Записки научных
семинаров ПОМИ
Том 269, 2000 г.

А. А. Андрианов, В. А. Андрианов, Р. Роденберг

ДВУХТОЧЕЧНЫЕ КОРРЕЛЯТОРЫ СОСТАВНЫХ ПОЛЕЙ ХИГГСА И ВОССТАНОВЛЕНИЕ КИРАЛЬНОЙ СИММЕТРИИ

Посвящается памяти А. Г. Изергина

1. Введение

Если представить, что частицы Хиггса в стандартной модели (СМ) являются составными [1], а их масса образуется в результате механизма динамического нарушения киральной симметрии (ДНКС) [2, 3], то можно ожидать, что при высоких энергиях, когда киральная симметрия восстанавливается [4], мы приходим к некоторым условиям на феноменологические параметры для моделей с составными бозонами Хиггса. Одним из минимальных расширений СМ [5] является модель с двумя (или более) составными дублетами частиц Хиггса [6–9].

Недавно авторами был предложен новый класс эффективных кварковых моделей, включающий вершины высшей размерности по фермионным полям и их производным [9], которые могут служить для параметризации неизвестных тяжелых частиц в динамике расширений СМ, в рамках построения эффективного действия, развитого в [10].

В данной работе предложено исследование таких эффективных квазилокальных кварковых моделей (ЭККМ), которые отражают основные свойства соответствующих векторoподобных калибровочных теорий типа квантовой хромодинамики (КХД), а также моделей техницвета [11] или топцвета [12].

Важное свойство, которое используется в работе, это условие восстановления киральной симметрии (ВКС) как при промежуточных энергиях в адродинамике, так и при высоких – хиггсовских энергиях. Условие ВКС фиксируется операторным разло-

Данная работа выполнена по программе грантов РФФИ No. 98-02-18137 и КЦФЕ Nos. 6-19-97; 97-40-1.6-7.

жением для корреляторов кварковых токов, включающее в себя различное число произведений токов определенной пространственной четности. В частности, в работе рассмотрены двухточечные корреляторы для скалярных и псевдоскалярных кварковых плотностей [4, 13], которые насыщаются при низких и промежуточных энергиях хиггсовскими частицеподобными резонансами определенной четности. Разность между этими корреляторами, в соответствии с операторным разложением для векторо-подобных теорий [14], быстро убывает, что и служит указанием на восстановление киральной симметрии при высоких энергиях. Это свойство позволяет получить некоторые соотношения (так называемые ВКС ограничения) на параметры составных частиц Хиггса или в рамках ЭККМ, или низкоэнергетических моделей для хиггсовского поля.

Рассмотрим вид эффективного кваркового лагранжиана для ЭККМ в низкоэнергетическом пределе, который содержит все вершины высших размерностей, необходимых для описания двух дублетов Хиггса в минимальном расширении СМ. Ограничимся случаем t-топ и b-боттом кварков, т.е. рассмотрим только третье поколение дублета кварков в режиме динамического нарушения киральной симметрии.

Таким образом, исследуем модель типа I [15] с лагранжианом вида [9]:

$$\mathcal{L}_I = \bar{q}_L \not{D} q_L + \bar{t}_R \not{D} t_R + \bar{b}_R \not{D} b_R$$

$$+\frac{1}{N_c \Lambda^2} \sum_{k,l=1}^{2} a_{kl} \left(g_{t,k} J^T_{t,k} + g_{b,k} \widetilde{J}^T_{b,k} \right) i\sigma_2 \left(g_{b,l} J_{b,l} - g_{t,l} \widetilde{J}_{t,l} \right). \quad (1)$$

Здесь мы ввели следующие обозначения для дублетов фермионных токов:

$$J_{t,k} \equiv \bar{t}_R f_{t,k} \left(-\frac{\partial^2}{\Lambda^2} \right) q_L,$$

$$J_{b,k} \equiv \bar{b}_R f_{b,k} \left(-\frac{\partial^2}{\Lambda^2} \right) q_L, \qquad q_L = \begin{pmatrix} t_L \\ b_L \end{pmatrix}, \quad (2)$$

а тильда в $\widetilde{J}_{t,k}$ и $\widetilde{J}_{b,k}$ обозначает зарядово сопряженные кварковые токи, которые повернуты с помощью σ_2-матрицы Паули:

$$\widetilde{J}_{t,k} = i\sigma_2 J^{\star}_{t,k}, \qquad \widetilde{J}_{b,k} = i\sigma_2 J^{\star}_{b,k}. \quad (3)$$

Индексы t, b определяют правые компоненты t- и b- кварков в токах, а индекс k нумерует формфакторы:

$$f_{t,1} = 2 - 3\tau; \quad f_{t,2} = -\sqrt{3}\tau; \qquad \tau \equiv -\frac{\partial^2}{\Lambda^2};$$
$$f_{b,1} = 2 - 3\tau, \quad f_{b,2} = -\sqrt{3}\tau, \tag{4}$$

которые ортонормированы на интервале $0 \le \tau \le 1$. В этих обозначениях константы связи четырехфермионного взаимодействия представлены матрицей $2 \times 2 : a_{kl}$, и вкладами от констант взаимодействия Юкавы $g_{k,l}$, $g_{b,k}$.

