Записки научных
семинаров ПОМИ
Том 275, 2001 г.

А. П. Киселев, В. П. Смышляев

70 ЛЕТ В. М. БАБИЧУ

13 июня 2000 года исполнилось 70 лет Василию Михайловичу Бабичу, бесспорному главе петербургской школы математической теории дифракции и распространения волн. Эта школа ведет свою историю от крупнейшего ученого В. А. Фока и продолжает занимать в мире ведущее положение. Ее стержнем является основанный Василием Михайловичем в конце 1950-х годов петербургский дифракционный семинар, которым он бессменно руководит. Семинар проходит по вторникам в помещении Санкт-Петербургского отделения Математического института им. В. А. Стеклова (ПОМИ).

Настоящий сборник является 30-м выпуском выходящей под его редакцией серии Записок Научных Семинаров ПОМИ по теории дифракции и распространения волн. Сборник посвящен юбилею Василия Михайловича Бабича и открывается статьей, в которой делается попытка описать его вклад в эту тематику.

Лучевая теория. Лучевой метод, описывающий высокочастотные волновые поля в терминах, связанных с геометрией (римановой в изотропных средах, финслеровой в анизотропных) является основой теории распространения волн. Самый термин "волна", как провозглашено в одной из статей В. М. Бабича, совместной с его учеником А. П. Киселевым, возникает в недрах лучевого метода и без него не имеет смысла (по крайней мере, для линейных моделей среды).

Василий Михайлович внес огромный вклад в лучевую теорию объемных и поверхностных волн. Первая его работа, посвященная распространению упругих волн в изотропной неоднородной среде была опубликована одновременно с аналогичными исследованиями М. Л. Левина и С. М. Рытова, а также А. Ф. Филиппова, причем на 3 года раньше прославленной работы Карала и Келлера. В последующих исследованиях он вырвался вперед уже на десятилетия. Замечательную работу Василия Михайловича о упругих волнах в анизотропной среде (1961) перепечатал в 1994 году Geophysical Journal International. Найденная им тогда же совместно с Н. Я. Кирпичниковой фаза рэлеевской волны, бегущей по поверхности неоднородного упругого тела, стала, вероятно, первым примером того, что теперь принято называть фазой Берри. Это исследование примечательно еще и тем, что в нем решение впервые найдено в виде суперпозиции двух лучевых разложений с комплексными эйконалами.

Позже Василием Михайловичем, совместно с его аспирантом Б. А. Чихачевым, была построена теория поверхностных волн, распространяющихся вдоль границ упругих тел, которые имеют почти слоистую структуру. Недавно она была обобщена им (в соавторстве с другим его аспирантом В. В. Лукьяновым) на пьезоэлектрические тела, уравнения которых не принадлежат ни к какому стандартному типу и здесь, в случае достаточно сильного искривления границы, возникает фаза типа Берри.

Комплексный эйконал был использован и для объяснения активно обсуждавшихся в 80-е годы результатов численного моделирования сейсмических волн (А. С. Алексеев, Б. Г. Михайленко, И. Д. Цванкин, F. Hron и др.), интерпретировавшихся как существование интенсивной "нелучевой" волны S^*, которой нельзя приписать никакого пути распространения и т.п. Вместе со своим учеником А. П. Киселевым, Василий Михайлович, с помощью трюка, основанного на принципе взаимности, описал эту волну в духе классического лучевого подхода. Оказалось, что и другие "нелучевые явления" (продольная поляризация объемных волн, бегущих с поперечной скоростью, подобные эффекты для поверхностных волн и т.п.) также превосходно укладываются в лучевую теорию, если принять во внимание ее высшие приближения. Позже Василий Михайлович изложил теорию волны S^* в акустическом варианте в рамках совершенно последовательного комплексного лучевого метода.

Совсем недавно в работе В. М. Бабича, А. П. Киселева, Дж. Лори и А. С. Старкова показано, что в достаточно сложной задаче об источнике, расположенном вблизи границы раздела двух акустических полупространств, все возникающие волны (включая как объемные, так и родственные головным волны с комплексными эйконалами) можно описать на основе лучевого метода.

С 1970-х годов группа Василия Михайловича развивает пространственно-временную версию лучевого метода для объемных и поверхностных волн. Эта версия красивее и физичнее, чем высокочастотный подход в гармоническом по времени случае. В ее рамках отчетливо виден смысл сформулированного в 1874 году Н. А. Умовым тезиса о том, что плотность энергии ведет себя наподобие несжимаемой жидкости.

Волновое поле вблизи каустик, где лучевой метод непосредственно не пригоден, привлекло внимание Василия Михайловича еще в 1960-е годы. Тогда он опубликовал работу об аналитическом продолжении поля за каустику, а также нашел специальную функцию (это оказалась функция Лежандра $P_{1/6}(\cdot)$), описывающую в нестационарном случае окрестность простой каустики для падающего поля с разрывом типа ступеньки. Последний результат обобщался потом в работах Н. Я. Кирпичниковой.

Параболическое уравнение и гауссовы пучки. Василий Михайлович включил в арсенал математической физики ряд методов и понятий, имевших прежде эвристический характер. Это, прежде всего, метод параболического уравнения Леонтовича–Фока и гауссовы волновые пучки.

