Записки научных
семинаров ПОМИ
Том 279, 2001 г.

П. В. Светлов

ГЕОМЕТРИЗАЦИЯ ТОРОВ СКРУЧИВАНИЙ ДЕНА ПОВЕРХНОСТИ БЕСКОНЕЧНОГО РОДА

Введение и основные формулировки

0.1. Следуя [1–3], рассмотрим класс $\mathfrak{M}$ асферических ориентируемых граф-многообразий, который характеризуется тем, что любое многообразие $M \in \mathfrak{M}$ разбивается JSJ-торами на блоки так, что замыкание каждого блока гомеоморфно прямому произведению некоторой ориентируемой поверхности конечной отрицательной эйлеровой характеристики на окружность. В работе [2] были найдены необходимые и достаточные условия того, что *замкнутое* граф-многообразие класса $\mathfrak{M}$ обладает метрикой неположительной кривизны. Эти условия, грубо говоря, состоят в том, что некоторая квадратичная форма H_M на конечномерном пространстве, построенная по данному многообразию, имеет отрицательное собственное значение (подробнее см. п. 1.3).

Для замкнутого многообразия класса $\mathfrak{M}$, являющегося тором скручиваний Дена (п. 0.2) поверхности отрицательной эйлеровой характеристики, упомянутые выше условия приобретают простую форму ([2, теорема 4.6.3], ср. 3.1) в терминах подлежащего графа и чисел скручиваний. Такие многообразия являются важным примером граф-многообразий. Можно доказать следующее утверждение: если граф-многообразие класса $\mathfrak{M}$ обладает метрикой неположительной кривизны, то оно регулярно накрывается тором некоторого набора скручиваний Дена.

При рассмотрении аналогичных вопросов для многообразия $M \in \mathfrak{M}$ с *бесконечным* графом (см. п. 1.1) выясняется, что *любое* такое многообразие обладает метрикой неположительной защемленной кривизны $-1 \leqslant K \leqslant 0$ (далее NPC-метрикой) [3, теорема 0.1]. Форма H_M определена и в этом случае, а именно как квадратичная форма на некотором пространстве конечных последовательностей. При этом существование отрицательного

Работа выполнена при частичной поддержке комитета по науке и высшей школе администрации С.-Петербурга, грант М98-2.1-К-1140.

собственного значения у такой формы является необходимым и достаточным условием того, что многообразие M обладает NPC-метрикой *конечного объема* [3, теорема 4.2].

Обозначим через $\mathfrak{M}_\infty \subset \mathfrak{M}$ класс граф-многообразий, которые *не* допускают NPC-метрик конечного объема.

В настоящей работе получена характеризация торов скручиваний Дена класса $\mathfrak{M}_\infty$ в случае, когда подлежащий граф линеен (теорема 2.3). Дан полный список таких многообразий (теорема 2.4).

0.2. Тор скручиваний Дена. Пусть F – ориентированная поверхность без края, возможно бесконечного рода, и $\sigma = \{\sigma_e \,|\, e \in E\}$ – такое семейство попарно негомотопных и негомотопных нулю дизъюнктных простых замкнутых кривых на F, что замыкание каждой компоненты связности дополнения $F \setminus \sigma$ к системе кривых σ на поверхности F имеет конечный род. Пусть дополнительно задан набор ненулевых целых чисел $B = \{b_e \in \mathbb{Z}\setminus 0 \,|\, e \in E\}$. Любая такая пара (σ, B) определяет автоморфизм $t_B \colon F \to F$ следующим образом. Произведем скручивание Дена с коэффициентом b_e вдоль кривой σ_e из набора σ (скручивание происходит согласно ориентации если $b_e > 0$ и в противоположную сторону если $b_e < 0$). Проделав эту операцию со всеми кривыми семейства σ согласно числам набора B, получим отображение поверхности F в себя. Таким образом, пара (σ, B) определяет автоморфизм (композицию независимых скручиваний Дена) $t_B \in \mathrm{Aut}\ F$ поверхности F. Тор T_B отображения t_B является трехмерным многообразием и называется *тором скручиваний Дена*. Его можно представить как результат склеивания оснований цилиндра $F\times[0;1]$ по отображению t_B. Очевидно, что любое многообразие, полученное описанным только что образом, является расслоением над окружностью со слоем F.