2. Эффективный потенциал и спектр масс составных полей

Для того чтобы описать динамику составных полей бозонов Хиггса, представленную плотностью лагранжиана (1) модели типа I, необходимо, как обычно, перейти к внешним сопряженным вспомогательным бозонным полям, а затем проинтегрировать по фермионным переменным [16]. Именно, определим два скалярных $SU(2)_L$-изодублета:

$$\Phi_1 = \begin{pmatrix} \phi_{11} \\ \phi_{12} \end{pmatrix}, \qquad \Phi_2 = \begin{pmatrix} \phi_{21} \\ \phi_{22} \end{pmatrix} \tag{5}$$

и их зарядово сопряженные:

$$\widetilde{\Phi}_1 = \begin{pmatrix} \phi^\star_{12} \\ -\phi^\star_{11} \end{pmatrix}, \qquad \widetilde{\Phi}_2 = \begin{pmatrix} \phi^\star_{22} \\ -\phi^\star_{21} \end{pmatrix}. \tag{6}$$

Тогда лагранжиан (1) может быть представлен следующим образом:

$$\mathcal{L}_I = L_{kin} + N_c\Lambda^2 \sum_{k,l=1}^{2} \Phi_k^\dagger (a^{-1})_{kl} \Phi_l$$
$$+ i \sum_{k=1}^{2} \left[g_{t,k} \widetilde{\Phi}_k^\dagger J_{t,k} + g_{b,k} \Phi_k^\dagger J_{b,k} \right] + h.c. \tag{7}$$

После интегрирования по фермионам мы приходим к эффективному действию для хиггсовских бозонов, в котором удержаны только кинетический член и эффективный потенциал, содержащий двух- и четырехчастичные вершины. Остальные вершины дают малый вклад, поскольку они обратно пропорциональны большому параметру обрезания Λ. Юкавские константы мы выберем в виде:

$$g_{t,k} = 1; \qquad g_{b,k} = g \tag{8}$$

для $k = 1, 2$. Первое равенство достигается в силу того, что поля Φ_1 и Φ_2 могут всегда быть перемасштабированы на произвольный фактор, который поглощается переопределением поликритических констант связи a_{kl}. Константы $g_{b,k}$ выбраны равными для простоты. Их значение g равно отношению масс m_b/m_t.

Отклонение от поликритической точки описывается параметризацией:

$$8\pi^2 a_{mn}^{-1} \sim \delta_{mn} + \frac{\Delta_{mn}}{\Lambda^2}, \qquad |\Delta_{ij}| \ll \Lambda^2, \tag{9}$$

которое соответствует сокращению квадратичных расходимостей [18].

Эффективный потенциал для хиггсовских полей в этой модели тогда принимает вид:

$$\begin{aligned} V_{eff} = \frac{N_c}{8\pi^2}\Bigg(& -\sum_{k,l=1}^{2}(\Phi_k^\dagger\Phi_l)\Delta_{kl} - 8g^4(\Phi_1^\dagger\Phi_1)^2\ln g^2 + \\ & + (1+g^4)\Bigg[8(\Phi_1^\dagger\Phi_1)^2\left(\ln\frac{\Lambda^2}{4(\Phi_1^\dagger\Phi_1)} + \frac{1}{2}\right) + \\ & -\frac{159}{8}(\Phi_1^\dagger\Phi_1)^2 + \frac{9}{8}(\Phi_2^\dagger\Phi_2)^2 + \frac{3}{4}(\Phi_1^\dagger\Phi_1)(\Phi_2^\dagger\Phi_2) + \\ & + \frac{3}{4}(\Phi_1^\dagger\Phi_2)(\Phi_2^\dagger\Phi_1) + \frac{3}{8}(\Phi_1^\dagger\Phi_2)^2 + \frac{3}{8}(\Phi_2^\dagger\Phi_1)^2 - \\ & -\frac{5\sqrt{3}}{4}(\Phi_1^\dagger\Phi_1)\Big((\Phi_1^\dagger\Phi_2) + (\Phi_2^\dagger\Phi_1)\Big) + \\ & + \frac{\sqrt{3}}{4}(\Phi_2^\dagger\Phi_2)\Big((\Phi_1^\dagger\Phi_2) + (\Phi_2^\dagger\Phi_1)\Big)\Bigg]\Bigg) + O\left(\frac{\ln\Lambda}{\Lambda^2}\right), \end{aligned} \tag{10}$$

где билинейный “массовый” член $\Delta_{k,l}$, в общем, является недиагональной, вещественной, симметричной 2×2 матрицей $\Delta_{k,l}$. Этот потенциал, для двух дублетов полей Хиггса, получен в приближении больших N_c, хотя более реалистическим потенциал выводится с учетом ренормгруппового потока для дублета полей Хиггса и начальных условий при высоких энергиях для (10) [19].

Мы предполагаем также электическую зарядовую стабильность вакуума, т.е. рассматриваем только нейтральные компоненты дублета Хиггса, которые имеют ненулевые вакуумные средние значения [1, 7, 17]. Таким образом, в режиме динамического нарушения киральной симметрии, в потенциале (10), участвуют только нейтральные компоненты дублетов полей Хиггса.

В общем случае существует специальный режим, когда отношение ненулевых вакуумных средний значений нейтральных компонент полей Хиггса является комплексным [18]. В данной работе рассматривается фаза, где CP-четность не нарушается спонтанно. Следовательно поля ϕ_1, ϕ_2 можно считать нейтральными компонентами дублетов Хиггса:

$$\phi_{12} = \phi_1; \qquad \phi_{22} = \phi_2. \tag{11}$$

Условия минимума потенциала (10), когда заряженные компоненты дублетов полей Хиггса равны нулю: $\phi_{11} = \phi_{21} = 0$ являются уравнениями движения или т.н. уравнениями на массовую щель:

$$\frac{\delta V_{eff}(\phi, \phi^*)}{\delta \phi_m^*} = 0 = \frac{\delta V_{eff}(\phi, \phi^*)}{\delta \phi_m}. \tag{12}$$

Решения уравнений в абсолютном минимуме реализуют механизм динамического нарушения киральной симметрии. В явной форме эти уравнения имеют вид:

$$\Delta_{11}\phi_1 + \Delta_{12}\phi_2 = 16\phi_1^3 \ln \frac{\Lambda^2}{4\phi_1^2} + 16\phi_1^3 g^4 \ln \frac{\Lambda^2}{4g^2\phi_1^2}$$

$$+(1+g^4)\Big[-\frac{159}{4}\phi_1^3 - \frac{15\sqrt{3}}{4}\phi_1^2\phi_2 + \frac{9}{4}\phi_1\phi_2^2 + \frac{\sqrt{3}}{4}\phi_2^3\Big],$$

$$\Delta_{22}\phi_2 + \Delta_{12}\phi_1 = (1+g^4)\Big[\frac{9}{4}\phi_1^2\phi_2 + \frac{3\sqrt{3}}{4}\phi_1\phi_2^2 + \frac{9}{4}\phi_2^3 - \frac{5\sqrt{3}}{4}\phi_1^3\Big]. \tag{13}$$