Метод параболического уравнения был (совместно с В. С. Булдыревым и И. А. Молотковым) вписан им в рамки идеологии дифракционного пограничного слоя. Построение гауссовских пучков, т.е. приближенных (для высоких частот) решений уравнения Гельмгольца, или квазимод, гауссовски локализованных в окрестности фиксированного луча, проводилось сперва с помощью параболического уравнения. Изучение таких решений позволило участникам семинара (В. М. Бабич, В. Ф. Лазуткин, М. М. Попов, Т. Ф. Панкратова и др.) решить ряд вопросов, связанных с теорией открытых резонаторов, в частности, найти асимптотики собственных частот многослойных и многозеркальных устойчивых резонаторов. В этих исследованиях проявилась (обнаруженная впервые в частной задаче В. С. Булдыревым) роль геометрической устойчивости лучей, и систематически возникли явления, родственные известной в небесной механике “проблеме малых знаменателей”.

Василий Михайлович построил красивую теорию квазимод, локализованных вблизи устойчивых замкнутых геодезических римановых многообразий (близкие вопросы рассматривал независимо Дж. Ральстон) и связал построение асимптотики спектра оператора Лапласа в ограниченной замкнутой области с геометрией лучей. В этой тематике больших успехов достиг недавно скончавшийся ученик В. М. Бабича В. Ф. Лазуткин. Сотрудница Василия Михайловича Н. Я. Кирпичникова, используя метод параболического уравнения, построила асимптотические решения уравнений теории упругости, сосредоточенные вблизи лучей поверхностных волн, бегущих вдоль поверхности упругого тела. Эти результаты были изящно перенесены на анизотропный случай другим его сотрудником, В. Е. Номофиловым.

Впоследствии Василий Михайлович заметил, что квазимоды, сосредоточенные вблизи лучей, можно строить с помощью комплексной версии лучевого метода (что имеет общие черты с методом комплексного ростка В. П. Маслова). Василий Михайлович и его аспирант В. В. Улин с помощью нестационарного комплексного лучевого метода построили приближенные решения волнового уравнения с переменной скоростью, сосредоточенные вблизи летящей точки. Практически одновременно такие решения сконструировал и Дж. Ральстон. Эти построения не опирались, как часто бывает в теории дифракции, на эталонное точное решение для простой задачи. Такие решения найдены спустя много лет для случая постоянной скорости А. П. Киселевым и М. В. Перель.

В Петербурге решения, локализованные около летящей точки, стали называть квазифотонами. Сотрудники Василия Михайловича нашли им применения при решении обратных задач (М. И. Белишев и А. П. Качалов) и в рамках вычислительного метода суммирования пучков.

Мысль о том, что асимптотические решения, сосредоточенные вблизи луча, не портятся при движении вдоль него, а потому раскладывая в интеграл по ним быстроосциллирующие волновые поля, можно получить описание окрестности любой каустики, впервые высказали в 1976 году В. М. Бабич и Т. Ф. Панкратова. Они привлекли эту идею, доказывая, что функция Грина волнового уравнения с переменной скоростью в геодезически выпуклой области гладка вне фронтов. Позже сотрудник Василия Михайловича М. М. Попов, вместе с В. Э. Грикуровым, А. П. Качаловым и И. Пшенчиком, развил основанный на суммировании пучков вычислительный подход, который приобрел большую популярность при построении теоретических сейсмограмм.

Еще одна интересная задача, связанная с методом параболического уравнения и многократно обсуждавшаяся участниками семинара – это описание дифракции на кривой, имеющей точку перегиба. Основные результаты по ней принадлежат В. М. Бабичу и его сотрудникам М. М. Попову и В. П. Смышляеву.

Метод пограничного слоя. Наблюдения над пограничными слоями, возникающими в теории дифракции, привели Василия Михайловича к формулировке, в сущности, очень простых, но важных "лемм единственности". Так он назвал необходимые и достаточные условия совпадения формальных рядов специального вида. Эти соображения, к сожалению, недостаточно широко известные, проясняют процесс сшивки во всех приближениях внешнего и внутреннего разложений в случае погранслоев, характерных для высокочастотной теории дифракции. Ряд содержательных примеров использования "лемм единственности" приведен в его книге, написанной совместно с Н. Я. Кирпичниковой.

Оправдание высокочастотной асимптотики. Точные решения задач дифракции. В соавторстве со своей ученицей Н. С. Григорьевой Василий Михайлович выполнил большую и трудную работу по оправданию эвристической формулы Дж. Б. Келлера (1959), предсказывающей поведение высокочастотного поля в глубокой тени за гладким выпуклым телом. Им удалось доказать в трехмерном случае экспоненциальную оценку, очень близкую к требуемой, причем, без гипотезы об аналитичности границы. Они использовали интегральные уравнения, куда входили точные решения предварительно исследованных задач дифракции на поверхностях второго порядка. С характерной скромностью, Василий Михайлович назвал свой подход методом Ф. Эрселла.