Ради краткости мы говорим "(бесконечный) тор скручиваний Дена" вместо "многообразие, являющееся тором некоторого набора скручиваний Дена поверхности (бесконечного рода)".

Пусть $\{\mathring{F}_v \,|\, v \in V\}$ – множество компонент связности дополнения $F \setminus \sigma$. Для каждого $v \in V$ рассмотрим F_v – поверхность с краем, внутренность которой гомеоморфна $\mathring{F}_v$. Как легко видеть, многообазие T_B гомеоморфно результату склеивания многообразий $M_v = F_v \times S^1$ (называемых максимальными блоками) по некоторым гомеоморфизмам краевых торов, определяемым числами b_e.

Каждому максимальному блоку $M_v = F_v \times S^1$ мы поставим в соответствие рациональное число k_v – *заряд* данного блока согласно формуле

$$k_v = \sum_{T_e \subset \partial M_v} \frac{1}{b_e}.$$

О топологическом смысле заряда см. п. 1.2.1.

К сожалению, для полной формулировки основных теорем 2.3, 2.4 требуется введение дополнительных терминов, которое довольно громоздко, поэтому здесь мы приводим ослабленную формулировку теоремы 2.4:

Теорема 0.3. *Если тор скручиваний Дена с бесконечным линейным графом принадлежит классу $\mathfrak{M}_\infty$, то либо все скручивания происходят в одном направлении ($B > 0$), либо начиная с некоторого блока все блоки имеют нулевые заряды (скручивания с некоторого места чередуются по знаку, оставаясь постоянными по абсолютной величине).*

Заметим, что оба случая реализуются.

Теорема 2.4 также показывает (следствие 3.2), что ни одно из необходимых и достаточных условий положительной полуопределенности формы H_M ([2, теорема 4.6.3], ср. п. 3.1) в терминах набора B для случая, когда M – замкнутый тор скручиваний Дена, не является необходимым для положительной полуопределенности формы H_M в случае, когда M – бесконечное граф-многообразие этого типа.

В §1 приведены необходимые сведения из [1–3] о граф-многообразиях, их инвариантах и NPC-метриках на них. В §2 сформулирована основная теорема 2.3, а также вытекающая из нее теорема 2.4, позволяющая перечислить бесконечные торы скручиваний Дена класса $\mathfrak{M}_\infty$ с линейными графами. В §3 доказано следствие 3.2.

Я благодарю своего научного руководителя С. В. Буяло за постановку задачи и внимание к работе.

§1. Необходимые сведения

1.1. Бесконечные граф-многообразия. В работе [3] изучались условия существования метрик неположительной кривизны на ориентируемых открытых граф-многообразиях класса $\mathfrak{M}$. Этот класс характеризуется тем, что для любого $M \in \mathfrak{M}$ существует бесконечный минимальный набор вложенных несжимаемых JSJ-торов $\{T_e \,|\, e \in E\}$ (единственный с точностью до изотопии), такой, что любая компонента связности $\overset{\circ}{M}_v$, $v \in V$ дополнения этого набора в M гомеоморфна внутренности прямого произведения $M_v = F_v \times S^1$ некоторой поверхности конечной отрицательной эйлеровой характеристики на окружность. Многообразие M_v называется *максимальным блоком*. Очевидно что торы скручиваний Дена, описанные во введении, входят в класс $\mathfrak{M}$.

Поверхность отрицательной эйлеровой характеристики можно снабдить метрикой постоянной отрицательной кривизны так, чтобы край (если он не пуст) был бы представлен геодезическими. Поэтому произведение такой поверхности на окружность снабжается геометрической структурой по типу $\mathbb{H}^2 \times \mathbb{R}$. Следовательно универсальное накрывающее каждого блока M_v изометрично прямому произведению $A_v \times \mathbb{R}$, где A_v есть выпуклое подмножество плоскости Лобачевского $\mathbb{H}^2$, ограниченное геодезическими.

Говорят, что многообразие $M \in \mathfrak{M}$ допускает *геометризацию*, если геометрические структуры типа $\mathbb{H}^2 \times \mathbb{R}$ на его максимальных блоках могут быть выбраны таким образом, чтобы плоские метрики, индуцированные на JSJ-торах T_e с соседних блоков, совпадали. Это свойство равносильно существованию NPC-метрики на данном многообразии [2].

