Рефераты

УДК 511.334

О спектрах констант Леви для квадратичных иррациональностей и числах классов вещественных квадратичных полей. Голубева Е. П. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 17. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 276), СПб., 2001, с. 20–40.

В работе изучается связь между значением константы Леви $\beta(\sqrt{d})$ и величиной $h(d)$ – числом классов поля $\mathbb{Q}(\sqrt{d})$. Доказано, в частности, что при больших d значения $h(d)$ растут, грубо говоря, как $\exp\beta(\sqrt{d})/\beta^2(\sqrt{d})$ при росте $\beta(\sqrt{d})$. Аналогичный результат получен в случае, когда константа $\beta(\sqrt{d})$ близка к наименьшему возможному значению $\log((1+\sqrt{5})/2)$.

Кроме того доказано, что промежуток $[\log((1+\sqrt{5})/2)), \log((1+\sqrt{3})/\sqrt{2}))$ не содержит значений $\beta(\sqrt{p})$, где p – простое, $p \equiv 3 \pmod 4$. В качестве следствия получен новый критерий для равенства $h(p) = 1$. Библ. – 14 назв.

УДК 517.54

О множествах значений систем $\{f(z_0), f'(z_0), c_2\}$ и $\{f(r), f'(r), f(z_0)\}$ в классе типично вещественных функций. Голузина Е. Г. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 17. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 276), СПб., 2001, с. 41–51.

Пусть T – класс функций $f(z)$, регулярных и типично вещественных в круге $|z| < 1$, с разложением вида $f(z) = z + c_2z^2 + c_3z^3 + \ldots$. Даны алгебраическая и геометрическая характеристики множеств значений указанных в заглавии статьи систем функционалов в классе T. Найдены множества значений $f'(z_0)$ при фиксированных c_2 и $f(z_0)$, $f(z_0)$ при фиксированных $f(r)$ и $f'(r)$ в том же классе функций. Библ. – 8 назв.

УДК 517.5

Критерии нуль-множеств для весовых соболевских пространств. Демшин И. Н., Дымченко Ю. В., Шлык В. А. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 17. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 276), СПб., 2001, с. 52–82.

В статье установлены точные функциональные, емкостные и метрические характеристики нуль-множеств для весовых пространств Соболева с весом Макенхаупта. Библ. – 16 назв.

УДК 517.54

Экстремальные задачи теории функций, связанные с n-кратной симметрией. Дубинин В. Н., Костюченко Е. В. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 17. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 276), СПб., 2001, с. 83–111.

В работе рассматриваются несколько традиционных задач теории функций комплексного переменного, в которых экстремальная конфигурация обладает n-кратной симметрией. Обсуждаются двуточечные теоремы искажения, соответствующие 2 - кратной симметрии. Получены новые оценки для модуля двусвязной области, обобщающие известные результаты Ренгеля, Грётша и Тейхмюллера на случай колец с n-кратной симметрией, $n \geqslant 2$. Доказываются новые теоремы искажения для мероморфных и однолистных в круге либо кольце функций, в которых экстремальная функция также обладает указанной симметрией. Данные задачи объединяет способ их решения: используются свойства конформной емкости и симметризация. Библ. – 27 назв.

УДК 517.54

Равенство емкости и модуля конденсатора на поверхности. Дымченко Ю. В. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 17. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 276), СПб., 2001, с. 112–133.

В данной работе изучаются свойства емкости конденсатора и модуля семейства кривых на поверхности. Также устанавливаются некоторые свойства пространств $L_{\varphi,F}(G)$ и $L^1_{\varphi,F}(G)$, которые затем используются для доказательства равенства емкости и модуля конденсатора на поверхности. Библ. – 9 назв.

УДК 517.54

Конформно-инвариантные функционалы на римановой сфере. Емельянов Е. Г. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 17. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 276), СПб., 2001, с. 134–154.

Основной целью данной работы является получение новых неравенств для коэффициентов Грунского однолистных функций при помощи результатов в задачах об экстремальном разбиении.

На основании решения задачи о максимуме конформного инварианта, связанного с задачей об экстремальном разбиении $\overline{\mathbb{C}}$

в семействе систем односвязных и двусвязных областей, установлены неравенства для коэффициентов Грунского функции $f \in \Sigma$. В отличие от аналогичных неравенств, получающихся при использовании "основной теоремы о коэффициентах" Дженкинса, установленные в данной работе неравенства справедливы без каких-либо ограничений на начальные коэффициенты разложения функции $f \in \Sigma$. Библ. – 6 назв.

УДК 517.5

Полунормы и модули непрерывности функций, заданных на отрезке. Жук В. В., Натансон Г. И. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 17. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 276), СПб., 2001, с. 155–203.

