УДК 519.6

Рациональные процедуры в задаче об общих инвариантных подпространствах двух матриц. Альпин Ю. А., Икрамов Х. Д. – В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XIV. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 268) СПб., 2000, с. 9–23.

Обсуждаются критерии существования общих инвариантных подпространств двух комплексных матриц, допускающие проверку посредством конечного числа арифметических операций. Библ. – 20 назв.

УДК 519

Оценки расстояния между близкими структурами Жордана и Кронекера в иерархии по замыканию. Елмрот Э., Йоханссон, Кагстром Б. – В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XIV. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 268) СПб., 2000, с. 24–48.

Задачи вычисления элементов тонкой канонической структуры матриц и матричных пучков являются некорректными. Следовательно, помимо знания самой канонической структуры матрицы или пучка, важно также знание тех близких канонических структур, которые объясняют поведение при малых возмущениях. Качественная информация о стратах может быть получена с помощью нашего программного средства StratiGraph. В статье получены нижние и верхние оценки расстояния между жордановыми и кронекеровскими структурами в иерархии по замыканию, являющейся стратификацией орбит или связок. Такая количественная информация важна для приложений, например, расстояние до более вырожденных систем (регулируемость). Наши верхние оценки основаны на ступенчатых регуляризирующих возмущениях. Нижние оценки являются оценками типа Экарта–Янга и выводятся из матричного представления касательного пространства для орбиты матрицы или матричного пучка. Полезность оценок иллюстрируется численными результатами. Библ. – 42 назв.

УДК 512.643

Нижние оценки перроновского корня суммы неотрицательных матриц. Колотилина Л. Ю. – В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XIV. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 268) СПб., 2000, с. 49–71.

Пусть $A^{(l)}$ $(l = 1, \dots, k)$ – неотрицательные $n \times n$ матрицы, для которых $u^{(l)}$ и $v^{(l)}$ являются соответственно правыми и левыми перроновскими векторами, а $D^{(l)}$ т $E^{(l)}$ $(l = 1, \dots, k)$ – положительно определенные диагональные матрицы того же порядка. Обобщая известные результаты, в предположении, что

$$u^{(1)} \circ v^{(1)} = \dots = u^{(k)} \circ v^{(u)} \neq 0$$

(“$\circ$” обозначает покомпоентное, т.е. адамаровское, произведение векторов), но без предположения о неприводимости матриц $A^{(l)}$для перроновского корня суммы матриц $\sum_{l=1}^{k} D^{(l)} A^{(l)} E^{(l)}$ мы устанавливаем нижнюю оценку вида

$$\rho\left(\sum_{l=1}^{k} D^{(l)} A^{(l)} E^{(l)}\right) \geqslant \sum_{l=1}^{k} \beta_l \rho(A^{(l)}), \quad \beta_l > 0.$$

Также мы доказываем, что для произвольных неприводимых неотрицательных $n \times n$ матриц $A^{(l)}$ $(l = 1, \dots, k)$ верно неравенство

$$\rho\left(\sum_{l=1}^{k} A^{(l)}\right) \geqslant \sum_{l=1}^{k} \alpha_l \rho(A^{(l)}),$$

в котором коэффициенты $\alpha_l > 0$ определяются произвольно выбранным нормированным положительным вектором. Анализируются случаи обращения в равенства обеих оценок, а также устанавливаются некоторые другие результаты. Библ. – 9 назв.

УДК 512.643

Оптимально обусловленные блочные 2×2 матрицы. Колотилина Л. Ю. – В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XIV. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 268) СПб., 2000, с. 72–85.

В статье получено описание эрмитовых положительно определенных блочных 2×2 матриц, оптимально обусловленных относительно блочно диагональных преобразований подобия. Библ. – 7 назв.

УДК 512.643

Случай равенства в обобщенном неравенстве Виландта. Колотилина Л. Ю. – В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XIV. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 268) СПб., 2000, с. 86–94.

В заметке получено описание всех пар ненулевых векторов $x,\, y \in \mathbb{C}^n$, $n \geqslant 2$, для которых неравенство

$$|x^*Ay|^2 \leqslant \left[\frac{\lambda_1 - \lambda_n + (\lambda_1 + \lambda_n)|\varphi|}{\lambda_1 + \lambda_n + (\lambda_1 - \lambda_n)|\varphi|}\right]^2 x^*Ax\ y^*Ay, \quad \varphi = \frac{x^*y}{\|x\|\,\|y\|},$$

где $A \in \mathbb{C}^{n\times n}$ – эрмитова положительно определенная матрица с собственными значениями $\lambda_1 \geqslant \lambda_2 \geqslant \cdots \geqslant \lambda_n$, причем $\lambda_1 > \lambda_n$, образуется в равенство. Библ. – 3 назв.

УДК 519

О некотором подходе к решению обратных задач на собственные значения матрицы. Кублановская В. Н. – В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XIV. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 268) СПб., 2000, с. 95–114.

В статье рассматриваются различные постановки обратных задач на собственные значения матриц с полиномиальным и рациональным вхождением неизвестных параметров в ее элементы. Предлагается некоторый подход к решению обратных задач и алгоритмы его реализации. Решение обратных задач сводится к нахождению так называемых дискретных решений нелинейных алгебраических систем. Для построения последних применяется метод следов. Вычисление дискретных корней систем реализуется с помощью алгоритмов, ранее предложенных автором для решения нелинейных алгебраических систем со многими параметрами. Библ. – 30 назв.

