Рефераты

УДК 511

Деформации диофантовых систем для квадратичных форм кубических решеток. Бударина Н. В. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 18. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 286), СПб., 2002, с. 5–25.

Применяется метод деформации к квадратичным диофантовым системам, порождаемым кубическими решетками $\mathbb{Z}^n$. Данный метод позволяет из известных формул для числа представлений квадратичных форм родом форм находить бесконечное множество других формул для уравнений и систем, имеющих меньшее число переменных. Библ. – 5 назв.

УДК 511.622

Об уравнении Пелля. Голубева Е. П. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 18. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 286), СПб., 2002, с. 36–39.

В работе доказано, что существует последовательность значений d положительной плотности, для каждого из которых $\varepsilon(d)$ – наименьшее решение уравнения Пелля $x^2 - dy^2 = 1$ – удовлетворяет условию $\varepsilon(d) > d^{2-\delta}$, где $\delta > 0$ – произвольная постоянная. Библ. – 7 назв.

УДК 511.622

О числах классов неопределенных бинарных квадратичных форм дискриминанта dp^2. Голубева Е. П. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 18. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 286), СПб., 2002, с. 40–47.

В работе доказан ряд результатов о средних значениях чисел классов бинарных квадратичных форм, дискриминанты которых делятся на большой квадрат. Основным результатом работы является следующая

Теорема. *Пусть* $d = 4n^2 + 1$. *Тогда*

$$\sum_{1\leqslant n\leqslant X}{}' \frac{1}{h(d)} \sum_{2X\leqslant p\leqslant 3X} h(dp^2) = O(X^2),$$

где $h(d)$ – число классов дискриминанта d и $\sum'$ означает, что суммирование ведется по бесквадратным d.

Библ. – 9 назв.

УДК 517.54

О множествах значений систем $\{f(z_1), f(z_2), f'(z_2)\}$ и $\{f(z_1), f'(z_1), f''(z_1)\}$ на классе типично вещественных функций. Голузина Е. Г. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 18. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 286), СПб., 2002, с. 48–61.

Исследуются множества значений указанных в заглавии систем функционалов, где z_1, z_2 – любые фиксированные точки круга $U = \{z : |z| < 1\}$, на классе T функций вида $f(z) = z + c_2 z^2 + \dots$, регулярных в круге U и удовлетворяющих в нем условию $\operatorname{Im} f(z) \cdot \operatorname{Im} z > 0$ при $\operatorname{Im} z \neq 0$. В качестве приложений найдены множества значений $f'(z_2)$ и $f''(z_1)$ на соответствующих подклассах функций из класса T. Библ. – 7 назв.

УДК 517.5

Критерии устранимых множеств для весовых пространств гармонических функций. Демшин И. Н., Шлык В. А.— В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 18. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 286), СПб., 2002, с. 62–73.

В статье установлены точные функциональные, емкостные и метрические характеристики устранимых множеств для гармонических функций без флюксий из весового пространства $L^1_{p,\omega}$ с весом Макенхаупта. Библ. – 13 назв.

УДК 517.54

К неравенству Шварца на границе для регулярных в круге функций. Дубинин В. Н. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 18. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 286), СПб., 2002, с. 74–84.

Классическое неравенство Шварца на границе круга для регулярных в круге функций уточняется в различных направлениях. Приводятся неравенства с учетом нулей функции, неравенство для точек, переходящих в симметричные точки на окружности, и обратная оценка для однолистных функций. Обсуждаются другие неравенства и отмечается возможность их приложения к оценкам полиномов и рациональных функций. Библ. – 17 назв.

УДК 512.62 + 517.54

О применении конформных отображений к неравенствам для полиномов. Дубинин В. Н., Олесов А. В. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 18. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 286), СПб., 2002, с. 85–102.

Рассматриваются приложения геометрической теории функций к неравенствам для алгебраических полиномов. Основное внимание уделяется построению по заданному полиному однолистного конформного отображения и применению к этому отображению теорем Н. А. Лебедева и Нехари. В работе получены новые точные неравенства бернштейновского типа для полиномов с ограничениями на их рост либо на отрезке, либо на окружности, неравенства с ограничениями на нули полинома и другие неравенства. В частности, усиливаются классические неравенства Маркова, Бернштейна и Шура. Библ. – 13 назв.

УДК 517.54

К задаче о максимуме произведения степеней конформных радиусов неналегающих областей. Емельянов Е. Г. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 18. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 286), СПб., 2002, с. 103–114.

Получена точная оценка произведения степеней конформных радиусов

$$\prod_{k=1}^{4} R^{\alpha_k^2}(D_k, b_k),$$

где $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$, $\alpha_3 = \alpha_4 = \alpha$, α – любое положительное число, в семействе всех четверок неналегающих односвязных областей $\{D_k\}$, $b_k \in D_k$, $k = 1, \dots, 4$, $\{b_k\}$ – произвольная четверка различных точек $\overline{\mathbb{C}}$. Доказательство основано на решении задачи о максимуме специально подобранного конформного инварианта, связанного с указанным произведением. Библ. – 5 назв.

УДК 517.54

Экстремальные разбиения римановой поверхности и квазиконформные отображения специального вида. II. Емельянов Е. Г. —

В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 18. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 286), СПб., 2002, с. 115–125.

Рассматривается задача об экстремальном разбиении римановой поверхности $\mathfrak{R}$ на s односвязных областей. Исходя из свойств ассоциированного квадратичного дифференциала этой задачи, для комплексного вектора $\mathbf{K} = (k_1, \dots, k_s)$, $|k_j| < 1$ при $j = 1, \dots, s$, построено семейство квазиконформных отображений римановых поверхностей $f_{\mathbf{K}} : \mathfrak{R} \to \mathfrak{R}_{\mathbf{K}}$, распространяющих исходную задачу на поверхность $\mathfrak{R}_{\mathbf{K}}$. Указанные отображения используются для изучения зависимости максимума функционала в исходной задаче об экстремальном разбиении $\mathfrak{R}$ от определяющих ее параметров. Библ. – 6 назв.