Обстоятельно излагаются фундаментальные свойства модулей непрерывности различных порядков в пространствах L_p функций, заданных на конечном отрезке. Устанавливаются общие теоремы, дающие оценки значений полунорм посредством модулей непрерывности с наилучшими известными на настоящий момент постоянными. Рассматривается пример их приложений к наилучшему приближению. Библ. – 32 назв.

УДК 519.21+512.86

Случайные блуждания на плоских кристаллографических группах. Журавлев В. Г., Юдин А. А. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 17. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 276), СПб., 2001, с. 204–218.

На примере группы $G = pgg$, порожденной двумя ортогональными скользящими симметриями, вычисляется порождающая матрица и свойство возвратности случайных блужданий на плоских кристаллографических группах сводится к локальному поведению ее резольвенты. Библ. – 8 назв.

УДК 517.54

Монотонность обобщенного приведенного модуля. Ковалев. Л. В. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 17. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 276), СПб., 2001, с. 219–236.

Неравенства, выражающие монотонность обобщенного приведенного модуля [РЖМат, 1999, 6Б164] открытых подмножеств $\overline{\mathbb{C}}$

и $\mathbb{R}^n$, дополнены описанием случаев равенства в терминах полярных множеств. Приведены приложения этих результатов к экстремальным задачам геометрической теории функций. Библ. – 19 назв.

УДК 517.54

О свойствах конформного радиуса области. Кузнецов В. О.— В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 17. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 276), СПб., 2001, с. 237–252.

Рассматривается функция $\rho(z) = R(D, z)$, где $R(D, z)$ – конформный радиус односвязной области D в точке $z \in D$, и изучается зависимость между значениями функции $\rho(z)$ в различных точках области D. В §1 установлены точные неравенства, связывающие значения функции $\rho(z)$ в произвольной односвязной области $D \subset \overline{\mathbb{C}}$ с положением конформного центра и величиной наибольшего конформного радиуса области D, а также со значениями функции $\rho(z)$ в двух других точках области D. В §2 приводятся аналогичные результаты для выпуклых областей. Данная работа дополняет недавние результаты Е. Г. Емельянова (РЖМат, 1977, 7Б200) и Л. В. Ковалева (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 263 (2000), с. 141–156). Библ. – 9 назв.

УДК 517.54

Задачи об экстремальном разбиении римановой сферы. Кузьмина Г. В.— В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 17. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 276), СПб., 2001, с. 253–275.

Даны приложения одной из форм метода экстремальной метрики к задачам об экстремальном разбиении и связанным с ними вопросам. Пусть $\mathbf{a} = \{a_1, \dots, a_n\}$ – система различных точек $\overline{\mathbb{C}}$, $\mathcal{D} = \mathcal{D}(\mathbf{a})$ – семейство систем $\mathbb{D} = \{D_1, \dots, D_n\}$ неналегающих односвязных областей на $\overline{\mathbb{C}}$, $a_k \in D_k$, $k = 1, \dots, n$. Через $M(D_k, a_k)$ обозначаем приведенный модуль области D_k относительно точки a_k. Пусть

$$J(\mathbf{a}) = \max_{\mathbb{D} \subset \mathcal{D}(\mathbf{a})} \left\{ 2\pi \sum_{k=1}^{n} M(D_k, a_k) - \frac{2}{n-1} \sum_{1 \leqslant k < l \leqslant n} \log |a_k - a_l| \right\}.$$

Задача о $\max\limits_{\mathbf{a}} J(\mathbf{a})$ является одной из классических проблем геометрической теории функций. В данной работе эта задача решается при $n = 5$, что дополняет известные результаты в этой задаче при $n = 2, 3, 4$. Рассматривается также задача о максимуме суммы

$$\alpha^2\bigl\{M(D_0, 0) + M(D_{n+1}, \infty)\bigr\} + \sum_{k=1}^{n} M(D_k, a_k)$$

в семействе систем неналегающих односвязных областей на $\overline{\mathbb{C}}$, где a_k, $k = 1, \dots, n$ $(n \geqslant 2)$ – точки окружности $|z| = 1$, α – положительный параметр. Показывается, что при $\alpha/n \leqslant 1/\sqrt{8}$ искомый максимум достигается для равноотстоящих точек на $|z| = 1$. При $\alpha/n = 1/\sqrt{8}$ этот результат был ранее получен В. Н. Дубининым методом симметризации. Показывается, что в случае любого четного $n \geqslant 2$ при $\alpha/n \geqslant 1/2$ равноотстоящие точки на $|z| = 1$ уже не реализуют указанного максимума. Библ. – 11 назв.

УДК 511

Представления p-элементарной формы родом. Федорова С. В. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 17. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 276), СПб., 2001, с. 276–290.