УДК 519

Применение метода ранговой факторизации к анализу спектральных характеристик многопараметрической полиномиальной матрицы. Кублановская В. Н. – В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XIV. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 268) СПб., 2000, с. 115–144.

Метод ранговой факторизации (ΔW-q метод), предложенный автором ранее для решения многопараметрических задач алгебры для матриц F с полиномиальным вхождением параметров, применяется для анализа конечного спектра матрицы F. Особое внимание уделяется той части $\sigma[F]$, спектра q-параметрической полиномиальной матрицы F, точки которой не зависят, по крайней мере, от одного из спектральных параметров. Библ. – 6 назв.

УДК 517.518

Аналитическое (спектральное) представление решений дифференциально-алгебраических систем уравнений с запаздывающим аргументом. Михайлов В. Б. – В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XIV. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 268) СПб., 2000, с. 145–158.

Предложен новый подход к аналитическому решению линейных дифференциально-алгебраических систем с запаздывающим аргументом. Аналитический вид решения определяется через бесконечное множество собственных значений параметрической матрицы, элементами которой являются операторы временного сдвига (запаздывания) $\exp(-p\tau)$, где p – оператор Лапласа. Для вычисления постоянных в решении однородной системы требуется аналитически вычислять производные на входе оператора запаздывания высших порядков. Обсуждены вопросы прекращения вычисления бесконечного спектра, ограничиваясь определенным количеством вычисленных компонент бесконечного спектра.
Библ. – 5 назв.

УДК 519, 612.2

Автоматические схемы регулирования размера блока в блочном методе сопряженных градиентов для решения линейных систем. Никишин А. А., Еремин А. Ю. – В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XIV. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 268) СПб., 2000, с. 159–175.

В работе рассматривается задача построения эффективной автоматической процедуры редукции блочного размера блочного метода сопряженных градиентов, позволяющего поддерживать скорость сходимости, сравнимую со скоростью сходимости блочного метода сопряженных градиентов с постоянным размером блока. Результаты численных экспериментов показывают, что предложенная процедура всегда позволяет добиться сокращения арифметических затрат по сравнению с блочным методом с постоянной блочностью независимо от типа распределения младших собственных значений в переобусловленной матрице.
Библ. – 8 назв.

УДК 519

Рациональный метод Крылова для нелинейных собственных значений. Руе А. – В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XIV. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 268) СПб., 2000, с. 176–180.

Показано, что рациональный алгоритм Крылова может использоваться для решения проблемы собственных значений для матриц, нелинейно зависящих от параметра. Библ. – 6 назв.

УДК 519.614

Двусторонняя оценка минимального собственного значения положительно определенной матрицы при наличии ограничений. Савинов Г. В. – В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XIV. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 268) СПб., 2000, с. 181–184.

Рассматривается задача минимизации отношения Рэлея при наличии ограничений. Предлагается метод построения двусторонней оценки для минимального собственного значения. Библ. – 4 назв.

УДК 519

О некоторых свойствах минимальных по степени несократимых факторизаций рациональной матрицы. Хазанов В. Б. – В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XIV. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 268) СПб., 2000, с. 185–189.

Приводятся определение и краткое описание алгоритмов построения несократимых факторизаций рациональной матрицы, являющихся минимальными по степени. Устанавливаются два свойства таких факторизаций: они представляют собой минимальные MFD (matrix fraction description) применительно к правильным рациональным матрицам; они позволяют сводить задачу определения полюсно-нулевой структуры рациональной матрицы на бесконечности к задаче определения спектральных индексов двух полиномиальных матриц в нуле. Библ. – 4 назв.

УДК 519.612.2

Новые алгоритмы типа GMRES(k) с явными рестартами и анализ их свойств сходимости на основе QR формы матричных соотношений. Харченко С. А., Еремин А. Ю. – В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XIV. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 268) СПб., 2000, с. 190–241.

Рассматривается задача построения базисной итерационной схемы для решения систем линейных алгебраических уравнений

с несимметричными незнакоопределенными матрицами коэффициентов. Предложен алгоритм типа GMRES с явными рестартами, где в качестве эффективного механизма переноса спектральной/сингулярной информации при рестарте используется так называемая QR форма ортогональных матричных соотношений, возникающих в процессе внутренних итераций типа Арнольди. Основная идея предложенного алгоритма состоит в том, чтобы организовать внутренние итерации и фильтрацию получаемых направлений перед рестартом таким образом, чтобы от рестарта к рестарту в матричных соотношениях одновременно эффективно накапливалась информация о текущем приближении к решению, а также спектральная/сингулярная информация, позволяющая поддерживать высокую скорость сходимости, сравнимую со скоростью сходимости алгоритма ГМРЕС без рестартов. Построена теория сходимости для случая невырожденных несимметричных незнакоопределенных матриц коэффициентов. Получена оценка скорости убывания невязки на внутренних итерациях типа Арнольди в зависимости от спектральной/сингулярной характеризации подпространства, являющегося линейной оболочкой оставленных после фильтрации направлений. Данная оценка используется для конструирования эффективных процедур фильтрации. Приведены результаты численных экспериментов. Библ. – 9 назв.