Записки научных
семинаров ПОМИ
Том 297, 2003 г.

Н. Я. Кирпичникова, Л. А. Свиркина, В. Б. Филиппов

ДИФРАКЦИЯ ОТ МАЛОЙ НЕОДНОРОДНОСТИ В СЛАБО ИСКРИВЛЕННОМ УПРУГОМ СЛОЕ

Рассматривается задача рассеяния *плоской коротковолновой* упругой горизонтально поляризованной сдвиговой волны *от неоднородного включения*, находящегося в *слабо искривленном слое*. Включение имеет вид бесконечного цилиндра малого поперечного сечения. Поперечное сечение неоднородности является областью, диаметр d которой мал по сравнению с длиной волны λ: $d \ll \lambda$. Плоскость падения заданной волны перпендикулярна оси цилиндра. В этом случае общая задача переходит в частную плоскую задачу дифракции от малой неоднородности Ω_2 в слабо искривленном слое.

Представим слой, лежащий между двумя круговыми цилиндрическими поверхностями, настолько больших радиусов R_0 и R_1, что $\varkappa R_i \gg 1$, $i = 0, 1$, где $\varkappa$ есть волновое число, соответствующее продольной скорости распространения волн. Внешность окружности радиуса R_0 обозначим через Ω_0, слой, между окружностями больших радиусов $r = R_0$ и $r = R_1$, обозначим областью Ω_1. Толщина слоя имеет порядок длины волны $\varkappa H = \varkappa(R_0 - R_1) = O(1)$. Внутренность окружности радиуса R_1 обозначим областью Ω_3. В задачах дифракции коротковолновая асимптотика предполагает исследование локальных свойств поля на расстояниях, малых по сравнению с радиусами кривизны поверхности. Поэтому будем предполагать, что плоская упругая волна падает из области Ω_0 на слабо искривленный упругий слой Ω_1, имеющий радиус кривизны $R \gg \lambda$ много больше длины волны. Границей раздела между областями Ω_0 и Ω_1 является окружность радиуса R_0. Слой лежит на упругом полупространстве Ω_3. Граница раздела между слоем и упругим полупространством Ω_3 служит окружность $r = R_1$. Все упругие среды Ω_i определены параметрами Ляме λ_i, μ_i, и плотностью среды ρ_i. Искривлен-

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (РФФИ) (грант 02-01-00255).

ность слоя приведет к появлению дополнительного слагаемого в решении порядка $O([\varkappa R_i]^{-1})$ по сравнению с решением для плоскопараллельного слоя [1–3].

В работе авторов [1] была рассмотрена задача дифракции плоской волны от слоя с неоднородным включением, имеющим вид кругового цилиндра радиуса $a \ll \lambda$, где λ – длина падающей волны. Рассеянное неоднородностью горизонтально поляризованное поле при $\varkappa r \gg 1$ ведет себя подобно цилиндрической волне, интенсивность которой пропорциональна площади поперечного сечения неоднородности, скачку плотностей ρ_1, ρ_2 и скачку параметров Ляме μ_1, μ_2 среды и включения. В работе [2] рассмотрено рассеяние волны вертикальной поляризации, падающей с поперечной и продольной скоростями на упругий слой с малой неоднородностью; в [3] изучены другие граничные условия для SH-волны. При построении задач дифракции необходимо построение функции Грина для слоя без включения. Близкие построения функции Грина можно найти в работах [4–7].

1. Постановка задачи дифракции от малой неоднородности в слабо искривленном слое

Пусть на поверхность раздела Γ_{01} между упругим полупространством Ω_0 и слоем Ω_1 толщины $H = R_0 - R_1$, падает из верхней среды Ω_0 упругая плоская волна горизонтальной поляризации (SH) (рис.1).

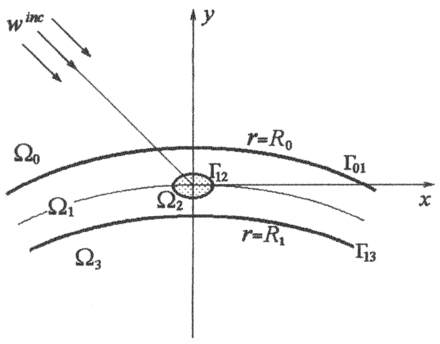

Рис. 1.

