Записки научных
семинаров ПОМИ
Том 272, 2000 г.

А. Е. Егоров, А. А. Панин

ТЕОРЕМА СОПРЯЖЕННОСТИ ДЛЯ ПОДГРУПП SL_n, СОДЕРЖАЩИХ ГРУППУ ДИАГОНАЛЬНЫХ МАТРИЦ

Пусть R – коммутативное кольцо с единицей, $\Gamma = \mathrm{SL}(n, R)$ – специальная линейная группа степени $n \geqslant 3$ над R и $T = \mathrm{SD}(n, R)$ – ее подгруппа диагональных матриц. В случае, когда R – полулокальное кольцо с некоторыми ограничениями на поля вычетов, в [13] были описаны подгруппы Γ, содержащие T, в терминах сетей и сетевых подгрупп. В настоящей работе мы проводим дополнительное исследование решетки промежуточных подгрупп $\mathrm{Lat}(T, \Gamma)$.

Основными результатами статьи являются приведенные ниже теоремы 1 и 2.

Теорема 1. *Пусть $n \geqslant 3$ и R – коммутативное локальное кольцо, поле вычетов которого содержит не менее $3n+2$ элементов. Тогда подгруппа $T = \mathrm{SD}(n, R)$ пронормальна в $\Gamma = \mathrm{SL}(n, R)$.*

Из этой теоремы вытекает, в частности, что если две подгруппы группы Γ, содержащие T, сопряжены в Γ, то они сопряжены уже при помощи некоторой мономиальной матрицы.

Если R – поле, то эта теорема является частным случаем так называемой теоремы сопряженности, верной для почти всех групп Шевалле и их расширенных аналогов (см. [7]). Для подгрупп полной линейной группы над матрично локальным кольцом, содержащих группу диагональных матриц, аналог теоремы 1 был доказан в работе [11]. Наше доказательство теоремы 1 во многом опирается на схему рассуждений [11].

Если R – коммутативное полулокальное кольцо, не являющееся локальным, T может уже не быть пронормальной подгруппой Γ, см. [11]. Впрочем, справедливо следующее более слабое утверждение:

Теорема 2. *Пусть $n \geqslant 3$ и R – коммутативное полулокальное кольцо, все поля вычетов которого содержат не менее $3n + 2$*

элементов. Тогда подгруппа $T = \mathrm{SD}(n,R)$ *паранормальна в* $\Gamma = \mathrm{SL}(n,R)$.

Аналоги теоремы 2 для некоторых других классических групп были доказаны ранее, см. обзор [12].

Обозначения, используемые в этой работе, являются стандартными. Пусть R – коммутативное кольцо, R^* – его мультипликативная группа, $J = J(R)$ – его радикал Джекобсона (совпадающий в случае локального кольца с его единственным максимальным идеалом). Пусть $g \in \mathrm{GL}(n,R)$, $g = (g_{ij})$, $i,\ j = 1,\dots,n$. Тогда элементы обратной матрицы g^{-1} обозначаются через g'_{ij}. Как всегда, e обозначает единичную матрицу, а e_{ij} – стандартную матричную единицу.

Мы будем использовать следующие обозначения для подгрупп $G = \mathrm{GL}(n,R)$:

- $\mathrm{D}(n,R)$ – подгруппа диагональных матриц;
- $\mathrm{B}(n,R)$ – подгруппа верхнетреугольных матриц;
- $\mathrm{N}(n,R)$ – подгруппа мономиальных матриц.

Для соответствующих подгрупп $\Gamma = \mathrm{SL}(n,R)$ к обозначению добавляется буква S: $\mathrm{SD}(n,R) = \mathrm{D}(n,R) \cap \Gamma$, $\mathrm{SB}(n,R) = \mathrm{B}(n,R) \cap \Gamma$, $\mathrm{SN}(n,R) = \mathrm{N}(n,R) \cap \Gamma$.

Для дальнейших рассуждений нам потребуется выделить некоторые классы элементарных матриц. Пусть $\xi \in R$, $\varepsilon \in R^*$, $i \neq j$. Введем следующие обозначения:

- $t_{ij}(\xi) = e + \xi e_{ij} \in \mathrm{SD}(n,R)$ (“элементарная трансвекция”);
- $d_i(\varepsilon) = e + (\varepsilon - 1)e_{ii} \in \mathrm{D}(n,R)$ (“элементарное псевдоотражение”);
- $d^i(\varepsilon) = \varepsilon d_i(\varepsilon^{-n}) \in \mathrm{SD}(n,R)$ (“гомология”);
- $d_{ij}(\varepsilon) = d_i(\varepsilon) d_j(\varepsilon^{-1}) \in \mathrm{SD}(n,R)$ (“полупростой корневой элемент”).