Из полученных оценок для поля в тени следуют тонкие результаты об аналитическом продолжении резольвенты оператора Лапласа во внешности гладкого выпуклого тела и о поведении соответствующей задачи для волнового уравнения при больших временах.

Полное доказательство формулы Келлера для плоского случая, также не требующее аналитичности, и также опирающееся на интегральные уравнения, дал сотрудник Василия Михайловича В. Б. Филиппов.

Василий Михайлович внес заметный вклад в разработку методов получения высокочастотных асимптотик дифракционных задач, в которых разделяются переменные. Лучшим изложением этих вопросов остаются тексты лекций, читанных им совместно с В. С. Булдыревым и И. А. Молотковым в Паланге в 1968 году. Эта работа вдохновила участников семинара на исследование задач дифракции на круговом конусе (Б. Г. Николаев), на ветвях гиперболы и на клине с круговой насадкой (А. П. Киселев), на сжатом и вытянутом сфероидах (В. М. Бабич, В. С. Булдырев и Н. С. Григорьева), на параболоиде вращения (Н. С. Григорьева), задачи об источнике в плоском волноводе (В. П. Смышляев).

Дифракция на произвольном конусе и на упругом клине. В начале 1990-х годов Василий Михайлович сформировал группу (по его терминологии, "артель", куда вошли, с ним вместе, его ученики Д. Б. Дементьев и В. П. Смышляев, а также Б. А. Самокиш) для разработки алгоритмов численного нахождения дифракционных коэффициентов в задаче дифракции на произвольном конусе с идеальными граничными условиями. Программа состояла в "доведении до числа" аналитических формул, полученных незадолго до этого В. П. Смышляевым. Программа в значительной мере реализованная к настоящему моменту, потребовала головокружительного каскада аналитических и численных трюков.

Параллельно Василий Михайлович получил асимптотические формулы для случая узких (а в остальном произвольных) конусов, значительно обобщающие и уточняющие результаты Л. Фелсена. В дальнейшем эти результаты перенесены на импедансный случай в работах участника семинара М. А. Лялинова и Ж.-М. Л. Бернара.

В последнее время Василий Михайлович, в составе еще бо́льшей группы, работает над знаменитой классической задачей дифракции упругих волн на клине со свободными гранями, отталкиваясь от идей своего сотрудника Б. В. Будаева. И на этом направлении наметилось значительное продвижение, как в "теоремной" части, так и в вычислительной.

Василию Михайловичу принадлежат также важные результаты по развитию фоковской теории, описывающей полутень за гладким выпуклым телом, по теории источника, находящегося внутри вогнутого зеркала, по построению фундаментальных решений уравнений математической физики с переменными коэффициентами, по линейной и нелинейной упругости, по функциональному анализу, по теории специальных функций. Список трудов В. М. Бабича можно найти в статье [1].

Administrativia. В. М. Бабич – лауреат Государственной премии СССР (1982) и премии имени В. А. Фока Российской Академии Наук (1998). Он автор или соавтор примерно 150 научных статей, а также 5 монографий, из которых две (с Н. Я. Кирпичниковой и с В. С. Булдыревым) переведены на английский язык, а перевод еще одной (с В. С. Булдыревым и И. А. Молотковым) готовится издательством Cambridge University Press. Василий Михайлович член редколлегий журналов "Алгебра и Анализ", "Wave Motion", "Integral Transforms and Special Functions" и редактор серии "Математические проблемы теории распространения волн" Записок Научных Семинаров ПОМИ. Василий Михайлович руководит еженедельным Санкт-Петербургским дифракционным семинаром и сопредседательствует в оргкомитете ежегодного международного семинара "День Дифракции", проводимого в этом году в 33-й раз.

С 1967 года Василий Михайлович возглавляет лабораторию математических проблем геофизики ПОМИ, не оставляя преподавания математической физики в Санкт-Петербургском государственном университете. Им прочитано множество разнообразных общих и специальных курсов, а его студенты и аспиранты, бывшие и нынешние составляют основную массу участников семинара. По крайней мере, пятеро его учеников стали докторами наук, кандидатами – более двух дюжин, а дипломных работ, которыми он руководил, не счесть. Любой, кто задает Василию Михайловичу осмысленный научный вопрос, завладевает его вниманием и получает совет, нередко большой ценности.

Научная продуктивность Василия Михайловича по-прежнему удивительна и завидна. Среди тем его работ последних лет: лучевая теория в вещественном и комплексном вариантах, распространение волн вдоль изогнутых структур, дифракция на конусе и на клине.

Мы поздравляем Василия Михайловича с юбилеем и желаем ему здоровья и дальнейших успехов во всех областях. К нам присоединяется его семья, включающая троих детей и четверых внуков, а также, как мы уверены, и все, кто знаком с ним лично или хотя бы по его работам.

Литература

1. В. С. Булдырев, А. М. Вершик, И. А. Ибрагимов, А. М. Ильин, А. П. Киселев, Л. Д. Фаддеев, *Василий Михайлович Бабич (К 70-летию со дня рождения)*. Успехи Математических наук (2001).

Институт проблем машиноведения РАН
Батский университет, Великобритания

Поступило 28 мая 2001 г.