Внутри упругого слоя Ω_1 помещена малая неоднородность Ω_2

диаметра d, $\varkappa d \ll 1$, с границей раздела Γ_{12}. Слой лежит на упругом полупространстве Ω_3. Толщина слоя имеет порядок, сравнимый с длиной волны: $\varkappa H = O(1)$. Граница между областями Ω_1 и Ω_3 обозначена через Γ_{13}. Каждая из областей Ω_j, $j = 0, 1, 2, 3$ определена параметрами Ляме $\lambda_j\, \mu_j$ и плотностью ρ_j.

Выберем цилиндрическую систему координат таким образом, чтобы концентрические окружности $r = R_0$, $r = R_1$ совпадали с границами раздела слоя между верхним и нижним упругими полупространствами. Плоскость падения волны совпадает с плоскостью (r, φ) или плоскостью $(x,\, y)$.

Волны горизонтальной поляризации (вектор смещений $\boldsymbol{u} = \boldsymbol{e}_z\, w$) удовлетворяют волновому уравнению Гельмгольца в областях Ω_j, $j = 0, 1, 2, 3$,

$$\left(\Delta + \frac{\omega^2}{b_j^2}\right) w_j = \Delta\, w_j + \varkappa_j^2 w_j = 0, \quad \varkappa_j^2 = \frac{\omega^2 \rho_j}{\mu_j}. \tag{1.1}$$

Условия жесткого контакта на границах Γ_{01}: $r = R_0$, Γ_{13}: $r = R_1$ и Γ_{12} приведут к следующим равенствам для составляющей w:

$$[w]|_{\Gamma_{ij}} = 0, \quad \left.\left[\mu \frac{\partial w}{\partial y}\right]\right|_{\Gamma_{ij}} = 0. \tag{1.2}$$

Предположим, что падающее поле имеет вид плоской волны горизонтальной поляризации:

$$\boldsymbol{u}^{\mathrm{inc}} = \boldsymbol{e}_z w^{\mathrm{inc}}, \quad w^{\mathrm{inc}} = e^{-i\varkappa r \cos(\varphi - \varphi_0)}. \tag{1.3}$$

Параметр $\varkappa_0 = \varkappa$ равен $\varkappa = \omega / b_0$, $b_0 = \sqrt{\mu_0/\rho_0}$, следовательно падающее поле имеет поперечный характер, а φ_0 есть угол скольжения падающей волны, т.е. угол между осью x и направлением вектора падения.

В безграничной среде Ω_0 составляющие вектора смещений $\boldsymbol{u}$ удовлетворяют условиям излучения Зоммерфельда.

Поставленную задачу рассеяния плоской волны от слабо искривленного слоя с малым включением будем решать в несколько этапов [5]. Во-первых, по падающей плоской волне найдем поле, отраженное от слоя без включения. Во-вторых, построим функцию Грина для задачи без неоднородности и найдем асимптотику этой функции при $\varkappa r \gg 1$. В-третьих, выведем интегральное уравнение (оно будет с малым ядром), определяющее решение данной задачи с неоднородностью в слое. Наконец, методом последовательных приближений найдем первую итерацию решения. Все это исследуем для точки наблюдения $\varkappa r \gg 1$ и для диаметра области d включения $\varkappa d \ll 1$.

2. Решение задачи отражения падающей волны от слоя (без включения)

Решение задачи (1.1)–(1.3), если включение Ω_2 отсутствует, известно. Приведем здесь это решение, так как в дальнейшем оно будет необходимо нам:

$$w_0^0 = e^{-i\varkappa r\cos(\varphi-\varphi_0)} + \sum_0^\infty A_n H_n^{(1)}(\varkappa r)\cos n(\varphi-\varphi_0), \tag{2.1}$$

$$w_1^0 = \left[\sum_0^\infty B_n J_n(\varkappa_1 r) + \sum_0^\infty C_n H_n^{(1)}(\varkappa_1 r)\right]\cos n(\varphi-\varphi_0), \tag{2.2}$$

$$w_3^0 = \sum_0^\infty D_n J_n(\varkappa_3 r)\cos n(\varphi-\varphi_0), \tag{2.3}$$

Коэффициенты отражения A_n и преломления B_n, C_n, D_n находятся из условий жесткого контакта между средами.

$$A_n = \frac{2i\alpha_n}{\pi\varkappa R_0 \Delta_n H_n(\varkappa R_0)}\left[d_4 J_n(\varkappa_1 R_0) - d_3 H_n(\varkappa_1 R_0)\right] - \\ - \frac{\alpha_n J_n(\varkappa R_0)}{H_n(\varkappa R_0)}, \tag{2.4}$$

$$B_n = \frac{2i\alpha_n d_4}{\Delta_n \pi\varkappa R_0}, \quad C_n = \frac{-2i\alpha_n d_3}{\Delta_n \pi\varkappa R_0}. \tag{2.5}$$