Напомним, что подгруппа G_0 группы G называется пронормальной, если для любого $x \in G$ подгруппы G_0 и xG_0x^{-1} сопряжены в группе $\langle G_0, xG_0x^{-1} \rangle$. Как нетрудно проверить, это условие эквивалентно следующему: если F, H – две подгруппы G, содержащие G_0, такие, что $xFx^{-1} = H$ для некоторого $x \in G$, то найдутся такие $y \in H$ и $w \in N_G(G_0)$, что $x = yw$. При доказательстве теоремы 1 мы будем пользоваться именно этой переформулировкой.

Подгруппа G_0 называется паранормальной в G, если для любого $x \in G$ нормальное замыкание G_0 в $\langle G_0, xG_0x^{-1}\rangle$ совпадает с $\langle G_0, xG_0x^{-1}\rangle$. Известно (см., например, [1]), что всякая пронормальная подгруппа паранормальна.

Мы будем также использовать хорошо известное понятие сети и сетевой подгруппы, введенное З. И. Боревичем в [2–4], см. также [13]. Если σ – D-сеть и $G(\sigma)$ – соответствующая сетевая подгруппа в $G = \mathrm{GL}(n, R)$, то через $\Gamma(\sigma)$ мы обозначаем пересечение $G(\sigma) \cap \Gamma$ (сетевая подгруппа в $\Gamma = \mathrm{SL}(n, R)$).

Доказательство теорем 1 и 2 опирается на следующее описание решетки подгрупп $\mathrm{Lat}(T, \Gamma)$, полученное Н. А. Вавиловым в [13].

Теорема 3. *Пусть $n \geqslant 3$ и R – коммутативное полулокальное кольцо, все поля вычетов которого содержат не менее $3n+2$ элементов. Тогда для любой подгруппы F группы $\Gamma = \mathrm{SL}(n, R)$, содержащей $T = \mathrm{SD}(n, R)$, существует единственная D-сеть идеалов σ такая, что $\Gamma(\sigma) \leqslant F \leqslant N_\Gamma(\Gamma(\sigma))$.*

Необходимо отметить, что для полей в цикле работ [6] был получен более сильный результат:

Теорема 4. *Пусть $n \geqslant 3$ и K – поле, содержащее не менее 7 элементов. Тогда для любой подгруппы F группы $\Gamma = \mathrm{SL}(n, K)$, содержащей $T = \mathrm{SD}(n, K)$, существует единственная D-сеть идеалов σ такая, что $\Gamma(\sigma) \leqslant F \leqslant N_\Gamma(\Gamma(\sigma))$.*

Случай $n = 2$ был исследован в работе [10], где с помощью весьма изощренных вычислений было показано, что при этом аналог теоремы 4 верен для полей, содержащих не менее 13 элементов, и имеющих характеристику, отличную от 2 (в этом случае имеется лишь 5 промежуточных подгрупп).

Как уже отмечалось, в случае, когда $R = K$ – поле, утверждение теоремы 1 вытекает из теоремы сопряженности [7], доказанной для групп Шевалле. При этом результат справедлив в предположениях теоремы 4, то есть когда $|K| \geqslant 7$. Заметим, впрочем, что первоначальное доказательство этого результата, принадлежащее Н. А. Вавилову, работало лишь в случае $|K| \geqslant 13$, а доказательство для $|K| \geqslant 7$ опирается на трудную теорему А. А. Семенова о числе вырождений в разложении Брюа корневого тора [8]. Поэтому мы предпочитаем дать независимое, значительно более элементарное доказательство теоремы 1 для полей (также в предположении, что $|K| \geqslant 7$), в духе рассуждений [11].