Исследуется ветвление представлений p-элементарной квадратичной формы родом положительно определенных локально p-двумерных форм. Примитивное представление p-элементарной формы разлагается на прямую сумму минимальных неразложимых представлений, которые найдены в явном виде. Получены локальные множители формулы веса представлений формы родом в случае ветвления. Как приложение, вычислено число вложений в классические решетки корней. Методом ортогонального дополнения построены новые роды квадратичных форм. Библ. – 9 назв.

УДК 511.466+517.863

Представление целых чисел положительными кватернарными квадратичными формами. Фоменко О. М. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 17. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 276), СПб., 2001, с. 291–299.

Пусть $f(x, y, z, w) = x^2 + y^2 + z^2 + Dw^2$, где натуральное $D > 1$, $D \neq d^2$, $\sqrt{n}/\sqrt{D} = n^\theta$, $0 < \theta < \frac{1}{2}$. Доказано, что $r_f(n)$, количество представлений $n = f(x, y, z, w)$, имеет асимптотику вида

$$r_f(n) = \pi^2 \frac{n}{\sqrt{D}} \sigma_f(n) + O\left(\frac{n^{1+\varepsilon-c(\theta)}}{\sqrt{D}}\right),$$

где $\sigma_f(n)$ – сингулярный ряд, $c(\theta) > 0$, ε – сколь угодно малое постоянное положительное число, $O(\ ) = O_\varepsilon(\ )$. Библ. – 14 назв.

УДК 511.466+517.863

О поведении автоморфных L-функций в центре критической полосы. Фоменко О. М. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 17. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 276), СПб., 2001, с. 300–311.

Пусть $\mathcal{F}$ – базис пространства $S_2(\Gamma_0(p))$ параболических форм веса 2 относительно группы $\Gamma_0(p)$, состоящий из собственных форм Гекке; p – простое число; $\mathcal{H}_f(s)$ – L-ряд Гекке, ассоциированный с $f \in \mathcal{F}$. Доказано, что

$$\sum_{f\in\mathcal{F}} \mathcal{H}_f\left(\frac{1}{2}\right) = \zeta(2)\frac{p}{12} + O\left(p^{\frac{31}{32}+\varepsilon}\right),$$

$$\sum_{f\in\mathcal{F}} \mathcal{H}_f\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{\zeta^3(2)}{\zeta(4)}\frac{p}{12}\log p + O(p\log\log\log p).$$

Исправляется доказательство теоремы 2 работы автора “Необращение в нуль автоморфных L-функций в центре критической полосы” (Зап. научн. семин. ПОМИ **263** (2000), 193–204). Библ. – 12 назв.

УДК 511.466+517.863

Числа классов неопределенных бинарных квадратичных форм. Фоменко О. М. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 17. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 276), СПб., 2001, с. 312–333.

Пусть $h(d)$ – число классов собственно эквивалентных примитивных бинарных квадратичных форм $ax^2 + bxy + cy^2$ дискриминанта $d = b^2 - 4ac$. Рассматривается случай неопределенных форм $(d > 0)$.

В предположении справедливости расширенной гипотезы Римана для некоторых полей алгебраических чисел доказаны следующие результаты.

1) Пусть $\alpha(x)$ – сколь угодно медленно монотонно возрастающая функция с условием $\alpha(x) \to \infty$. Тогда

$$\#\left\{p \leqslant x \middle| \left(\frac{5}{p}\right) = 1,\, h(5p^2) > (\log p)^{\alpha(p)}\right\} = o(\pi(x)),$$

где $\pi(x) = \#\{p \leqslant x\}$.

2) Пусть F – произвольная достаточно большая положительная константа. Тогда для любого достаточно большого $x > x_F$ справедливо соотношение

$$\#\left\{p \leqslant x \middle| \left(\frac{5}{p}\right) = 1,\, h(5p^2) > F\right\} \asymp \frac{\pi(x)}{F}.$$

3)
$$\#\left\{p \leqslant x \middle| \left(\frac{5}{p}\right) = 1,\, h(5p^2) = 2\right\} \sim \frac{9}{19} A\pi(x),$$

где A – константа Артина.

Тем самым, для большинства дискриминантов вида $d = 5p^2$, $\left(\frac{5}{p}\right) = 1$, числа классов малы. Это согласуется с предположением Гаусса о малости $h(d)$ для большинства дискриминантов $d > 0$ в общем случае. Библ. – 22 назв.

УДК 511

Число представлений p-одномерных форм родом. Хорошева А. В. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 17. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 276), СПб., 2001, с. 334–348.

Рассматривается ветвление представлений локально p-одномерной формы родом целочисленных положительно определенных квадратичных форм. Выявлены все минимальные представления форм квадратного уровня родом. Приводятся формулы Гаусса–Минковского для веса представлений над кольцом целых чисел. Как приложение, получены формулы веса примитивных представлений родами конкретных форм, построенных методом ортогонального дополнения. Библ. – 7 назв.