Явные решения (13) типа Гросса–Неве этих уравнений таковы:

$$\phi_1^2 \approx \frac{\det \Delta}{16(1+g^4)\Delta_{22} \ln\left(\frac{\Lambda^2}{m_t^2}\right)}, \quad \phi_2 \approx -\frac{\Delta_{12}}{\Delta_{22}}\phi_1. \tag{14}$$

Существуют также и другие решения (аномальное и специальное), которые детально обсуждаются в [16, 18], но не реализуют, как оказывается, условия ВКС. Ниже для условий ВКС используются только решения Гросса–Неве.

Условие абсолютного минимума следует из положительности второй вариации эффективного действия в окрестности решений уравнений на массовую щель,

$$\phi_k = <\phi_k> + \sigma_k(x) + i\pi_k(x). \tag{15}$$

Эта вариация определяется:

$$\frac{16\pi^2}{N_c}\delta^2 S_{\text{eff}} \equiv \left(\sigma, (A^{\sigma\sigma}p^2 + B^{\sigma\sigma})\sigma\right)$$
$$+2\left(\pi, (A^{\pi\sigma}p^2 + B^{\pi\sigma})\sigma\right) + \left(\pi, (A^{\pi\pi}p^2 + B^{\pi\pi})\pi\right) \tag{16}$$

двумя симметричными матрицами $\widehat{A} = \left(A^{ij}_{lm}\right)$, $i,j = (\sigma,\pi)$-кинетической и не зависящей от импульсов, постоянной матрицей $\widehat{B} = \left(B^{ij}_{lm}\right)$. В CP-сохраняющейся фазе: $\widehat{A}^{\sigma\pi} = \widehat{B}^{\sigma\pi} = 0$.

Спектр масс соответствующих бозонных состояний определяется из решений секулярного уравнения:

$$\det(\widehat{A}p^2 + \widehat{B}) = 0, \tag{17}$$

при $-m^2 = p^2 < 0$ как в скалярном, так и в псевдоскалярном каналах.

“Кинетическая” матрица $\widehat{A}$, будучи пропорциональна p^2, получена разложением по степеням p^2:

$$\mathcal{L}_{\text{kin}} = \frac{N_c}{16\pi^2}\sum_{l,m=1}^{2}\left(I^{(1)}_{l,m}(\partial_\mu\phi^\star_{l1})(\partial_\mu\phi_{m1}) + I^{(2)}_{l,m}(\partial_\mu\phi^\star_{l2})(\partial_\mu\phi_{m2})\right), \tag{18}$$

где $I^{(1)}_{mn}$ дают вклад в кинетический член для заряженных компонент дублетов Хиггса, а $I^{(2)}_{mn}$ определяют вклад для нейтральных компонент:

$$I^{(1)}_{lm} \simeq I^{(2)}_{l,m} \simeq A^{\sigma\sigma}_{l,m} \simeq A^{\pi\pi}_{l,m} \simeq$$
$$\simeq \left(f_{t,l}(0)f_{t,m}(0)\left(\ln\frac{\Lambda^2}{m_t^2} - 1\right) + g^2 f_{b,l}(0)f_{b,m}(0)\right)\left(\ln\frac{\Lambda^2}{m_b^2} - 1\right)$$
$$+\int_0^1 \left(f_{t,l}(\tau)f_{t,m}(\tau) + g^2 f_{b,l}(\tau)f_{b,m}(\tau) - \right.$$

$$-f_{t,l}(0)f_{t,m}(0) - g^2 f_{b,l}(0)f_{b,m}(0)\Big)\frac{d\tau}{\tau} + O\left(\frac{\ln\frac{\Lambda^2}{m_t^2}}{\Lambda^2}\right). \qquad (19)$$

Соответствующие интегралы для $I^{(1),(2)}_{lm}$ вычислены в приближении больших Λ, а также в пределе больших логарифмов $\ln(\Lambda^2/m_t^2) \simeq \ln(\Lambda^2/m_b^2) \gg 1$ и в CP-сохраняющейся фазе. Учитывая явный вид (4), кинетическая матрица $\widehat{A}$ принимает следующую форму:

$$A^{\sigma\sigma}_{l,m} \simeq A^{\pi\pi}_{l,m} \simeq (1+g^2)\begin{pmatrix} 4\ln\frac{\Lambda^2}{m_t^2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{3}{2}\end{pmatrix}. \qquad (20)$$

Приведем теперь явный вид для постоянной матрицы вторых вариаций эффективного потенциала в модели I:

$$B^{\pi\sigma}_{kl} = \frac{8\pi^2}{N_c}\frac{\partial^2}{\partial\phi_l\partial\phi_m}V_{eff}, \qquad (l,m=1,2). \qquad (21)$$