Лемма 1. *Пусть $n \geqslant 2$ и R – коммутативное полулокальное кольцо, все поля вычетов которого содержат не менее 4 элементов, σ – произвольная D-сеть. Если $xTx^{-1} \leqslant \Gamma(\sigma)$ для некоторого $x \in \Gamma$, то $xDx^{-1} \leqslant G(\sigma)$.*

Доказательство. Необходимо проверить, что $x_{ir}x'_{rj} \in \sigma_{ij}$ для любых значений индексов i, j, r. Пусть $i \neq j$. Выберем два таких обратимых элемента ε, $\delta \in R^*$, что $\varepsilon - 1$, $\delta - 1$, $\varepsilon - \delta \in R^*$ (это возможно ввиду наложенных ограничений на поля вычетов). Пусть $s \neq r$ и $y(\varepsilon) = xd_{rs}(\varepsilon)x^{-1}$. Тогда

$$y(\varepsilon)_{ij} = x_{ir}(\varepsilon - 1)x'_{rj} + x_{is}(\varepsilon^{-1} - 1)x'_{sj} \in \sigma_{ij},$$

откуда следует, что $x_{ir}\varepsilon x'_{rj} - x_{is}x'_{sj} \in \sigma_{ij}$. Аналогично $x_{ir}\delta x'_{rj} - x_{is}x'_{sj} \in \sigma_{ij}$, откуда $x_{ir}x'_{rj} \in \sigma_{ij}$ ввиду обратимости $\varepsilon - \delta$. □

Следствие 1. *В предположениях леммы из условия $xTx^{-1} \leqslant \Gamma(\sigma)$ следует, что найдутся такие $y \in \Gamma(\sigma)$ и $\pi \in \mathrm{SN}(n, R)$, что $x = y\pi$.*

Доказательство. Вытекает из доказанного в §6 [5]. □

Заметим, что мы доказали переформулировку теоремы 1 в случае сетевых подгрупп F, H.

Следствие 2. *В предположениях леммы $N_\Gamma(\Gamma(\sigma)) = N_G(G(\sigma)) \cap \Gamma$.* □

Если $\Lambda = \mathrm{M}(m, K)$ – полное матричное кольцо над полем K, то естественно отождествлять $\mathrm{GL}(n, \Lambda)$ и $\mathrm{GL}(mn, K)$. Будем поэтому использовать обозначение $\mathrm{SL}(n, \Lambda)$ для $\mathrm{SL}(mn, K)$. Как всегда, $\mathrm{SD}(n, \Lambda) = \mathrm{D}(n, \Lambda) \cap \mathrm{SL}(n, \Lambda)$ и $\mathrm{SN}(n, \Lambda) = \mathrm{N}(n, \Lambda) \cap \mathrm{SL}(n, \Lambda)$.

Лемма 2. *Пусть $\Lambda = \mathrm{M}(m, K)$, $|K| \geqslant 4$, $a, b \in \Lambda \setminus \{0\}$. Тогда найдутся по крайней мере две различные матрицы $\varepsilon_1, \varepsilon_2 \in \mathrm{SL}(m, K)$, для которых $a(\varepsilon_i - 1)b \neq 0$.*

Доказательство. Пусть $a_{rp} \neq 0$, $b_{qs} \neq 0$. Если $p \neq q$, то в качестве ε_i можно взять $t_{pq}(\lambda)$ для любого $\lambda \neq 0$. Если же $p = q$, то остается рассмотреть лишь случай, когда единственным ненулевым столбцом матрицы a является столбец с номером p, а единственной ненулевой строкой матрицы b – строка с номером p. Но тогда очевидно, что в качестве ε_i можно взять $d_{pl}(\lambda)$ для любых $l \neq p$ и $\lambda \neq 0, 1$. $\square$

Лемма 3. *Пусть* $\Lambda = \mathrm{M}(m, K)$, $|K| \geqslant 7$. *Если* $x\,\mathrm{SD}(n,\Lambda)x^{-1} \leqslant \mathrm{SN}(n,\Lambda)$ *для некоторого* $x \in \mathrm{SL}(n,\Lambda)$, *то* $x \in \mathrm{SN}(n,\Lambda)$.

Доказательство. Допустим, что $x \notin \mathrm{SN}(n,\Lambda)$. Тогда найдутся такие индексы $p \neq q$ и r, что $x_{pr} \neq 0$, $x_{qr} \neq 0$. Также найдется такой индекс s, что $x'_{rs} \neq 0$. Хотя бы один из индексов p, q отличен от s, пусть, скажем, $p \neq s$.