1.2. Инварианты граф-многообразия. Здесь мы определяем числовые инварианты граф-многообразий класса $\mathfrak{M}$, а также их "граф-инварианты" [1, §2]. Пусть M – ориентируемое многообразие класса $\mathfrak{M}$. Ориентируем само многообразие M и все сомножители S^1 в разложении максимальных блоков $M_v = F_v \times S^1$.

1.2.1. Индексы пересечений и заряды. В описанной ситуации для каждого JSJ-тора T_e определено ненулевое целое число b_e – индекс пересечения ориентированных слоев S^1, приходящих из соседних блоков. Для торов скручиваний Дена (п. 0.2) этот индекс с точностью до знака совпадает с введенным в п. 0.2 числом скручивания. Модуль этого числа не зависит ни от ориентации слоев, ни от ориентации самого многообразия и является инвариантом последнего.

Мы определим *заряды* максимальных блоков граф-многообразия класса $\mathfrak{M}$ следующим образом. Рассмотрим максимальный блок $M_v = F_v \times S^1$ как тривиальное расслоение Зайферта. На каждом краевом торе $T_e \subset \partial M_v$ имеется выделенная кривая (слой соседнего блока). Заклеим краевые торы $\{T_e \subset \partial M_v\}$ полноториями так, чтобы выделенные кривые стали стягиваемыми (каждая в своем полнотории). Полученное таким образом многообразие $\overline{M}_v$ (неоднозначность присоединения полноторий определяет его с точностью до гомеоморфизма) естественным образом является *замкнутым* расслоением Зайферта с исключительными слоями, соответствующими торам из ∂M_v. Заряд k_v блока $M_v \subset M$ определяется как число Эйлера $e(\overline{M}_v)$ этого расслоения и является препятствием к тому, чтобы $\overline{M}_v$ накрывалось прямым произведением [4]. Заряды блоков являются инвариантами граф-многообразия, они не зависят от ориентации слоев и меняют знак когда само многообразие меняет ориентацию.

1.2.2. Раскрашенный граф. Вся информация об NPC-метриках на граф-многообразии $M \in \mathfrak{M}$ зашифрована в *раскрашенном графе* $X(\Gamma_M(V,E); B; K)$, введенном в работе [1]. Граф $\Gamma(V,E)$ (индекс, указывающий на многообразие далее опускается) двойственен разбиению многообразия M на максимальные блоки, т.е. ребра $\{e \in E\}$ этого графа находятся во взаимно-однозначном соответствии с JSJ-торами T_e, а множество его вершин $\{v \in V\}$ – со множеством максимальных блоков многообразия. При этом каждому ребру $e \in E$ поставлено в соответствие ненулевое целое число b_e, а каждой вершине $v \in V$ соответствует рациональное число k_v – заряд соответствующего блока.

1.2.3. Граф знаковых компонент. Мы говорим, что вершины v, $v' \in V$ некоторого раскрашенного графа $X(\Gamma(V,E), B, K)$ эквивалентны и пишем $v \sim v'$, если найдется такой путь $v_0 = v$, v_1, v_2, $\dots$, $v_n = v'$ в графе Γ, что $k_{v_i} \cdot k_{v_{i+1}} > 0$, для $i = 0, \dots, n-1$. Определим *граф знаковых компонент* $G(U, E_0)$ раскрашенного графа $X(\Gamma(V,E); B; K)$ так:

$$U = V/\sim, \quad E_0 = \{e \in E,\ e \text{ соединяет неэквивалентные вершины}\},$$

при этом ребро $e \in E_0$, соединявшее в графе $\Gamma(V,E)$ вершины v и v', соединяет в графе $G(U,E_0)$ классы $[v]$, $[v'] \in V/\sim$.

Пусть $p\colon \Gamma(V,E) \to G(U,E_0)$ — соответствующее отображение, действующее на вершинах как факторизация по отношению $\sim$

и переводящее ребра, соединяющие эквивалентные вершины, в образ этих вершин. Подграф $\Gamma_u = p^{-1}(u), u \in U$ графа Γ называется *знаковой компонентой* раскрашенного графа.