Здесь величины, входящие в формулы (2.4)–(2.5), определены формулами

$$\Delta_n = d_1 d_4 - d_2 d_3, \quad \mathcal{E}_{ij} = \frac{\mu_i\varkappa_i}{\mu_j\varkappa_j}, \tag{2.6}$$

$$d_1 = J_n(\varkappa_1 R_0) H_n^{(1)'}(\varkappa R_0) - \mathcal{E}_{10} J_n'(\varkappa_1 R_0) H_n^{(1)}(\varkappa R_0), \tag{2.7}$$

$$d_2 = H_n^{(1)}(\varkappa_1 R_0) H_n^{(1)'}(\varkappa R_0) - \mathcal{E}_{10} H_n^{(1)'}(\varkappa_1 R_0) H_n^{(1)}(\varkappa R_0), \tag{2.8}$$

$$d_3 = J_n(\varkappa_1 R_1) J_n'(\varkappa_3 R_1)\mathcal{E}_{31} - J_n'(\varkappa_1 R_1) J_n(\varkappa_3 R_1), \tag{2.9}$$

$$d_4 = J_n'(\varkappa_3 R_1) H_n^{(1)}(\varkappa_1 R_1)\mathcal{E}_{31} - J_n(\varkappa_3 R_1) H_n^{(1)'}(\varkappa_1 R_1), \qquad (2.10)$$

$$\begin{cases} \alpha_n = 1 & \text{при} \quad n = 0, \\ \alpha_n = 2\,(-1)^n & \text{при} \quad n \neq 0. \end{cases}$$

Прежде, чем написать формулы для решения задачи отражения плоской волны от слоя, необходимо найти асимптотику полученных коэффициентов (2.4)–(2.5) при $\varkappa_i R_j \gg 1$. Учитывая лишь слагаемые порядка $O(\varkappa_i R_j)^{-1}$, приведем асимптотические выражения функций Бесселя $J_n(\varkappa R)$, $J_n'(\varkappa R)$, $H_n^{(1)}(\varkappa R)$, $H_n^{(1)'}(\varkappa R)$, (см. [8, 9])

$$J_n(z) \sim \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2}{\pi z}}\left[e^{i\widehat{z_n}}\left(1 + i\frac{4n^2-1}{8z}\right) + \right.$$

$$\left. + e^{-i\widehat{z_n}}\left(1 - i\frac{4n^2-1}{8z}\right) + O(z^{-2})\right],$$

$$J_n'(z) \sim \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2}{\pi z}}\left[e^{i\widehat{z_n}}\left(i - \frac{4n^2+3}{8z}\right) - \right.$$

$$\left. - e^{-i\widehat{z_n}}\left(i + \frac{4n^2+3}{8z}\right) + O(z^{-2})\right],$$

$$H_n^{(1)}(z) \sim \sqrt{\frac{2}{\pi z}}\left[e^{i\widehat{z_n}}\left(1 + i\frac{4n^2-1}{8z}\right) + O(z^{-2})\right],$$

$$H_n^{(1)'}(z) \sim \sqrt{\frac{2}{\pi z}}\left[e^{i\widehat{z_n}}\left(i - \frac{4n^2+3}{8z}\right) + O(z^{-2})\right].$$

Здесь введенная переменная $\widehat{z_n}$ равна $\widehat{z_n} = z - n\pi/2 - \pi/4$.

Подставляя асимптотические представления функций Бесселя $J_n(\varkappa R)$, $J_n'(\varkappa R)$, $H_n^{(1)}(\varkappa R)$, $H_n^{(1)'}(\varkappa R)$ в (2.6)–(2.10), найдем значения коэффициентов отражения A_n, преломления B_n, C_n, D_n и Δ_n, Δ_n' в главном приближении. Формулы для этих коэффициентов, содержащие слагаемые, зависящие от искривленности слоя, вычислены, но из-за громоздкости здесь не приводятся. По формулам (2.2)–(2.10), с учетом асимптотических представлений для функций Бесселя, их можно восстановить.