Пусть сначала $m \geqslant 2$. Выберем матрицу $\varepsilon \in \mathrm{SL}(m,K)$ и рассмотрим произведение $y = y(\varepsilon) = x(e + (\varepsilon - 1)e_{rr})x^{-1}$. Несложное вычисление показывает, что $y_{ij} = \delta_{ij} + x_{ir}(\varepsilon - 1)x'_{rj}$. Элемент $y_{ss} = 1 + x_{sr}(\varepsilon - 1)x'_{rs} \neq 0$ в случае, когда x_{sr} или x'_{rs} необратимы; если же они обратимы, для ε существует не более одного запрета. По лемме 2 можно выбрать два таких $\varepsilon \in \mathrm{SL}(m,K)$, что $y_{ps} = x_{pr}(\varepsilon - 1)x'_{rs} \neq 0$. Тогда $y(\varepsilon) \notin \mathrm{SN}(n,\Lambda)$ для некоторого ε. Противоречие.

Пусть теперь $m = 1$. Хотя бы один из индексов p, q отличен от r, пусть, например, $q \neq r$. Возьмем $\varepsilon \in K^*$ и рассмотрим матрицу $y(\varepsilon) = x d_{rq}(\varepsilon) x^{-1}$. Имеем

$$y_{ss} = 1 + x_{sr}(\varepsilon - 1)x'_{rs} + x_{sq}(\varepsilon^{-1} - 1)x'_{qs}$$

и

$$y_{ps} = x_{pr}(\varepsilon - 1)x'_{rs} + x_{pq}(\varepsilon^{-1} - 1)x'_{qs}.$$

Условия $y_{ss} \neq 0$, $y_{ps} \neq 0$ дают не более 4 дополнительных запретов на ε. Поэтому $y(\varepsilon) \notin \mathrm{SN}(n,\Lambda)$ для некоторого $\varepsilon \in K^*$. Опять противоречие. $\square$

В [6, II] показано, что при $|K| \geqslant 5$ подгруппа F группы $\Gamma = \mathrm{SL}(n,K)$, содержащая группу $T = \mathrm{SD}(n,K)$, является неприводимой тогда и только тогда, когда она не содержится ни в какой собственной сетевой подгруппе Γ. Легко видеть (см. [11] и следствие 2 леммы 1), что если F – неприводимая подгруппа Γ, причем $\Gamma(\sigma) \leqslant F \leqslant N_\Gamma(\Gamma(\sigma))$ для некоторой D-сети σ, то после сопряжения с некоторой мономиальной матрицей $\Gamma(\sigma) = \mathrm{D}(q, \mathrm{M}(n/q, K))$, где q – некоторый делитель n. Используя это наблюдение и лемму 3, несложно доказать переформулировку теоремы 1 в случае, когда F или H неприводимы (заметим, что по следствию 1 леммы 1 из неприводимости одной подгруппы следует неприводимость другой).

Все дальнейшие рассуждения, приводящие к доказательству теоремы 1 для полей, практически дословно повторяют рассуждения работы [11]. Сначала замечаем, что по теореме 4 работы [4] всякая D-сеть подобна блочно-треугольной, и поэтому можно считать, что все рассматриваемые матрицы содержатся в некоторой блочно-треугольной сетевой подгруппе. Используя проекции на блоки, мы попадаем в GL (если, конечно, рассматриваемые подгруппы приводимы) и применяем основную теорему работы [11] к каждой проекции. Доказательство теоремы 1 в случае полей завершается применением следующего результата (см. [3], теорема 2 и §4, 5):

Теорема 5. *Пусть K – поле, содержащее не менее 5 элементов, $n \geqslant 3$. Тогда подгруппа $T = \mathrm{SD}(n, K)$ абнормальна в группе $\mathrm{SB}(n, K)$, то есть каждая матрица $x \in \mathrm{SB}(n, K)$ принадлежит подгруппе $\langle T, xTx^{-1}\rangle$.*

Заметим, что для случая GL_n вопрос о пронормальности D окончательно решен В. А. Койбаевым. А именно, пронормальность имеет место в случае $|K| \geqslant 4$ (и, очевидно, при $K = \mathbb{F}_2$). Подгруппа $D = \mathrm{D}(n, \mathbb{F}_3)$ не будет пронормальной в $G = \mathrm{GL}(n, \mathbb{F}_3)$, но в [9] показано, как нужно изменить формулировку теоремы сопряженности, чтобы охватить и этот случай. Было бы чрезвычайно интересно получить аналоги этих результатов для SL_n.

