УДК 517.9

Описание гиперинвариантных подпространств сжатий в терминах их характеристических функций. Васюнин В. И. – В кн.: Исследования по линейным операторам и теории функций. 28. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 270), СПб., 2000, с. 7–18.

Если T – вполне неунитарное сжатие, действующее в гильбертовом пространстве и L – его инвариантное подпространство, отвечающее регулярной факторизации его характеристической функции $\Theta = \Theta'\Theta''$, то L является гиперинвариантным в том и только в том случае, когда выполнены два следующих условия:

1°) $\operatorname{supp}\Delta'_* \cap \operatorname{supp}\Delta''$ – множество лебеговой меры ноль;
2°) для любой пары оператор-функций $A \in H^\infty(E \to E)$, $A_* \in H^\infty(E_* \to E_*)$, сплетаемых функцией Θ, т.е. такой что $\Theta A = A_*\Theta$, существует функция $A_F \in H^\infty(F \to F)$, сплетаемая множителем Θ' с A и множителем Θ'' с A_*, т.е. $\Theta' A = A_F\Theta'$, $\Theta'' A_F = A_*\Theta''$.

Библ. – 4 назв.

УДК 517.98

О регулярных факторизациях скалярной характеристической функции. Гамаль М. Ф. – В кн.: Исследования по линейным операторам и теории функций. 28. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 270), СПб., 2000, с. 19–50.

Как известно, регулярные факторизации характеристической функции оператора описывают его инвариантные подпространства. В статье рассматривается случай скалярной характеристической функции. Приводятся примеры. По заданной факторизации (описывающей некоторое инвариантное подпространство L) строятся факторизации, описывающие все цепочки инвариантных подпространств, содержащие L. Показано, как регулярные факторизации функции выражаются через факторизации ее внутренней и внешней частей. Библ. – 10 назв.

УДК 517.9

Смешанная задача Стеклова о собственных значениях и новые экстремальные свойства кольца Гретша. Диттмар Б., Солынин А. Ю. – В кн.: Исследования по линейным операторам и теории функций. 28. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 270), СПб., 2000, с. 51–79.

Изучается смешанная задача Стеклова о собственных значениях в двусвязных областях. Используя круговую симметризацию и теорему о граничном искажении при конформных отображениях кольца, авторы указывают нижние границы для первого собственного значения, которые точны для кольца Гретша. Решается экстремальная задача о максимуме первого собственного значения в подклассе полигональных двусвязных областей. При определенных условиях доказывается существование замкнутой нодальной линии рассматриваемой задачи Стеклова. Библ. – 19 назв.

УДК 517.98

О символе Березина. Караев М. Т. – В кн.: Исследования по линейным операторам и теории функций. 28. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 270), СПб., 2000, с. 80–89.

Обсуждаются некоторые вопросы, связанные с символами Березина ограниченных линейных операторов в функциональных гильбертовых пространствах. Библ. – 14 назв.

УДК 517.5

Задача о подобии для некоторых мартингальных равномерных алгебр. Кисляков С. В. – В кн.: Исследования по линейным операторам и теории функций. 28. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 270), СПб., 2000, с. 90–102.

Пусть A – правильная равномерная алгебра, на которой существует нетривиальное ограниченное точечное дифференцирование. Тогда некоторая равномерная алгебра A_1 (связанная с A примерно так же, как связана алгебра мартингалов Харди с диск-алгеброй) допускает ограниченный, но не вполне ограниченный гомоморфизм в алгебру всех операторов в гильбертовом пространстве. Библ. – 9 назв.

УДК 517.5

Продолжение операторов, заданных на рефлексивных подпространствах в L^1 или L^1/H^1_0. Кисляков С. В. – В кн.: Исследования по линейным операторам и теории функций. 28. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 270), СПб., 2000, с. 103–123.

Теория интерполяции применяется для выработки общей схемы доказательства теорем о продолжении, упомянутых в заглавии. В случае, когда операторы принимают значения в w^*-замкнутом подпространстве G в L^∞ или H^∞, аннулятор которого F рефлексивен, найдено необходимое и достаточное условие для того, чтобы такое продолжение всегда было возможно. Именно, пространство F должно быть гильбертовым и становиться дополняемым в L^p $(1 < p \leqslant 2)$ после подходящей замены плотности. Библ. – 17 назв.

УДК 517.5

Интерполяций в обобщенной полосе. Коточигов А. М. – В кн.: Исследования по линейным операторам и теории функций. 28. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 270), СПб., 2000, с. 124–174.

Доказано, что полученное ранее описание интерполяционных множеств для аналитических классов Гельдера в стандартной полосе полностью переносится на обобщенную полосу – подмножество стандартной полосы, ограниченное двумя кривыми, удовлетворяющими условию Лаврентьева. Чтобы сделать это, установлен ряд геометрических свойств обобщенной полосы (возможность расширения обобщенной полосы через дуги дополнения интерполяционного множества на границе и возможность разбиения обобшенной полосы на области Лаврентьева). Наличие этих свойств позволяет "перенести" схему доказательства теоремы об интерполяции в стандартной полосе на обобщенную полосу. Библ. – 12 назв.