Через V_u обозначим множество вершин из $p^{-1}(u)$. Через E_u обозначим множество ребер из $p^{-1}(u)$ и назовем их *собственными* ребрами компоненты Γ_u. Аналогично, через $\overline{E}_u$ обозначим множество ребер инцидентных вершинам подграфа Γ_u в графе Γ. Ясно, что каждое ребро из $\overline{E}_u \setminus E_u$ инцидентно только одной вершине из Γ_u, такие ребра назовем *внешними*. *Знак* $\operatorname{sgn}\Gamma_u$ компоненты Γ_u определен как знак заряда любой вершины этой компоненты, если же компонента состоит из единственной вершины с нулевым зарядом, то ее знак не определен.

1.3. Форма H_M. Характеризация класса $\mathfrak{M}_\infty$. Допустим, что для некоторого граф-многообразия $M \in \mathfrak{M}$ граф знаковых компонент $G(U, E_0)$ – двудольный и $U \neq V$, т.е. не все заряды нулевые. Фиксируем разложение $U = P \cup N$ вершин графа знаковых компонент на доли такое, что среди вершин из P найдется хотя бы одна с положительным знаком (этого всегда можно добиться поменяв в случае необходимости ориентацию всего многообразия).

Определим квадратичные формы K_u и J_u на $\mathbb{R}_0^{V_u}$ (пространстве вещественных функций с компактным носителем на множестве вершин V_u) для всякого $u \in U$ так:

$$K_u(x) = \sum_{v \in V_u} k_v x_v^2, \quad J_u(x) = 2 \sum_{e \in E_u} \frac{x_v x_{e(v)}}{|b_e|}.$$

Критерий существования NPC-метрики конечного объема дается в терминах формы

$$H_M = \bigoplus_{u \in P} K_u - \bigoplus_{u \in N} K_u - \bigoplus_{u \in U} J_u,$$

определенной на $\mathbb{R}_0^V$ (пространстве вещественных функций с компактным носителем на множестве вершин V).

Теорема [3, теорема 4.2]. *Бесконечное граф-многообразие $M \in \mathfrak{M}$ принадлежит классу $\mathfrak{M}_\infty$ тогда и только тогда, когда граф знаковых компонент для M является двудольным, не все заряды равны нулю, и форма H_M положительно полуопределена на $\mathbb{R}_0^V$.*

Замечание 1.4. Квадратичная форма H на вещественном линейном простанстве A называется положительно определенной (полуопределенной), если для всех $a \in A$ имеем $H(a) > 0$ ($H(a) \geqslant 0$).

Замечание 1.5. Положительная полуопределенность формы H_X равносильна положительной полуопределенности всех ее ограничений $\{H_u\}_{u\in U}$ на пространства $\mathbb{R}_0^{V_u}$. Это следует из представления формы H_M в виде прямой суммы

$$H_M = \bigoplus_{u\in U} H_u,$$

слагаемые которой соответствуют знаковым компонентам раскрашенного графа.

§2. Основные теоремы

Далее T_B – бесконечное граф-многообразие класса $\mathfrak{M}$ с линейным графом, являющееся тором скручиваний Дена с числами скручиваний $b_e \in B$. Напомним, что для T_B определен раскрашенный граф $X(\Gamma(V;E);B;K)$ и граф знаковых компонент $G(U;E_0)$ (п.п 1.2.2-1.2.3)

2.1. Типы знаковых компонент. В настоящем пункте мы введем типы знаковых компонент, из которых, как говорит теорема 2.3, состоит раскашенный граф любого бесконечного тора скручиваний Дена класса $\mathfrak{M}_\infty$ с линейным графом.

$\mathcal{T}_+$) Знаковая компонента Γ_u некоторого раскрашенного графа принадлежит типу $\mathcal{T}_+$, если выполнено одно из двух условий

(1) $b_e > 0$ для всех ребер $e \in \overline{E}_u$

(2) Γ_u проектируется в вершину валентности два графа знаковых компонент и найдется ровно одно ребро $e^* \in E_u$ такое, что $b_{e^*} < 0$ и

$$\sum_{e\in\overline{E}_u} b_e \leqslant 0. \qquad (*)$$

$\mathcal{T}_\pm$) Знаковая компонента Γ_u некоторого раскрашенного графа принадлежит типу $\mathcal{T}_\pm$, если она проектируется в вершину валентности два графа знаковых компонент и все скручивания, соответствующие ребрам из $\overline{E}_u$ за исключением одного, соответствующего ребру $e^* \in \overline{E}_u \setminus E_u$, происходят в одном (не обязательно положительном) направлении. При этом:

если $\operatorname{sgn}\Gamma_u > 0$, то выполняется неравенство $(*)$
если $\operatorname{sgn}\Gamma_u < 0$, то верно обращение неравенства $(*)$,
если знак $\operatorname{sgn}\Gamma_u$ не определен, то в $(*)$ имеет место равенство.