Общий случай локальных колец разбирается так же, как в [11]. Пусть
$$\Gamma(\sigma) \leqslant F \leqslant N_\Gamma(\Gamma(\sigma)), \quad \Gamma(\tau) \leqslant H \leqslant N_\Gamma(\Gamma(\tau))$$
и $xFx^{-1} = H$ для некоторого $x \in \Gamma$. Переходя к фактор-кольцу $R/J(R)$, получим $x\Gamma(\sigma)x^{-1} \leqslant \Gamma(\tau^*)$, где $\tau^* = (\tau_{ij} + J)$. Очевидно, что $x\Gamma(\sigma)x^{-1} \leqslant N_\Gamma(\Gamma(\tau))$. По Лемме 8 работы [5] и следствию 2 леммы 1 имеем $N_\Gamma(\Gamma(\tau)) \cap \Gamma(\tau^*) = \Gamma(\tau)$. Отсюда $x\Gamma(\sigma)x^{-1} \leqslant \Gamma(\tau)$. Осталось применить следствие 1 леммы 1. $\square$

Заметим, что фактически мы доказали, что если R – коммутативное локальное кольцо, поле вычетов которого содержит не менее семи элементов, $n \geqslant 3$, F, H – две такие подгруппы группы Γ, содержащие T, что $\Gamma(\sigma) \leqslant F \leqslant N_\Gamma(\Gamma(\sigma))$, $\Gamma(\tau) \leqslant H \leqslant N_\Gamma(\Gamma(\tau))$, и $xFx^{-1} = H$ для некоторого $x \in \Gamma$, то $x = y\pi$, где $y \in \Gamma(\tau)$ и $\pi \in \mathrm{SN}(n, R)$.

Перейдем теперь к доказательству теоремы 2.

Лемма 4. *Пусть R – коммутативное кольцо, в котором найдется такой $\varepsilon \in R^*$, что $\varepsilon - 1$ также обратим, $n \geqslant 3$. Пусть $T \leqslant F \leqslant \Gamma$. Если $t = t_{ij}(\alpha) \in N_\Gamma(F)$, то $t \in F$.*

Доказательство. Пусть $r \neq i, j$, $d = d_{ir}(\varepsilon)$. Легко проверить, что $t_{ij}(\alpha(1-\varepsilon)) = tdt^{-1}d^{-1} \in F$. $\square$

Следствие. *Если R – коммутативное полулокальное кольцо, все поля вычетов которого отличны от $\mathbb{F}_2$, то для любой D-сети σ нормальное замыкание T в $\Gamma(\sigma)$ совпадает с $\Gamma(\sigma)$.*

Доказательство. Пусть $T \leqslant F \leqslant \Gamma(\sigma)$, причем F нормальна в $\Gamma(\sigma)$. Если $t_{ij}(\alpha) \in \Gamma(\sigma) \leqslant N_\Gamma(F)$, то $t_{ij}(\alpha) \in F$ по лемме 4. По теореме 1 работы [2] подгруппа $\Gamma(\sigma)$ порождается своими трансвекциями и диагональными матрицами. Отсюда $F = \Gamma(\sigma)$. $\square$

Лемма 5. *Пусть R – коммутативное полулокальное кольцо, все поля вычетов которого содержат не менее $2n+2$ элементов, $n \geqslant 2$. Если σ – D-сеть и $xTx^{-1} \leqslant N_\Gamma(\Gamma(\sigma))$ для некоторого $x \in \Gamma$, то $xTx^{-1} \leqslant \Gamma(\sigma)$.*

Доказательство. Необходимо доказать, что $x_{ir}x'_{rj} \in \sigma_{ij}$ для любых i, j, r. Считаем, конечно, что $i \neq j$. Возьмем такие ε, $\delta \in R^*$, что $\varepsilon^n - 1$, $\delta^n - 1$, $\varepsilon^n - \delta^n \in R^*$.

Пусть $d(\varepsilon) = d^r(\varepsilon^{-1})$ и $y(\varepsilon) = xd(\varepsilon)x^{-1}$. По лемме 3 [13]

$$y_{is}y'_{sj} \in \sigma_{ij} \quad \text{для любого} \quad s.$$

Легко проверить, что

$$y_{is} = \varepsilon^{-1}(\delta_{is} + x_{ir}(\varepsilon^n - 1)x'_{rs})$$

и

$$y'_{sj} = \varepsilon(\delta_{sj} + x_{sr}(\varepsilon^{-n} - 1)x'_{rj}).$$

Пусть $s \neq i$, j. Тогда из условия $y_{is}y'_{sj} \in \sigma_{ij}$ следует, что $x_{ir}(x'_{rs}x_{sr})x'_{rj} \in \sigma_{ij}$.