Поскольку мы рассматриваем CP-сохраняющийся случай, то мы можем расщепить эту матрицу на матрицу $B^{\sigma\sigma}_{kl}$ для скаляров и матрицу $B^{\pi\pi}_{kl}$ для псевдоскаляров:

$$B^{\sigma\sigma}_{11} = (1+g^4)\left[64\phi_1^2\ln\left(\frac{\Lambda^2}{m_t^2}\right) - 223\phi_1^2 - \frac{15\sqrt{3}}{2}\phi_1\phi_2 - \frac{\sqrt{3}}{2}\frac{\phi_2^3}{\phi_1}\right] +$$

$$+2\Delta_{12}\frac{\phi_2}{\phi_1} - 64\phi_1^2 g^4\ln g^2, \qquad (22)$$

$$B^{\sigma\sigma}_{12} = -2\Delta_{12} + (1+g^4)\left[9\phi_1\phi_2 - \frac{15\sqrt{3}}{2}\phi_1^2 + \frac{3\sqrt{3}}{2}\phi_2^2\right], \qquad (23)$$

$$B^{\sigma\sigma}_{22} = (1+g^4)\left[9\phi_2^2 + \frac{3\sqrt{3}}{2}\phi_1\phi_2 + \frac{5\sqrt{3}}{2}\frac{\phi_1^3}{\phi_2}\right] + 2\Delta_{12}\frac{\phi_1}{\phi_2}, \qquad (24)$$

$$B^{\pi\pi}_{11} = (1+g^4)\left[\frac{5\sqrt{3}}{2}\phi_1\phi_2 - \frac{\sqrt{3}}{2}\frac{\phi_2^3}{\phi_1} - 3\phi_2^2\right] + 2\Delta_{12}\frac{\phi_2}{\phi_1}, \qquad (25)$$

$$B^{\pi\pi}_{12} = -2\Delta_{12} + (1+g^4)\left[-\frac{5\sqrt{3}}{2}\phi_1^2 + \frac{\sqrt{3}}{2}\phi_2^2 + 3\phi_1\phi_2\right], \qquad (26)$$

$$B_{22}^{\pi\pi} = (1+g^4)\left[-3\phi_1^2 - \frac{\sqrt{3}}{2}\phi_1\phi_2 + \frac{5\sqrt{3}}{2}\frac{\phi_1^3}{\phi_2}\right] + 2\Delta_{12}\frac{\phi_1}{\phi_2}, \tag{27}$$

$$B_{kl}^{\sigma\pi} = 0 \qquad k,l = (1,2), \tag{28}$$

в которых было использовано уравнение (13) на массовую щель.

На решениях Гроссе–Неве (14) можно получить:

$$B_{11}^{\sigma\sigma} \simeq \frac{4\det\Delta - 2\Delta_{12}^2}{\Delta_{22}}; \quad B_{12}^{\sigma\sigma} \simeq -2\Delta_{12}; \quad B_{22}^{\sigma\sigma} \simeq 2\Delta_{22};$$
$$B_{11}^{\pi\pi} \simeq -\frac{2\Delta_{12}^2}{\Delta_{22}}; \quad B_{12}^{\pi\pi} \simeq -2\Delta_{12}; \quad B_{22}^{\pi\pi} \simeq -2\Delta_{22}. \tag{29}$$

После подстановки матриц $\widehat{A}$, $\widehat{B}$ в (17) можно получить спектр масс для составных бозонов Хиггса в модели I. Именно на решениях Гросса–Неве для скаляров имеем:

$$m_\sigma^2 \approx -\frac{\det\Delta}{(1+g^2)\Delta_{22}\ln\left(\frac{\Delta^2}{\mu^2}\right)} = 4m_d^2;$$

$$m_{\sigma'}^2 \approx -\frac{4\Delta_{22}}{3(1+g^2)}, \tag{30}$$

а для псевдоскаляров:

$$m_\pi^2 = 0; \qquad m_{\pi'}^2 \approx -\frac{4\Delta_{22}}{3(1+g^2)}. \tag{31}$$

3. Восстановление киральной симметрии в КХД-подобных моделях

В КХД, в приближении больших N_c [20], главный вклад в двухточечные корреляторы скалярных и псевдоскалярных кварковых плотностей дает сумма бесконечного числа мезонных полюсов:

$$\Pi_\sigma(p^2) = -\int d^4x \, \exp(ipx) \, \langle T\left(\bar{q}q(x)\ \bar{q}q(0)\right)\rangle$$
$$= \sum_n \frac{Z_n^\sigma}{p^2 + m_{\sigma,n}^2} + C_0^\sigma + C_1^\sigma p^2,$$

$$\Pi_\pi^{ab}(p^2) = \int d^4x \, \exp(ipx) \, \left\langle T\left(\bar{q}\gamma_5\tau^a q(x)\ \bar{q}\gamma_5\tau^b q(0)\right)\right\rangle$$

$$= \delta^{ab}\left(\sum_n \frac{Z_n^\pi}{p^2+m_{\pi,n}^2} + C_0^\pi + C_1^\pi p^2\right), \qquad (32)$$

где константы C_0 и C_1 являются контактными членами, необходимыми при регуляризации бесконечных сумм.

С другой стороны, высокоэнергетические асимптотики, поведение которых контролируется асимптотической свободой КХД, определяются теорией возмущений и операторным разложением [14]. В то же время непертурбативное появление глюонного и кваркового конденсатов [14] определяет ряд степенных поправок к пертурбативным асимптотикам. Ковариантная производная в КХД, $i\partial_\mu \to iD_\mu = i\partial_\mu + G_\mu$, содержит глюонные поля $G_\mu \equiv g_s\lambda^a G_\mu^a$, где $tr(\lambda^a\lambda^b) = 2\delta^{ab}$, а g_s есть константа связи КХД. Тензор напряженности глюонного поля определяется как $G_{\mu\nu} \equiv -i[D_\mu, D_\nu]$. Соответственно в киральном пределе $(m_q = 0)$ скалярный и псевдоскалярный корреляторы имеют следующее поведение, определяемое операторным разложением при больших p^2:

$$\Pi_{\sigma,\pi}(p^2)|_{p^2\to\infty} \simeq \frac{N_c}{4\pi^2}\left(1+\frac{11N_c\alpha_s}{8\pi}\right)p^2\ln\frac{p^2}{\mu^2}$$

$$+\frac{\alpha_s}{4\pi p^2}\langle(G_{\mu\nu}^a)^2\rangle + \frac{2\pi\alpha_s}{3p^4}\langle\bar{q}\gamma_\mu\lambda^k q\bar{q}\gamma_\mu\lambda^k q\rangle$$

$$\mp\frac{\pi\alpha_s}{p^4}\langle\bar{q}\sigma_{\mu\nu}\lambda^k q\bar{q}\sigma_{\mu\nu}\lambda^k q\rangle + \mathcal{O}(\frac{1}{p^6}), \qquad (33)$$