Заметим, что множества блоков типа $\mathcal{T}_\pm$ и типа $\mathcal{T}_+$ дизъюнктны.

На первый взгляд непохожие друг на друга компоненты объединены в $\mathcal{T}_+$ потому, что в раскрашенном графе любого многообразия класса $\mathfrak{M}_\infty$ может встретиться лишь один блок этого типа (это следует из теоремы 2.4).

2.2. Формулировки. Здесь мы формулируем основной результат:

Теорема 2.3. *Тор T_B скручиваний Дена с бесконечным линейным графом, не все блоки которого имеют нулевой заряд, принадлежит классу $\mathfrak{M}_\infty$ тогда и только тогда, когда знаковые компоненты его раскрашенного графа (возможно, после смены ориентации T_B) принадлежат множеству*

$$\mathcal{T}_\pm \cup \mathcal{T}_+,$$

и знаки любых двух компонент, разделенных нечетным числом вершин в графе $G(U, E_0)$, совпадают, если они определены.

Теорема 2.3 позволяет перечислить все возможные графы знаковых компонент для раскрашенных графов многообразий указанного типа. А именно, соображение целочисленности b_e и чередование знаков знаковых компонент накладывают довольно сильные ограничения на возможные комбинации компонент типов $\mathcal{T}_+$ и $\mathcal{T}_\pm$ в линейном графе.

Теорема 2.4. *Пусть $T_B \in \mathfrak{M}$ – тор скручиваний Дена с линейным графом, и не все его максимальные блоки имеют нулевой заряд.*

Многообразие T_B принадлежит классу $\mathfrak{M}_\infty$ тогда и только тогда, когда его граф знаковых компонент входит в следующий список (в скобках описана структура исходного графа):

(1) Γ_+ *(луч или прямая),*
(2) $\mathcal{K}_0 - \Gamma_1 - \Gamma_2 - \ldots - \Gamma_n - \Gamma_+$ *(луч или прямая),*
(3) $\mathcal{K}_0 - \Gamma_{-m} - \ldots - \Gamma_{-1} - \Gamma_+ - \Gamma_1 - \ldots - \Gamma_n - \mathcal{K}_0'$ *(прямая),*
(4) $\mathcal{K}_0 - \Gamma_1 - \Gamma_2 - \ldots - \Gamma_n - \ldots$ *(прямая),*

где $\Gamma_+ \in \mathcal{T}_+$, $\Gamma_k \in \mathcal{T}_\pm$, $\mathcal{K}_0$ *– луч, состоящий из вершин с нулевыми зарядами. При этом* $n = m = 0$ *в типах* 2, 3 *означает, что блоки типа* $\mathcal{T}_\pm$ *с определенными знаками отсутствуют.*

§3. Следствие

3.1. В этом пункте мы сравниваем условия положительной определенности формы H_M для конечных и бесконечных торов скручиваний Дена. Как упоминалось во введении, имеет место

Теорема [2, теорема 4.6.3]. *Конечный тор скручиваний Дена* $T_B \in \mathfrak{M}$ *с подлежащим графом* $\Gamma(V, E)$ *и графом знаковых компонент* $G(U, E_0)$ *не допускает геометризации* ($\Leftrightarrow H_{T_B} \geqslant 0$) *если и только если выполнены следующие три условия:*

(1) $\sum_{\partial_0 v} 1/b_e = 0$,
(2) *граф* $G(E_0, U)$ *– двудольный и* $p(E_+) \subset P$, $p(E_-) \subset N$,
(3) $E \neq E_0$,

где $E_+ = \{e \in E \setminus E_0 \,|\, b_e > 0\}$, $E_- = \{e \in E \setminus E_0 \,|\, b_e < 0\}$ *и* $\partial_0 v$ *– множество ребер из* E_0*, инцидентных вершине* $v \in V$.