Если $s = i$, то $x_{ir}x'_{rj} + x_{ir}(\varepsilon^n - 1)(x'_{ri}x_{ir})x'_{rj} \in \sigma_{ij}$. Заменяя ε на δ, получаем аналогичное утверждение для δ. Отсюда $x_{ir}(\varepsilon^n - \delta^n)(x'_{ri}x_{ir})x'_{rj} \in \sigma_{ij}$, поэтому $x_{ir}(x'_{ri}x_{ir})x'_{rj} \in \sigma_{ij}$ ввиду обратимости $\varepsilon^n - \delta^n$.

Аналогично разбирается случай $s = j$. Теперь, учитывая, что $\sum_{s=1}^{n} x'_{rs}x_{sr} = 1$, окончательно получаем $x_{ir}x'_{rj} \in \sigma_{ij}$. $\square$

Доказательство теоремы 2 следует из теоремы 3, лемм 4 и 5 и предложения 3 [3, с. 36]. $\square$

Один из авторов (А. А. Панин) выражает благодарность за финансовую поддержку в рамках программы "Молодые ученые – 2000". Он также выражает признательность Н. А. Вавилову за многочисленные полезные обсуждения задач о расположении подгрупп в линейных группах на протяжении последних трех лет.

Литература

1. М. С. Ба, З. И. Боревич, *О расположении промежуточных подгрупп.* — В кн.: Кольца и линейные группы, Краснодар. 1988, 14–41.
2. З. И. Боревич, *О параболических подгруппах в линейных группах над полулокальным кольцом.* — Вестник Ленингр. ун-та **13** (1976), 16–24.
3. З. И. Боревич, *О параболических подгруппах в специальной линейной группе над полулокальным кольцом.* — Вестник Ленингр. ун-та **19** (1976), 29–34.
4. З. И. Боревич, *Описание подгрупп полной линейной группы, содержащих группу диагональных матриц.* — Зап. научн. семин. ЛОМИ **64** (1976), 12–29.
5. З. И. Боревич, Н. А. Вавилов, *Подгруппы полной линейной группы над полулокальным кольцом, содержащие группу диагональных матриц.* — Тр. Мат. ин-та АН СССР **148** (1978), 43–57.
6. Н. А. Вавилов, *О подгруппах специальной линейной группы, содержащих группу диагональных матриц.* I–IV, Вестн. Ленингр. ун-та, **22** (1985), 3–7; Сер.1 (1986), Вып.1, 10–15; Сер.1 (1987), Вып.2, 3–8; Сер.1 (1988), Вып.3, 10–15.
7. Н. А. Вавилов, *Подгруппы групп Шевалле, содержащие максимальный тор.* — Труды Ленингр. мат. об-ва **1** (1990), 64–109.
8. Н. А. Вавилов, А. А. Семенов, *Длинные корневые полупростые элементы в группах Шевалле.* — Докл. РАН **338**, № 6 (1994), 725–727.
9. В. А. Койбаев, *Подгруппы полной линейной группы над полем из трех элементов.* — В кн.: Структурные свойства алгебраических систем, Нальчик. 1981, 56–68.
10. O. King, *On subgroups of the special linear group containing the diagonal subgroup.* — J. Algebra **132** no. 1 (1990), 198–204.
11. N. A. Vavilov, *A conjugacy theorem for subgroups of* GL_n *containing the group of diagonal matrices.* — Colloq. Math. **54** no. 1 (1987), 9–14.
12. N. A. Vavilov, *Intermediate subgroups in Chevalley groups.* Proc. Conf. Groups of Lie Type and their Geometries (Como – 1993). Cambridge Univ. Press, 1995, 233–280.

13. N. A. Vavilov, *Subgroups of* SL_n *over a semilocal ring.* — Preprint Universität Bielefeld no. 111 (1998), 1–13.

Egorov A. E. and Panin A. A. A conjugacy theorem for subgroups of SL_n containing the group of diagonal matrices.

Let R be a commutative local ring. It is proved that if $n \geqslant 3$ and the residue field of R contains at least $3n+2$ elements, then the subgroup of diagonal matrices in the special linear group of degree n over R is pronormal. For semilocal rings with the same restrictions on residue fields this subgroup is paranormal.

С.-Петербургский
государственный
университет
email alex@ap2707.spb.edu (A.A.Panin)

Поступило 4 июля 2000