УДК 517.54

Задачи об экстремальном разбиении римановой сферы. II. Кузьмина Г. В. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 18. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 286), СПб., 2002, с. 126–147.

Получены неравенства для произведения степеней конформных радиусов неналегающих односвязных областей на римановой сфере $\overline{\mathbb{C}}$. При доказательстве используется геометрический подход, основывающийся на построении допустимой метрики экстремально-метрической проблемы, равносильной исходной задаче об экстремальном разбиении $\overline{\mathbb{C}}$, из экстремальных метрик соответствующих экстремально-метрических проблем, рассматриваемых в специальных областях на $\overline{\mathbb{C}}$. Библ. – 10 назв.

УДК 517.3

О кубической симплектической тета-функции. Проскурин Н. В. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 18. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 286), СПб., 2002, с. 148–158.

Доказывается, что кубическая симплектическая тета-функция инвариантна относительно группы $\mathrm{Sp}(4, \mathbb{Z})$. Библ. – 10 назв.

УДК 511.334

Вещественное квадратичное поле и гипотеза Анкени–Артина–Човлы. Славутский И. Ш. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 18. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 286), СПб., 2002, с. 159–168.

Обзор результатов, связанных с известной гипотезой Анкени–Артина–Човлы (см. N. C. Ankeny, E. Artin, S. Chowla, The class numbers of real quadratic number fields, Ann. Math. **56** (1952), 479–493). Библ. – 43 назв.

УДК 511.466 + 517.863

О дзета-функции Эпштейна. Фоменко О. М. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 18. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 286), СПб., 2002, с. 169–178.

Пусть $Q(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$, $\zeta(s; Q)$ – дзета-функция Эпштейна формы Q. Доказывается, что при $|t| > C > 0$

$$\zeta(1 + it; Q) \ll |t|^{\frac{1}{4}+\varepsilon}.$$

Библ. – 9 назв.

УДК 511.466 + 517.863

О числах классов неопределенных бинарных квадратичных форм и вычетных индексах целых чисел по простому модулю p. Фоменко О. М. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 18. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 286), СПб., 2002, с. 179–199.

Пусть $h(d)$ – число классов собственно эквивалентных примитивных бинарных квадратичных форм $ax^2+bxy+cy^2$ дискриминанта $d = b^2 - 4ac$. Изучается поведение $h(5p^2)$ при простом p. Легко показать, что имеется мало дискриминантов вида $5p^2$ с большим числом классов. Действительно, справедливо соотношение

$$\#\{p \leqslant x | h(5p^2) > x^{1-\delta}\} \ll x^{2\delta},$$

где δ – любое постоянное число с условием $0 < \delta < 1/2$.

Пусть при $x \to \infty$ положительная функция $\alpha(x)$ монотонно возрастает и $\alpha(x) \to \infty$. Если

$$\alpha(x) \leqslant (\log x)(\log\log x)^{-3},$$

то в предположении справедливости расширенной гипотезы Римана для некоторых дзета-функций Дедекинда доказано, что

$$\#\{p \leqslant x | \left(\frac{5}{p}\right) = 1,\, h(5p^2) > \alpha(x)\} \asymp \frac{\pi(x)}{\alpha(x)}.$$

Доказано, что для бесконечного множества p, $(\frac{5}{p}) = 1$, имеем

$$h(5p^2) \geqslant (\log\log p)(\log_k p)^{-1},$$

где $\log_k(p)$ – k раз итерированный логарифм, k – любое постоянное целое число $\geqslant 3$. Получены также результаты о средних значениях $h(5p^2)$.

Аналогичные факты верны для вычетного индекса целого числа $a \geqslant 2$ по модулю p:

$$r(a,p) = \frac{p-1}{o(a,p)},$$

где $o(a,p)$ – порядок числа a по модулю p. Библ. – 13 назв.

УДК $511.466 + 517.863$

Симметрические квадраты L-функций Гекке и коэффициенты Фурье параболических форм. Фоменко О. М. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 18. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 286), СПб., 2002, с. 200–214.

Пусть $\mathcal{F}_0$ – множество всех новых форм в $S_k(\Gamma_0(N))$ – пространстве параболических форм четного веса k относительно $\Gamma_0(N)$, $\mathcal{H}_2(s,f)$ симметрический квадрат L-функции Гекке формы $f \in \mathcal{F}_0$. Доказано, что при $N = p$ справедливо соотношение

$$\sum_{f\in\mathcal{F}_0,\mathcal{H}_2(1/2,f)\neq 0} 1 \gg N^{1-\varepsilon},$$

где $\ll$-константа зависит лишь от ε и k.

Пусть $f(z) \in S_k(\Gamma_0(N))$,

$$f(z) = \sum_{n=1}^{\infty} a_f(n) e^{2\pi i n z}, \quad a_f(n) n^{-(k-1)/2} = b_f(n).$$

Изучается распределение значений сумм

$$\sum_{n\leqslant X} b_f(n) \quad \text{и} \quad \sum_{n\leqslant X} b_f(n)^2$$

при растущих X и N. Библ. – 13 назв.

УДК 519.21

Рост 1-периодических графов. Шутов А. В. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 18. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 286), СПб., 2002, с. 215–226.

Вводится новый класс графов: 1-периодические графы. Формулируется задача о форме роста этих графов. Для некоторых классов графов доказан самоподобный рост в форме многоугольника. Сформулированы некоторые общие предположения о форме роста. Библ. – 1 назв.