для $N_f = 2$, в евклидовых обозначениях. Здесь $\alpha_s \equiv g_s/4\pi = \alpha_s(\mu) \ll 1$; $\mu > \Lambda_{CSB}$. В пределе больших N_c:

$$\left(\Pi_P(p^2) - \Pi_S(p^2)\right)_{p^2\to\infty} \equiv \frac{\Delta_{SP}}{p^4} + \mathcal{O}\left(\frac{1}{p^6}\right);$$

$$\Delta_{SP} \simeq 12\pi\alpha_s(<\bar{q}q>)^2, \qquad (34)$$

при этом мы использовали гипотезу вакуумной доминантности [14]. Быстрое убывание асимптотик является следствием киральной инвариантности лагранжиана в безмассовом пределе КХД.

Из сравнения (32) и первого члена в (33) можно видеть, что для того, чтобы воспроизвести пертурбативную асимптотику КХД, необходимо бесконечное число резонансов с одинаковыми квантовыми числами в каждом канале. Но с другой стороны, в разности скалярного и псевдоскалярного коррелятора при высоких энергиях насыщение может быть достигнуто конечным числом низколежащих резонансов в силу условия восстановления киральной симметрии (34). Таким образом, восстановление киральной симметрии при высоких энергиях может рассматриваться как некоторое условие на возможные ограничения на параметры ЭККМ, а также служить некоторым указанием на композитность в хиггсовских моделях [18, 21]. Будем считать, что при некотором масштабе композитности Λ, соотношение (34) приближенно удовлетворяется.

Следуя планарному пределу в КХД, уравнение (32) можно рассматривать для двухрезонансного анзатца скалярных и псевдоскалярных корреляторов в случае двухканальной ЭККМ модели в виде:

$$\Pi_\sigma(p) = \frac{Z^\sigma}{p^2+m_\sigma^2} + \frac{Z^{\sigma'}}{p^2+m_{\sigma'}^2} + C_0^\sigma;$$
$$\Pi_\pi(p) = \frac{Z^\pi}{p^2} + \frac{Z^{\pi'}}{p^2+m_{\pi'}^2} + C_0^\pi. \tag{35}$$

Отметим, что для этого типа моделей константы $C_1^\sigma = C_1^\pi = 0$ могут быть выбраны равными. Из асимптотического условия восстановления киральной симметрии (34) следует, что

$$C_0^\sigma = C_0^\pi \equiv C \left(= \frac{<\bar{q}q>}{m_{dyn}} < 0 \right); \tag{36}$$

$$Z^\sigma + Z^{\sigma'} = Z^\pi + Z^{\pi'}; \quad Z^\sigma m_\sigma^2 + Z^{\sigma'} m_{\sigma'}^2 \simeq Z^{\pi'} m_{\pi'}^2 + \Delta_{sp}, \tag{37}$$

если пренебречь Δ_{SP} в (34), предполагая ее малой (см. [13]). Первые два соотношения удовлетворяются в обычной модели НИЛ, которая соответствует однорезонансному анзатцу $Z^{\sigma',\pi'} = 0$, в то время как последнее соотношение может быть выполнено только для двухрезонансной модели.

В пределе малых импульсов корреляторы связаны со структурными константами эффективного кирального лагранжиана [22] (случай электрослабого лагранжиана в пределе больших масс Хиггса [24]):

$$\frac{Z^\sigma}{m_\sigma^2} + \frac{Z^{\sigma'}}{m_{\sigma'}^2} + C = 16 B_0^2 (2L_8 + H_2);$$

$$\frac{Z^{\pi'}}{m^2_{\pi'}} + C = 16B_0^2(-2L_8 + H_2). \tag{38}$$

Эти соотношения совместно с экспериментальными оценками на соответствующие вершины, могут служить для определения величины (техни-, топ-) кваркового конденсата $C_q = -B_0F_0^2$. Если исключить ненаблюдаемую константу H_2, то можно получить правило сумм в пределе больших N_c [4, 13] для мезонных параметров, связанных с феноменологической константой L_8 [22, 23],

$$\frac{Z^{\sigma}}{m^2_{\sigma}} + \frac{Z^{\sigma'}}{m^2_{\sigma'}} - \frac{Z^{\pi'}}{m^2_{\pi'}} = 64B_0^2L_8. \tag{39}$$

Правила сумм восстановления киральной симметрии в квазилокальной кварковой модели

Для построения кварковых корреляторов введем соответствующие внешние источники, которые связаны с псевдоскалярной и скалярной кварковыми плотностями. Поскольку эти плотности в нашей модели являются дублетами (2), то сопряженные им источники $X_1 = (\chi_{1j})$, $X_2 = (\chi_{2j})$ тоже выбраны дублетами. Они комплексны: $\chi_{kj} = S_{kj} + iP_{kj}$ и генерируют как скалярную, так и псевдоскалярные плотности. Структура соответствующих вершин в кварковой части лагранжиана аналогична юкавским вершинам в (7). Для простоты анализа положим $g = 0$, поскольку $m_t \gg m_b$. Далее, в кварковой части лагранжиана (7), содержащей внешние источники, сделам сдвиг по хиггсовским полям:

$$\phi_{kj} \longrightarrow \bar{\phi}_{kj} + \chi_{kj}. \tag{40}$$

Тогда динамические бозонные поля возникают как флюктуации в окрестности решений уравнений на массовую щель (13):

$$\bar{\phi}_{k1} = \phi_{k1} - \chi_{k1}; \quad \bar{\phi}_{k2} = \phi_{k2} - \chi_{k2} + < \bar{\phi}_{k2} > . \tag{41}$$

