t-1})^*"] & Q_1(S_{i+1}) \arrow[r, "\alpha^*"] & Q_0(S_{i+1}); \end{tikzcd}$$

(б) *для любого $m \in \mathbb{N}$*

$$\Omega^m(\widehat{y_i}): \begin{tikzcd} Q_{m+2}(S_i) \arrow[r, "d_{m+1}^{(i)}"] \arrow[d, "id"] & Q_{m+1}(S_i) \arrow[d, "id"] \\ Q_m(S_{i+t}) \arrow[r, "d_{m-1}^{(i+t)}"] & Q_{m-1}(S_{i+t}). \end{tikzcd}$$

Доказательство. а) Коммутативность приведенной диаграммы очевидна.

б) Следует из того, что $\Omega^2(S_i) = S_{i+t}$.

Предложение 7. *Пусть $R = R_{n,t}$, где $t > 2$. Тогда в алгебре $\mathcal{E}(\overline{R})$ для элементов x_i, y_i $(i \in \mathbb{Z}_n)$ выполняются соотношения:*

$$x_{i+1}x_i = 0, \quad y_{i+1}x_i = x_{i+t}y_i \quad (i \in \mathbb{Z}_n). \tag{3}$$

Доказательство. Элемент $x_{i+1}x_i \in \mathcal{E}(\overline{R})$ представляется отображением

$$(x_{i+1}x_i)\widehat{\ } = \widehat{x_{i+1}} \circ \Omega^1(\widehat{x_i}),$$

которое описывается с помощью объемлющего квадрата следующей коммутативной диаграммы:

$$\begin{tikzcd} & Q_2(S_i) \arrow[r, "(\alpha^{t-1})^*"] \arrow[d, "(\alpha^{t-2})^*"] & Q_1(S_i) \arrow[d, "id"] \\ \Omega^1(\widehat{x_i}): & Q_1(S_{i+1}) \arrow[r, "\alpha^*"] \arrow[d, "id"] & Q_0(S_{i+1}) \arrow[d, "(\alpha^{t-2})^*"] \\ \widehat{x_{i+1}}: & Q_0(S_{i+2}) \arrow[r, "(\alpha^{t-1})^*"] & E(S_{i+2}). \end{tikzcd} \tag{4}$$

Поскольку при $t > 2$ имеем $(\alpha^{t-1})^* \circ (\alpha^{t-2})^* = 0$, то получаем соотношение $x_{i+1}x_i = 0$.

Аналогично элементы $y_{i+1}x_i$ и $x_{i+t}y_i$ представляются композициями

$$(y_{i+1}x_i)\widehat{\ } = \widehat{y_{i+1}} \circ \Omega^2(\widehat{x_i})$$

и

$$(x_{i+t}y_i)\widehat{\ } = \widehat{x_{i+t}} \circ \Omega^1(\widehat{y_i})$$

соответственно:

$$\begin{tikzcd} & Q_3(S_i) \arrow[r, "\alpha^*"] \arrow[d, "id"] & Q_2(S_i) \arrow[d, "(\alpha^{t-2})^*"] \\ \Omega^2(\widehat{x_i}): & Q_2(S_{i+1}) \arrow[r, "(\alpha^{t-1})^*"] \arrow[d, "id"] & Q_1(S_{i+1}) \arrow[d, "id"] \\ \widehat{y_{i+1}}: & Q_0(S_{i+t+1}) \arrow[r, "(\alpha^{t-1})^*"] & E(S_{i+t+1}), \end{tikzcd}$$

$$\begin{array}{cccc}
 & Q_3(S_i) & \xrightarrow{\alpha^*} & Q_2(S_i) \\
\Omega^1(\widehat{y_i}): & \Big\downarrow{\scriptstyle id} & & \Big\downarrow{\scriptstyle id} \\
 & Q_1(S_{i+t}) & \xrightarrow{\alpha^*} & Q_0(S_{i+t}) \\
\widehat{x_{i+t}}: & \Big\downarrow{\scriptstyle id} & & \Big\downarrow{\scriptstyle (\alpha^{t-2})^*} \\
 & Q_0(S_{i+t+1}) & \xrightarrow{(\alpha^{t-1})^*} & E(S_{i+t+1}).
\end{array}$$

Сравнение объемлющих квадратов последних двух диаграмм приводит к соотношению $y_{i+1}x_i = x_{i+t}y_i$.