Для коэффициентов A_n, B_n, C_n, D_n и Δ_n, Δ'_n в главном приближении получим:

$$\Delta_n^0 = \frac{e^{i\widehat{\varkappa_0 R_0}}}{\pi^2 R_0 R_1 \varkappa_1 \sqrt{\varkappa\varkappa_3}}\Big\{(1-\mathcal{E}_{10})e^{i\varkappa_1 H}\times \\ \times\left[(1-\mathcal{E}_{31})e^{-i\widehat{\varkappa_3 R_1}} + (1+\mathcal{E}_{31})e^{i\widehat{\varkappa_3 R_1}}\right] + (1+\mathcal{E}_{10})e^{-i\varkappa_1 H}\times \\ \times\left[(1-\mathcal{E}_{31})e^{i\widehat{\varkappa_3 R_1}} + (1+\mathcal{E}_{31})e^{-i\widehat{\varkappa_3 R_1}}\right]\Big\}, \tag{2.11}$$

$$\Delta_n^{'0} = \frac{e^{-i\widehat{\varkappa_0 R_0}}}{2\pi^2 R_0 R_1 \varkappa_1 \sqrt{\varkappa\varkappa_3}}\Big\{e^{i\varkappa_1 H}\big(e^{-i\widehat{\varkappa_0 R_0}}(1+\mathcal{E}_{10}) - \\ - e^{i\widehat{\varkappa_0 R_0}}(1-\mathcal{E}_{10})\big)\left[(1-\mathcal{E}_{31})e^{-i\widehat{\varkappa_3 R_1}} + (1+\mathcal{E}_{31})e^{i\widehat{\varkappa_3 R_1}}\right] + \\ + e^{-i\varkappa_1 H}\big(e^{-i\widehat{\varkappa_0 R_0}}(1-\mathcal{E}_{10}) - e^{i\widehat{\varkappa_0 R_0}}(1+\mathcal{E}_{10})\big)\times \\ \times\left[(1-\mathcal{E}_{31})e^{i\widehat{\varkappa_3 R_1}} + (1+\mathcal{E}_{31})e^{-i\widehat{\varkappa_3 R_1}}\right]\Big\}, \tag{2.12}$$

$$d_1^0 = \frac{ie^{i\widehat{\varkappa_0 R_0}}}{\pi R_0\sqrt{\varkappa\varkappa_1}}\left\{e^{i\widehat{\varkappa_1 R_0}}(1-\mathcal{E}_{10}) + e^{-i\widehat{\varkappa_1 R_0}}(1+\mathcal{E}_{10})\right\}, \tag{2.13}$$

$$d_2^0 = \frac{2ie^{i\widehat{\varkappa_0 R_0}}e^{i\widehat{\varkappa_1 R_0}}}{\pi R_0\sqrt{\varkappa\varkappa_1}}\left\{(1-\mathcal{E}_{10})\right\}, \tag{2.14}$$

$$d_3^0 = \frac{-i}{2\pi R_1\sqrt{\varkappa_1\varkappa_3}}\Big\{(1-\mathcal{E}_{31})\left[e^{i(\widehat{\varkappa_1 R_1}+\widehat{\varkappa_3 R_1})} - e^{-i(\widehat{\varkappa_1 R_1}+\widehat{\varkappa_3 R_1})}\right] + \\ + (1+\mathcal{E}_{31})\left[e^{i(\widehat{\varkappa_1 R_1}-\widehat{\varkappa_3 R_1})} - e^{-i(\widehat{\varkappa_1 R_1}-\widehat{\varkappa_3 R_1})}\right]\Big\}, \tag{2.15}$$

$$d_4^0 = \frac{-ie^{i\widehat{\varkappa_3 R_1}}}{\pi R_1\sqrt{\varkappa_1\varkappa_3}}\left\{(1-\mathcal{E}_{31})e^{i\widehat{\varkappa_3 R_1}} + (1+\mathcal{E}_{31})e^{-i\widehat{\varkappa_3 R_1}}\right\}. \tag{2.16}$$

Из формул (2.11)–(2.16) следует, что коэффициенты Δ_n^0, $\Delta_n^{'0}$, d_i^0, $i = 1, 2, 3, 4$, определяют искомые величины A_n, B_n, C_n, D_n в главном приближении:

$$A_n = \frac{\alpha_n \Delta_n^{'0}}{\Delta_n^0} + O\Big(\frac{1}{\varkappa_i R_j}\Big), \tag{2.17}$$

$$B_n = \frac{2i\alpha_n\, d_4^0}{\pi\varkappa R_0\, \Delta_n^0} + O\Big(\frac{1}{\varkappa_i R_j}\Big), \quad C_n = \frac{-2i\alpha_n\, d_3^0}{\pi\varkappa R_0\, \Delta_n^0} + O\Big(\frac{1}{\varkappa_i R_j}\Big). \quad (2.18)$$

Окончательное решение задачи отражения плоской волны от слоя глубины H имеет вид (2.1)–(2.3) с коэффициентами, определенными формулами (2.17), (2.18).