Если $T_B \in \mathfrak{M}$ – *бесконечный* тор скручиваний Дена, то приведенные в данной теореме условия, разумеется, остаются достаточными для того, чтобы $H_{T_B} \geqslant 0$ ($\Leftrightarrow T_B \in \mathfrak{M}_\infty$), однако они перестают быть необходимыми, даже для многообразий с линейными графами. А именно, имеет место

Следствие 3.2. *Пусть* $T_B \in \mathfrak{M}$ *– бесконечный тор скручиваний Дена с подлежащим графом* $\Gamma(V, E)$ *и графом знаковых компонент* $G(U, E_0)$*. Ни одно из условий* (1)–(3) *предыдущей теоремы не является необходимым для того, чтобы* $T_B \in \mathfrak{M}_\infty$ ($\Leftrightarrow H_{T_B} \geqslant 0$).

Более того, если T_B *– бесконечный тор скручиваний Дена класса* $\mathfrak{M}_\infty$ *с линейным графом и выполнено условие* (1) *предыдущей теоремы, то все числа набора* B *положительны.*

Доказательство. Как нетрудно видеть, если для тора скручиваний Дена T_B с линейным графом выполнено условие (1) предыдущей теоремы, то соответствующее множество E_0 пусто. Поэтому все заряды максимальных блоков многообразия T_B положительны. Таким образом, граф знаковых компонент для T_B принадлежит типу 1 теоремы 2.3 и все числа набора B положительны. Итак, торы скручиваний Дена класса $\mathfrak{M}_\infty$ с линейным графом, графы знаковых компонент которых относятся к типам

2–4 теоремы 2.3, не удовлетворяют рассматриваемому условию (1), которое тем самым не является необходимым для того, чтобы $T_B \in \mathfrak{M}_\infty$.

Построим тор скручиваний Дена класса $\mathfrak{M}_\infty$ с линейным графом, не удовлетворяющий условию (2) теоремы п. 3.1. Для этого зафиксируем целое число $b > 0$ и рассмотрим бесконечный тор скручиваний Дена T_B с линейным графом и числами скручиваний

$$b_i = \begin{cases} (-1)^i b, & |i| \geqslant 3, \\ b, & 0 < |i| < 3, \\ -4b, & i = 0. \end{cases}$$

Граф знаковых компонент многообразия T_B принадлежит типу 3 теоремы 2.5 (n, $m = 0$), поэтому $H_{T_B} \geqslant 0$, значит $T_B \in \mathfrak{M}_\infty$. Легко видеть, что $p(0) \in P$ и $b_0 < 0$, то есть $p(E_-) \not\subset N$.

Наконец, построим тор скручиваний Дена класса $\mathfrak{M}_\infty$ с линейным графом, не удовлетворяющий условию (3) теоремы п. 3.1. Для этого зафиксируем целое число $b > 0$ и рассмотрим бесконечный тор скручиваний Дена T_B с линейным графом и числами скручиваний

$$b_i = \begin{cases} (-1)^i b, & i > 0, \\ (-1)^{i+1} b, & i \leqslant 0. \end{cases}$$

Граф знаковых компонент многообразия T_B принадлежит типу 3 теоремы 2.5 ($n, m = 0$), поэтому $H_{T_B} \geqslant 0$, значит $T_B \in \mathfrak{M}_\infty$. Легко видеть, что $E = E_0$.

Литература

1. С. В. Буяло, В. Л. Кобельский, *Геометризация граф-многообразий I: конформная геометризация.* — Алгебра и анализ **7**, № 2 (1995).
2. С. В. Буяло, В. Л. Кобельский, *Геометризация граф-многообразий II: изометрическая геометризация.* — Алгебра и анализ **7**, № 3 (1995), 96–117.
3. S. V. Buyalo, V. L. Kobelskii, *Geometrization of infinite graph-manifolds.* Препринт ПОМИ 13/1995.
4. W. D. Neumann, F. Raymond, *Seifert manifolds, plumbing, μ-invariant and orientation reversing maps.* Springer, Berlin, — Lect. Notes in Math. **664** (1978), 162–195.

Svetlov P. V. Geometrization of the mapping tori of Dehn twists on an infinite genus surface.

We study the conditions under which an infinite graph manifold M carries a metric of nonpositive bounded curvature having finite volume.

In the case where M is the mapping torus of a collection of Dehn twists on an infinite genus surface and the graph of M is linear (i.e., homeomorphic to a line or a ray) a complete list of all such manifolds is obtained.

Российский
государственный
педагогический университет
им. А. И. Герцена

Поступило 22 декабря 2000 г.