Предложение 8. *Пусть* $R = R_{n,2}$. *Тогда в алгебре* $\mathcal{E}(\overline{R})$ *выполняются соотношения:* $x_{i+1}x_i = y_i$ $(i \in \mathbb{Z}_n)$.

Доказательство. Достаточно заметить, что при $t = 2$ объемлющий квадрат диаграммы (4) описывает отображение $\widehat{y_i}$.

Доказательство теоремы 1. 1) Рассмотрим сначала случай $t > 2$. Так как отображения $\widehat{y_i}$, а также их Ω-сдвиги $\Omega^l(\widehat{y_i})$ являются изоморфизмами, то $y_{i+(m-1)t}\ldots y_{i+t}y_i$ – ненулевой элемент из $\mathrm{Ext}_R^{2m}(S_i, S_{i+mt})$, и следовательно, порождает эту группу (над k). По той же причине

$$x_{i+mt}y_{i+(m-1)t}\cdots y_{i+t}y_i \tag{5}$$

– ненулевой элемент из $\mathrm{Ext}_R^{2m+1}(S_i, S_{i+mt+1})$ и порождает над k это пространство. Таким образом, множество $\Lambda = \{x_i, y_i \mid i \in \mathbb{Z}_n\}$ порождает $\mathcal{E}(\overline{R})$ как k-алгебру. Ввиду предложения 7 имеется сюръективный гомоморфизм $\varphi : \mathcal{A} \longrightarrow \mathcal{E}(\overline{R})$ градуированных k-алгебр, переводящий канонические образующие алгебры $\mathcal{A}$ (соответствующие стрелкам колчана $\mathfrak{R}$) в одноименные образующие из множества Λ. Пусть $\mathcal{A} = \bigoplus_{m\geqslant 0}\mathcal{A}^m$ – прямое разложение, соответствующее градуировке алгебры $\mathcal{A}$. Докажем, что для любых $i, j \in \mathbb{Z}_n$ и любых $s \geqslant 0$

$$\dim_k(e_j\mathcal{A}^s e_i) = \dim_k \mathrm{Ext}_R^s(S_i, S_j),$$

откуда сразу получим, что φ – изоморфизм.

Предположим сначала, что s четно: $s = 2m$. Любой (ненулевой) путь w в колчане $\mathfrak{R}$ длины $2m$ из i в j (рассматриваемый как элемент в $\mathcal{A}$) не может содержать стрелок x_a ввиду соотношений (1). Таким образом, w – произведение m стрелок вида

$y_b : b \longrightarrow b+t$, и следовательно, $j \equiv i + mt (\mathrm{mod}\, n)$. Поэтому для таких i, j $\dim_k(e_j \mathcal{A}^s e_i) = 1$, а для остальных пар i, j $e_j \mathcal{A}^s e_i = 0$.

Пусть теперь $s = 2m+1$, $m \in \mathbb{Z}$. Тогда (ненулевой) путь w длины s из i в j содержит m стрелок вида y_b и одну стрелку вида $x_a : a \longrightarrow a+1$. С помощью соотношений (1) такой путь приводится (по модулю идеала $J \subset k[\mathfrak{R}]$) к "нормальному" виду (5). Таким образом, в этом случае $j \equiv i + mt + 1 (\mathrm{mod}\, n)$, и для таких пар i, j имеем $\dim_k(e_j \mathcal{A}^s e_i) = 1$. Для остальных пар i, j $e_j \mathcal{A}^s e_i = 0$.

2) Если $t = 2$, то рассуждения проводятся аналогично части 1) доказательства с использованием предложения 8 (вместо предложения 7).