В терминах дублетов X_k, Φ_k дополнительный лагранжиан принимает вид:

$$\Delta\mathcal{L}_I = N_c\Lambda^2 \sum_{k,l=1}^{2} \Big[X_k^{\dagger}(a^{-1})_{kl}X_l - X_k^{\dagger}(a^{-1})_{kl}\Phi_l$$

$$-\Phi_k^{\dagger}(a^{-1})_{kl}X_l - X_k^{\dagger}(a^{-1})_{kl}\langle\Phi_l\rangle - \langle\Phi_k^{\dagger}\rangle(a^{-1})_{kl}X_l\Big]. \tag{42}$$

Рассматривая только нейтральные компоненты дублетов, пренебрегаем линейными членами по внешним источникам, которые несущественны для корреляторов. Вводя обозначение:

$$\phi_{k2} = \sigma_k + i\pi_k; \qquad \chi_{k2} = S_k + i\,P_k, \tag{43}$$

нетрудно получить квадратичную часть лагранжиана $\mathcal{L}_I$, согласованную с (16) и (42). Поскольку он гауссов, то его легко вычислить, определив зависимость от внешних полей с помощью классических уравнений джвижения:

$$\begin{aligned}
\sigma_k^{\rm cl} &= 16\pi^2\Lambda^2 \sum_{l,m=1}^{2} \left(A^{\sigma\sigma}p^2 + B^{\sigma\sigma}\right)^{-1}_{kl} a^{-1}_{lm} S_m \\
&\simeq 2\Lambda^2 \sum_{l=1}^{2} \left(A^{\sigma\sigma}p^2 + B^{\sigma\sigma}\right)^{-1}_{kl} S_l \\
\pi_k^{\rm cl} &= 16\pi^2\Lambda^2 \sum_{l,m=1}^{2} \left(A^{\pi\pi}p^2 + B^{\pi\pi}\right)^{-1}_{kl} a^{-1}_{lm} P_m \\
&\simeq 2\Lambda^2 \sum_{l=1}^{2} \left(A^{\pi\pi}p^2 + B^{\pi\pi}\right)^{-1}_{kl} P_l,
\end{aligned} \tag{44}$$

который упрощается в окрестности поликритической точки $8\pi^2 a^{-1}_{kl} \simeq \delta_{kl}$.

Результирующее эффективное действие, порождающее двухточечные корреляторы дается выражениями:

$$\begin{aligned}
S^{(2)} &\simeq \frac{N_c\Lambda^2}{8\pi^2} \sum_{k,l=1}^{2} \left(S_k \Gamma^{(\sigma)}_{kl} S_l + P_k \Gamma^{(\pi)}_{kl} P_l\right) \\
\Gamma^{(\sigma)}_{kl} &= \delta_{kl} - 2\Lambda^2 \left(A^{\sigma\sigma}p^2 + B^{\sigma\sigma}\right)^{-1}_{kl}; \\
\Gamma^{(\pi)}_{kl} &= \delta_{kl} - 2\Lambda^2 \left(A^{\pi\pi}p^2 + B^{\pi\pi}\right)^{-1}_{kl}.
\end{aligned} \tag{45}$$

Принимая во внимание (20), (29) для матриц $\widehat{A}$, $\widehat{B}$ можно получить формулы для обратных пропагаторов:

$$\left(A^{\sigma\sigma}p^2 + B^{\sigma\sigma}\right)^{-1}_{kl} \simeq \left[6\ln\frac{\Lambda^2}{m_t^2}(p^2 + m_\sigma^2)(p^2 + m_{\sigma'}^2)\right]^{-1}$$

$$\times \begin{pmatrix} \frac{3}{2}p^2 - 2\Delta_{22} & \frac{\sqrt{3}}{2}p^2 + 2\Delta_{12} \\ \frac{\sqrt{3}}{2}p^2 + 2\Delta_{12} & 4p^2 \ln \frac{\Lambda^2}{m_t^2} + \frac{4\Delta_{11}\Delta_{22} - 6\Delta_{12}^2}{\Delta_{22}} \end{pmatrix};$$

$$\left(A^{\pi\pi} p^2 + B^{\pi\pi}\right)^{-1}_{kl} \simeq \left[6 \ln \frac{\Lambda^2}{m_t^2}\, p^2 (p^2 + m_{\pi'}^2)\right]^{-1}$$

$$\times \begin{pmatrix} \frac{3}{2}p^2 - 2\Delta_{22} & \frac{\sqrt{3}}{2}p^2 + 2\Delta_{12} \\ \frac{\sqrt{3}}{2}p^2 + 2\Delta_{12} & 4p^2 \ln \frac{\Lambda^2}{m_t^2} - \frac{2\Delta_{12}^2}{\Delta_{22}} \end{pmatrix}. \tag{46}$$

В частности, локальная кварковая плотность может быть представлена как суперпозиция двух токов:

$$\bar{t}t = \frac{1}{2}(\bar{t}f_1 t - \sqrt{3}\bar{t}f_2 t), \tag{47}$$

а соответствующий коррелятор в скалярном канале (32) (для $N_f = 2$) имеет вид:

$$\Pi_\sigma(p^2) = -\frac{N_c \Lambda^2}{16\pi^2}\left[\Gamma_{11}^{(\sigma)} + 3\Gamma_{22}^{(\sigma)} - 2\sqrt{3}\Gamma_{12}^{(\sigma)}\right]$$

$$= C^\sigma + \frac{Z^\sigma}{p^2 + m_\sigma^2} + \frac{Z^{\sigma'}}{p^2 + m_{\sigma'}^2};$$

$$C^\sigma = -\frac{N_c \Lambda^2}{4\pi^2} \simeq \frac{< \bar{t}t >}{m_t};$$

$$Z^\sigma = -\frac{N_c \Lambda^4}{48\pi^2 \ln \frac{\Lambda^2}{m_t^2} (m_{\sigma'}^2 - m_\sigma^2)}$$