3. Поле, рассеянное от неоднородности

Для дальнейших построений нам потребуется функция Грина точечного источника, помещенного в полупространство Ω_0. Приведем функцию Грина $G(M, M')$ задачи отражения от слоя, когда источник и точка наблюдения расположены в верхнем полупространстве $M,\ M' \in \Omega_0$,

$$G(M, M') = \\ = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{H_n^{(1)}(\varkappa R_>)[J_n(\varkappa R_<) - A_n\, H_n(\varkappa R_<)]e^{in(\varphi-\varphi')}}{\varkappa W(J_n, H_n^{(1)})}, \quad (3.1)$$

где через $W(J_n, H_n^{(1)})$ обозначен вронскиан двух линейно независимых решений $J_n(\varkappa R)$ и $H_n^{(1)}(\varkappa R)$, символы $R_>$, $(R_<)$ означают соответственно, что из двух значений $R,\ R'$ в аргументе стоит большее (меньшее) из них.

Для получения интегрального уравнения необходимо построить квазифункцию Грина $G_1(M, M')$ в области Ω_1. Эта функция, как функция точки $M' \in \Omega_1$, является решением уравнения Гельмгольца в области Ω_1, удовлетворяет краевым условиям на границах разделов и условиям Зоммерфельда. Эта ее часть совпадает с решением w_1^0, определенным формулами (2.2), (2.18). Часть квазифункции, зависящая от точки $M \in \Omega_0$, совпадает с первым множителем функции Грина, деленным на знаменатель формулы (3.1). Приведем формулу квазифункции $G_1(M, M')$

$$G_1(M, M') = \\ = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{H_n^{(1)}(\varkappa R)[B_n\, J_n(\varkappa_1 R') + C_n\, H_n(\varkappa_1 R')]e^{in(\varphi-\varphi')}}{\varkappa W(J_n, H_n^{(1)})}. \quad (3.2)$$

Мы изучаем задачу рассеяния ($\varkappa r \gg 1$) от малой неоднородности, помещенной в слой толщины $H \sim O(\lambda)$ большого радиуса кривизны. Для этого исследуем квазифункцию Грина $G_1(M,\ M')$

при $\varkappa r \gg 1$, используя стандартные приемы метода стационарной фазы $r = R - R_2$, (см. [5–7]).

С помощью построенной квазифункции Грина $G_1(M, M')$ сведем решение сформулированной задачи к решению интегральных уравнений. Затем, учитывая малость ядер этих уравнений, найдем решение интегральных уравнений методом последовательных приближений.

Схема получения дифракционной добавки от малой неоднородности Ω_2 в слабо искривленном слое аналогична построениям, проведенным авторами в предыдущих работах [1–3] для плоских слоев и в статье [10] настоящего сборника, где рассмотрена подобная задача рассеяния плоской волны в случае электромагнитной среды со слабо искривленным слоем.

Окончательно получим первую итерацию $W^1(M)$ (дифракционную добавку) к решению $w(M) = w_0^0(M) + W^1(M)$, $M \in \Omega_0$ в виде:

$$W^1(M) = \frac{(\mu_2 - \mu_1)}{\mu_0} \int\limits_{\Gamma_{12}} \left[\frac{\partial w_1^0}{\partial n} G_1(M,\, M')\right] d\Gamma' +$$

$$+\frac{\mu_1}{\mu_0}(\varkappa_1^2 - \varkappa_2^2) \iint\limits_{\Omega_2'} G_1(M,\, M') w_1^0(M') d\Omega_2'. \tag{3.3}$$

Используем асимптотику функции Грина $G_1(M, M')$, считая, что координаты (R, φ) точки наблюдения M достаточно удалены от слоя: $\varkappa r \gg 1$. Координаты точки $M' \in \Omega_2$ фактически совпадают с координатами точки принадлежащей неоднородности: $(r' = R_2, \varphi' = \varphi_2)$. Здесь $R_1 < R_2 < R_0$; причем $\varkappa(R_0 - R_2) \sim O(1)$, но $\varkappa(R - R_2) \gg 1$.