Доказательство теоремы 2. 1) Предположим, что $t > 2$ и $d = (n,t) = 1$. Пусть для некоторого $s \in \mathbb{N}$ $\mathrm{Ext}_R^s(S_i, S_j) \neq 0$. Если $s = 2l$, $l \in \mathbb{Z}$, то $\Omega^s(S_i) \simeq S_{i+lt}$, и потому $lt \equiv 0 (\mathrm{mod}\, n)$, т.е. $l \equiv 0 (\mathrm{mod}\, n)$. Если же $s = 2l+1$, $l \in \mathbb{Z}$, то ввиду $2n$-периодичности модуля S_i (см. предложение 3) можно считать, что $0 < s < 2n$. Кроме того, ввиду того же предложения 3 $\mathrm{top}\, \Omega^s(S_i) = S_{i+lt+1}$, и потому необходимо $lt+1 \equiv 0 (\mathrm{mod}\, n)$. Так как $d = 1$, то существует единственное l такое, что $0 \leqslant l < n$ и $lt \equiv -1 (\mathrm{mod}\, n)$. Далее, в качестве базисного элемента для $\mathrm{Ext}_R^{2n}(S_i, S_i)$ можно взять

$$\gamma = y_{i+(n-1)t} \cdots y_{i+t} y_i,$$

а для $\mathrm{Ext}_R^{2l+1}(S_i, S_i)$ – $\beta = x_{i+lt} y_{i+(l-1)t} \cdots y_{i+t} y_i$ (если $l = 0$, т.е. когда $n = 1$, то берем $\beta = x_i$). В силу $2n$-периодичности модуля S_i β и γ порождают $\mathcal{E}(\overline{R})$ как k-алгебру. Кроме того, из соотношений (3) следует, что $\beta\gamma = \gamma\beta$ и $\beta^2 = 0$. Таким образом, существует сюръективный гомоморфизм градуированных алгебр $\psi : k[\beta, \gamma]/(\beta^2) \longrightarrow \mathcal{E}(S_i)$, и аналогично доказательству теоремы 1 получаем, что ψ – изоморфизм.

2) Если $t > 2$ и $(n,t) > 1$, то для любого $l \in \mathbb{Z}$ $lt+1$ не делится на n. Тогда аналогично доказательству части 1) получаем, что группы $\mathrm{Ext}_R^s(S_i, S_i)$ отличны от нуля только для s, делящихся на $2n_1$. Отсюда легко получаем, что $\mathcal{E}(S_i) = k[\gamma]$, где можно взять $\gamma = y_{i+(n_1-1)t} \cdots y_{i+t} y_i$.

3) Если $t = 2$, то требуемое утверждение доказывается аналогично предыдущему с использованием предложений 4 и 8.

Замечание. Основные результаты работы остаются справедливыми и без предположения алгебраической замкнутости основного поля k.

Литература

1. С. Маклейн, *Гомология.* Мир, М. (1966).
2. О. И. Балашов, А. И. Генералов, *Алгебры Йонеды для одного класса диэдральных алгебр.* — Вестн. С.-Петерб. ун-та Сер. 1, вып. 3, No. 15 (1999), 3–10.
3. K. Erdmann, *Algebras and dihedral defect groups.* — Proc. London Math. Soc. **54,** Pt. 1 (1987), 88–114.
4. K. Erdmann, *Blocks of tame representation type and related algebras.* — Lect. Notes Math. **1428** (1990).
5. H. Kupisch, *Beiträge zur Theorie nichthalbeinfacher Ringe mit Minimalbedingung.* — J. reine und angew. Math. **201** (1959), 100–112.
6. D. J. Benson, J. F. Carlson, *Diagrammatic methods for modular representations and cohomology.* — Comm. Alg. **15,** No. 1/2 (1987), 53–121.
7. А. И. Генералов, *Когомологии алгебр диэдрального типа, I.* — Зап. научн. семин. ПОМИ **265** (1999).

Generalov A. I. Yoneda algebras of serial QF-algebras.

Yoneda algebras of serial QF-algebras over an algebraically closed field k are described in terms of quivers with relations. We also describe Ext-algebras of simple modules over k-algebras in question.

С.-Петербургский
государственный университет

Поступило 27 декабря 1999 г.