$$\times \left[2\Delta_{22} + 4\sqrt{3}\Delta_{12} - 3\frac{4\Delta_{11}\Delta_{22} - 6\Delta_{12}^2}{\Delta_{22}} + \left(12 \ln \frac{\Lambda^2}{m_t^2} - \frac{3}{2}\right) m_\sigma^2\right];$$

$$Z^{\sigma'} = \frac{N_c \Lambda^4}{48\pi^2 \ln \frac{\Lambda^2}{m_t^2} (m_{\sigma'}^2 - m_\sigma^2)}$$

$$\times \left[2\Delta_{22} + 4\sqrt{3}\Delta_{12} - 3\frac{4\Delta_{11}\Delta_{22} - 6\Delta_{12}^2}{\Delta_{22}} + \right.$$

$$\left. + \left(12 \ln \frac{\Lambda^2}{m_t^2} - \frac{3}{2}\right) m_{\sigma'}^2\right]; \tag{48}$$

и аналогично в псевдоскалярном канале:

$$\Pi_\pi(p^2) = -\frac{N_c\Lambda^2}{16\pi^2}\left[\Gamma_{11}^{(\pi)} + 3\Gamma_{22}^{(\pi)} - 2\sqrt{3}\Gamma_{12}^{(\pi)}\right]$$

$$= C^\pi + \frac{Z^\pi}{p^2} + \frac{Z^{\pi'}}{p^2 + m_{\pi'}^2};$$

$$C^\pi = C^\sigma = -\frac{N_c\Lambda^2}{4\pi^2} \simeq \frac{< \bar{t}t >}{m_t};$$

$$Z^\pi = -\frac{N_c\Lambda^4}{48\pi^2 \ln\frac{\Lambda^2}{m_t^2}\, m_{\pi'}^2}\left[2\Delta_{22} + 4\sqrt{3}\Delta_{12} + \frac{6\Delta_{12}^2}{\Delta_{22}}\right];$$

$$Z^{\pi'} = \frac{N_c\Lambda^4}{48\pi^2 \ln\frac{\Lambda^2}{m_t^2}\, m_{\pi'}^2}\left[2\Delta_{22} + 4\sqrt{3}\Delta_{12} + \frac{6\Delta_{12}^2}{\Delta_{22}} + \right.$$

$$\left. + \left(12\ln\frac{\Lambda^2}{m_t^2} - \frac{3}{2}\right) m_{\pi'}^2\right]. \tag{49}$$

Имея ввиду эти формулы, можно теперь проверить условия ВКС (37). Во-первых, видно, что киральная симметрия не нарушена в главном порядке для асимптотик, т.е. $C^\pi = C^\sigma$. Далее нетрудно показать, что выполняется обобщенное соотношение для σ-модели:

$$Z^\sigma + Z^{\sigma'} = Z^\pi + Z^{\pi'} = \frac{N_c\Lambda^4}{4\pi^2}, \tag{50}$$

причем с точностью до членов порядка $1/\ln\Lambda^2$.

Наконец, последнее соотношение в (37), удовлетворяется в главном логарифмическом порядке, поскольку из (48), (49): $Z_{\sigma'} \simeq Z_{\pi'} \gg Z_\sigma$ и из (30), (31): $m_{\sigma'}^2 \simeq m_{\pi'}^2$. Таким образом имеем:

$$Z^\sigma m_\sigma^2 + Z^{\sigma'} m_{\sigma'}^2 \simeq Z^{\sigma'} m_{\sigma'}^2 \simeq Z^{\pi'} m_{\pi'}^2. \tag{51}$$

Однако заметим, что в следующем порядке соотношение (51) автоматически не выполняется для широкого набора констант связи Δ_{ij}, поскольку оно становится чувствительным к величине четырехкваркового конденсата Δ_{SP} в (31), т.е. оказывается модельно зависимым. Исследование этого случая мы откладываем в последующие работы.

5. Заключение

1. Мы установили, что условия восстановления киральной симметрии (ВКС) при высоких энергиях реализуются в эффективных квазилокальных кварковых моделях (ЭККМ) типа I для двух дублетов Хиггса в фазе Гросса–Неве. Таким образом, эти модели в фазе Гросса–Неве могут рассматриваться как эффективные модели, происходящие из КХД-подобных теорий. Более реалистическое предсказание для масс и констант связи в хиггсовском секторе должно быть, очевидно, основано на общем действии для стандартной модели с включенеим векторных калибровочных бозонов, а также ренормгруппового анализа низкоэнергетических параметров как в хиггсовском, так и в фермионном секторах.

2. Можно показать, что в других фазах, которые появляются в двухканальной модели [16, 18], таких как аномальная или специальная фазы, последнее ограничение следующее из ВКС не может быть удовлетворено ни при каком выборе параметров. Это означает, что эти фазы не реализуются для ЭККМ и для рассмотренного хиггсовского сектора. Однако остается открытым вопрос, какого рода соответствующие вектороподобные теории могут индуцировать такие фазы при низких энергиях.

3. Условие ВКС, в главном порядке, дает довольно большую разность в массах наилегчайшего скалярного бозона Хиггса и бозонов Хиггса второго дублета. В то же время, все тяжелые массы оказываются одного порядка: $m_h \sim m_A \sim m_{H^\pm}$. Их относительное расщепление определяется следующим порядком, т.е. членами размерности 6 в операторном разложении.

4. Отметим, что приведенному сценарию модели для тяжелых частиц Хиггса, соответствуют довольно хорошие предсказания, полученные с помощью гипотез точной подстройки [26].

5. Для полноты следует заметить, что существует другой способ построения многоканальных кварковых моделей (с сепарабельным взаимодействием) [25], для которых представляет определенный интерес использование условий ВКС.