УДК 517.94

Аппроксимация полиномами в метрике L^p на дизъюнктных отрезках. Крашенинникова Ю. В., Широков Н. А. – В кн.: Исследования по линейным операторам и теории функций. 28. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 270), СПб., 2000, с. 175–200.

На конечном множестве отрезков описано пространство функций Соболева в терминах скорости полиномиального приближения. Библ. – 9 назв.

УДК 517.9

О подобии треугольного оператора диагональному. Маламуд М. М. – В кн.: Исследования по линейным операторам и теории функций. 28. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 270), СПб., 2000, с. 201–241.

Даны достаточные условия для подобия несамосопряженного оператора $A = G + iV^{1/2}JV^{1/2}$ (с корректно определенной мнимой частью) самосопряженному, а также достаточные условия (в диссипативном случае – критерии) подобия треугольного оператора $f \mapsto \alpha(x)f(x) + i\int_x^1 k(x,t)f(t)d\mu(t)$ самосопряженному. Библ. – 34 назв.

УДК 517.9

Дискретная струна, моделирующая музыкальную гамму. Митрофанов М. Ю., Тараканов О. А. – В кн.: Исследования по линейным операторам и теории функций. 28. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 270), СПб., 2000, с. 242–252.

Дискретная струна с закрепленными концами, несущая конечное число бусин, определяется набором их масс и расстояний между ними. Струна имеет простые собственные частоты, отвечающие гармоническим собственным колебаниям. В работе решается задача: найти дискретную струну с семью бусинами, собственные частоты которой совпадают с частотами нот первой октавы музыкальной гаммы. Задача решается в два этапа. Сначала рассматривается обратная спектральная задача, состоящая в восстановлении струны по ее спектру и набору постоянных, связанных с нормированными собственными колебаниями; описывается процедура ее решения. Один из главных результатов работы – необходимые и достаточные условия разрешимости обратной спектральной задачи. Второй этап работы – численная реализация процедуры. Библ. – 3 назв.

УДК 517.98

Разложение элемента $\sin a$ по экспонентам для эрмитовых элементов a. Мустафаев Г. С., Караев М.Т. – В кн.: Исследования по линейным операторам и теории функций. 28. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 270), СПб., 2000, с. 253–257.

Пусть A – комплесная банахова алгебра с единицей и $a \in A$ эрмитов элемент. Доказана интерполяционная формула, выражающая $\sin a$ через экспоненты, из которой в частности следует равенство $\|\sin a\| = |\sin a|$. Библ. – 6 назв.

УДК 517.5

Метод приближения сильной связи на лемнискате. Олейник В. Л. – В кн.: Исследования по линейным операторам и теории функций. 28. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 270), СПб., 2000, с. 258–276.

В работе рассматривается линейное однородное разностное уравнение первого порядка с периодическим коэффициентом и комплексным параметром, $f(n+1) + a(n)f(n) = zf(n)$, $n \in \mathbb{Z}$. Известно, что множество устойчивости s_a этого уравнения совпадает с лемнискатой, которая определяется конечным множеством значений коэффициента $a(n)$. Функция $a(n)$ составляется в виде суммы двух периодических функций, т.е. $a(n) = a_1(n) + a_2(n)$, где a_1 – некоторая фиксированная функция, а a_2 – сумма сдвигов произвольно выбранной финитной функции. По аналогии с квантовой теорией твердого тела обсуждается асимптотическое поведение множества s_a, когда период функции a_2 стремится к бесконечности. Библ. – 14 назв.

УДК 517.5

Аппроксимационные свойства AP_s и p-ядерные операторы (случай $0 < s \leqslant 1$). Рейнов О. И. – В кн.: Исследования по линейным операторам и теории функций. 28. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 270), СПб., 2000, с. 277–291.

Изучаются банаховы пространства, обладающие (или не обладающие) аппроксимационными свойствами AP_s, $0 < s \leqslant 1$, в связи со следующим известным вопросом в геометрической теории операторов: при каких условиях на банаховы пространства X и Y и на положительные числа r, p для непрерывного оператора T из X в Y из p-ядерности его второго сопряженного будет следовать r-ядерность самого оператора T. Приводятся, по существу, необходимые и достаточные условия для положительного ответа на этот вопрос, причем соответствующие контрпримеры устанавливаются в максимально сильной форме. Так, например, показывается (и это – значительное усиление предыдущих результатов подобного сорта), что существует такая пара сепарабельных банаховых пространств Z, W, что пространства Z^{**} и

W имеют базисы Шаудера и для каждого $p, 1 \leqslant p < 2$ найдется не p-ядерный оператор из W в Z с p-ядерным вторым сопряженным. Ранее в подобного рода примерах соответствующие пространства не обладали даже свойством аппроксимации Гротендика. Техника, развитая в работе, не позволяет разобраться со случаем $p > 2$, и это – тема последующей статьи автора. Библ. – 11 назв.