Литература

1. J. F. Gunion, H. E. Haber, G. Kane, and S. Dawson, *The Higgs Hunter's Guide*. Addison-Wesley (1990).

2. Y. Nambu and G. Jona-Lasinio, — Phys. Rev. **122** (1961), 345.
3. V. A. Miransky, M. Tanabashi, and K. Yamawaki, – Mod. Phys. Lett. **A4**, (1989) 1043; Phys. Lett. **B221**, (1989) 177 ;
   W. J. Marciano, — Phys. Rev. Lett. **62**, (1989) 2793; *Phys. Rev.* **D41**, (1990) 219 ;
   W. A. Bardeen, C. T. Hill, and M. Lindner, — Phys. Rev. **D41**, (1990) 1647.
4. A. A. Andrianov and V. A. Andrianov, Preprint hep-ph/9705364; Zap. Nauch. Sem. PDMI 245,(1996) 5.
5. S. L. Glashow and S. Weinberg, — Phys. Rev. **D15** (1977), 1958.
6. T. D.Lee, — Phys. Rev. **D8** (1973), 1226.
7. G. Kreyerhoff and R. Rodenberg, Phys. Lett. **B226**, (1989) 323;
   J. Freund, G. Kreyerhoff, and R. Rodenberg, — Phys. Lett. **B280** (1992) 267.
8. M. Lindner and D. Lüst, Phys. Lett. **B272** (1991) 91;
   M. Lindner, — Int. J. Mod. Phys. **A8** (1993) 2167.
9. A. A. Andrianov, V. A. Andrianov, V. L. Yudichev, and R. Rodenberg, hep-ph/9709475, 36 p.; Int. J. Mod. Phys. **A14**, No. 3 (1999) 323.
10. K. G. Wilson and J. B. Kogut, — Phys. Rep. **C12** (1974), 75.
11. T. Appelquist, J. Terning, and L. C. R. Wijewardhana, — Phys. Rev. Lett. **79** (1997), 2767 and references therein.
12. R. S. Chivukula, B. A. Dobrescu, H. Georgi, and C. T. Hill, Preprint hep-ph/9809470 and references therein.
13. A. A. Andrianov, D. Espriu, and R. Tarrach, — Nucl. Phys. **B533** (1998), 429.
14. M. A. Shifman, A. I. Vainstein, and V. I. Zakharov, Nucl. Phys. **B147** (1979), 385, 448;
    L. J. Reinders, H. Rubinstein, and S. Yazaki, — Phys. Rept. **127** (1985) 1 and references therein;
    M. Jamin and M. Münz, — Z. Phys. **C66** (1995) 633.
15. G. Cvetic, Preprint hep-ph/9702381 and references therein.
16. A. A. Andrianov and V. A. Andrianov, Int. J. Mod. Phys. **A8** No.11 (1993) 1981; Theor. Math. Phys., **93** (1992) 1126; *ibid.* **94** (1993) 3; Proc. School-Sem. "Hadrons and nuclei from QCD" (Tsuruga/Vladivostok/Sapporo 1993) WSPC (1994) 341, hep-ph/9309297; Zap. Nauch. Sem. POMI **209** (1994); Nucl. Phys B (Proc. Suppl.) **39B** C (1995) 257.
17. R. Rodenberg, Int. J. Mod. Phys. **A11** (1996) 4779 and references therein.
18. A. A. Andrianov, V. A. Andrianov, and V. L. Yudichev, Proc. X Int. Worksh. on HEP and QFT (Zvenigorod, Russia, Sept. 1995) MSU Publ. (1996) 211,hep-ph/9512256; Proc. XI Int. Worksh. on HEP and QFT (St. Petersburg, Sept. 1996), MSU Publ. (1997);hep-ph/9610376;Theor. Math. Phys., **108** (1996) 1069.
19. G. Cvetic, C. S. Kim, and S. S. Hwang, Phys. Rev. **D58** (1998) 116003.
20. G. t'Hooft, Nucl. Phys. **B72** (1974) 461;
    E. Witten, — Nucl. Phys. **B160** (1979) 57.
21. N. V. Krasnikov and R. Rodenberg, Nuovo Cim. **A105** (1992) 1601.
22. J. Gasser and H. Leutwyler, Nucl. Phys. **B250** (1985) 465.
23. J. Bijnens, E. de Rafael, ans H. Zheng, Z. Phys. **C 62** (1994) 437;
    J. Bijnens, — Phys. Rept. **265** (1996) 369.

24. A. Dobado, D. Espriu, M. J. Herrero, Phys. Lett. **B255** (1991) 405;
P. Ciafaloni and D. Espriu, — Phys. Rev. **D56** (1997) 1752.
25. M. K. Volkov and C. Weiss, Phys. Rev. **D 56** (1997) 221;
M. K. Volkov, D. Ebert, and M. Nagy, Preprint hep-ph/9705334.
26. A. A. Andrianov, R. Rodenberg, and N. V. Romanenko, Nuovo Cim. **108A** (5) (1995) 577.

Andrianov A. A., Andrianov V. A., Rodenberg R. Two-point correlators of composite Higgs fields and chiral symmetry restoration

We consider the effective quasilocal quark model with two composite Higgs doublets in strong coupling (polycritical) regime below the chiral symmetry breaking energy scale Λ_{CSB}. The two-point correlators of scalar and pseudoscalar Higgs fields are calculated. The adjustment of their asymptotics at high energies allows to implement the chiral symmetry restoration in correspondence to the operator product expansion in QCD-like (technicolor, topcolor) models. The requirement of chiral symmetry restoration (CSR) at high energies above the Λ_{CSB} yields some bounds on parameters of (composite) Higgs particles and underlying effective quasilocal quark models.

Поступило 28 апреля 1999 г.

Санкт-Петербургский
государственный
университет

III. Physikalisches Institut,
Abteilung für Theoretische
Elementarteilchen Physik,
Physikzentrum, RWTH-Aachen,
D-52056, Aachen, Germany