УДК 517.5

Некоторые интегральные преобразования с воспроизводящими свойствами. Ренельт Х. – В кн.: Исследования по линейным операторам и теории функций. 28. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 270), СПб., 2000, с. 292–308.

С помощью элементарных соображений построены семейства интегральных преобразований (например, в $L_2(\mathbb{K})$, где $\mathbb{K}$ – единичный круг), фиксирующих элементы некоторого пространства или, соответственно, отображающих эти элементы в их производные. В качестве специального случая, получено семейство интегральных преобразований, каждое из которых порождает разложение пространства $L_2(\mathbb{K})$ в прямую сумму. После изменения скалярного произведения эти разложения становятся ортогональными, а соответствующие интегральные преобразования – самосопряженными и положительными. При дальнейшей специализации оказывается, что эти интегральные преобразования продолжаются до ограниченных взаимнооднозначных операторов из $L_2(\mathbb{K})$ на некоторые указанные явно подпространства в $L_2(\mathbb{C})$. Последнее возникает как следствие взаимосвязи отображений, о которых идет речь, и комплексного преобразования Гильберта. Библ. – 10 назв.

УДК 517.5

Асимптотические свойства гармонических и M-гармонических функций вблизи границы единичного шара. Рогинская М. М. – В кн.: Исследования по линейным операторам и теории функций. 28. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 270), СПб., 2000, с. 309–316.

В статье доказано, что разложения плюригармонической меры на сфере в $\mathbb{C}^n$ по шкале хаусдорфовых размерностей относительно евклидовой метрики и метрики Кораньи совпадают при линейном соответствии индексов. Библ. – 7 назв.

УДК 517.43

Асимптотика дискретного спектра по большой константе связи при сильных неотрицательных возмущениях. Слоущ В. А. – В кн.: Исследования по линейным операторам и теории функций. 28. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 270), СПб., 2000, с. 317–324.

Пусть A – самосопряженный оператор, (α, β) – внутренняя лакуна в спектре оператора A; $B(t) = A + tW^*W$, при этом оператор $W(A - iI)^{-1}$ не предполагается ограниченным. Получены условия, при которых спектр оператора $B(t)$ в (α, β) дискретен. Пусть $N(\lambda, A, W, \tau)$, $\lambda \in (\alpha, \beta)$, $\tau > 0$ – число собственных значений оператора $B(t)$, прошедших через точку $\lambda \in (\alpha, \beta)$ при увеличении t от 0 до τ. Получена асимптотика $N(\lambda, A, W, \tau)$, $\tau \to +\infty$, в терминах спектральной асимптотики некоторого самосопряженного компактного оператора. Библ. – 5 назв.

УДК 517.43

Дискретный спектр дифференциальных операторов в спектральных лакунах при неотрицательных возмущениях высокого порядка. Слоущ В. А. – В кн.: Исследования по линейным операторам и теории функций. 28. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 270), СПб., 2000, с. 325–335.

Пусть A – самосопряженный эллиптический дифференциальный оператор второго порядка, (α, β) – внутренняя лакуна в спектре A; $B(t) = A + tW^*W$, где оператор W – дифференциальный оператор высокого порядка. Получены условия, при которых спектр оператора $B(t)$ в лакуне (α, β) дискретен; не накапливается к правому краю лакуны; конечен. Рассматривается величина $N(\lambda, A, W, \tau)$, $\lambda \in (\alpha, \beta)$, $\tau > 0$, – число собственных значений оператора $B(t)$, прошедших через точку $\lambda \in (\alpha, \beta)$ при увеличении t от 0 до τ. Для величины $N(\lambda, A, W, \tau)$ получены оценки. При возмущении W^*W специального вида получена асимптотика $N(\lambda, A, W, \tau)$, $\tau \to +\infty$. Библ. – 5 назв.

УДК 517.948

О подобии некоторых сингулярных дифференциальных операторов самосопряженным. Фаддеев М. М., Штеренберг Р. Г. – В кн.: Исследования по линейным операторам и теории функций. 28. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 270), СПб., 2000, с. 336–349.

Исследуется подобие самосопряженному оператору сингулярного дифференциального оператора вида $-\operatorname{sign} x \frac{d^2}{dx^2} + p(x)$. Техника работы связана с использованием критерия подобия в терминах резольвенты исследуемого оператора, что позволяет дать положительный ответ на поставленный вопрос в широких классах функций $p(x)$. Библ. – 20 назв.

УДК 517.5

Пример быстроубывающей (p, A)-лакунарной функции. Широков Н. А. – В кн.: Исследования по линейным операторам и теории функций. 28. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 270), СПб., 2000, с. 350–363.

Функция $f(z) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k z^{n_k}$, аналитическая в единичном круге, называется (p, A)-лакунарной, если $n_k \geqslant Ak^p$, $1 < p < \infty$, $A > 0$, $k \geqslant 0$. В работе для $1 < p < 2$ и $A > 0$ построена (p, A)-лакунарная функция $f_{1,p,A}(z)$, которая убывает при $x \to 1 - 0$ со скоростью, близкой к оптимальной для (p, A)-лакунарных функций. Библ. – 6 назв.