Добавочное слагаемое от неоднородности к решению задачи отражения плоской волны от слоя глубины H представляет собой цилиндрическую волну, рассеивающуюся от неоднородности с диаграммой направленности $F(\varphi, \varphi_0) = e^{in(\varphi - \varphi_0)}$:

$$W^1(M) = \frac{\mu_2\rho_1 - \mu_1\rho_2}{\mu_0\rho_2} \varkappa_2^2 \pi d^2 \frac{e^{i(\varkappa r - 3\pi/4)}}{\sqrt{2\pi\varkappa r}} T(\varkappa_1 R_2,\, \varkappa_2 R_2). \tag{3.4}$$

Коэффициенты $T(\varkappa_1 R_2,\, \varkappa_2 R_2) = T_{10}(\varkappa_1 R_2) T_{01}(\varkappa_2 R_2)$ определяется формулами

$$T_{01}(\varkappa_2 R_2) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} [B_n\, J_n(\varkappa_2 R_2) + C_n\, H_n(\varkappa_2 R_2)] e^{in(\varphi_2 - \varphi_0)}. \tag{3.5}$$

$$T_{10}(\varkappa_1 R_2)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}[B_n(\varphi)\,J_n(\varkappa_1 R_2)+C_n(\varphi)\,H_n(\varkappa_1 R_2)]e^{in(\varphi-\varphi_2)}. \quad (3.6)$$

Неоднородность будет излучать как точечный источник, интенсивность которого *пропорциональна площади сечения* этой неоднородности и *скачкам параметров μ и ρ поперечных скоростей на неоднородности и на границах разделов.*

Отметим, что асимптотическая дифракционная добавка (3.4)–(3.6) по своей структуре сложна, так как основывается на точном решении (2.1)–(2.3).

Если решение задачи рассеяния проводить по схеме, предложенной в статье [10] этого сборника, то добавка $W^1(M)$ может быть представлена формулой

$$W^{(1)}(M=(r,\varphi))=\frac{\mu_2\rho_1-\mu_1\rho_2}{\mu_0\rho_2}\varkappa_2^2\pi d^2\frac{e^{i(\varkappa r-3\pi/4)}}{\sqrt{2\pi\varkappa r}}F(\varphi_0,\varphi),$$

где диаграмма направленности $F(\varphi_0,\varphi)$ равна

$$F(\varphi_0,\varphi)=T_{01}(\varphi_0)T_{10}(\varphi).$$

Здесь в коэффициентах $T_{01}(\varphi_0)$ и $T_{10}(\varphi)$, определенных формулами (6.1) и (6.2) в работе [10], следует вместо функций $F(\varepsilon x,y)$, и $F_1(\varepsilon x,y)$ подставить следующие

$$F(\varepsilon x,y)=y-(R_0-R_2)+\frac{x^2}{2R_2}+O([R_2]^{-2})=0,\ \varepsilon=(2\,R_2)^{-1},\ \varkappa R_i\gg 1,$$

$$F_1(\varepsilon x,y)\ =\ y+(R_1-R_2)+\frac{x^2}{2R_2}+O([R_2]^{-2})=0.$$

Множители $\mathcal{E}_{01}$ и $\mathcal{E}_{13}$, входящие в формулы (6.1) и (6.2) работы [10], в случае упругой среды переходят в такие

$$\mathcal{E}_{01}=\frac{\mu_1\sqrt{\varkappa_1^2-\xi^2}}{\mu\sqrt{\varkappa^2-\xi^2}},\quad \mathcal{E}_{13}=\frac{\mu_3\sqrt{\varkappa_3^2-\xi^2}}{\mu_1\sqrt{\varkappa_1^2-\xi^2}}.$$

Литература

1. Н. Я. Кирпичникова, В. Б. Филиппов, Л. А. Свиркина, *Рассеяние от малой неоднородности в упругой среде.* — Зап. научн. семин. ПОМИ **264** (2000), 122–139.
2. Н. Я. Кирпичникова, В. Б. Филиппов, Л. А. Свиркина, *Рассеяние плоских упругих волн от малой неоднородности, помещенной в упругий слое.* — Зап. научн. семин. ПОМИ **275** (2001), 72–84.

3. Л. А. Свиркина, Н. Я. Кирпичникова, *Дифракция упругих волн на малой неоднородности в слое.* — Вестник СПбГУ, сер. 1, вып. 1, No. 1 (2003).
4. В. А. Фок, *Проблемы дифракции и распространения электромагнитных волн Изд-во "Советское радио", М. (1970).*
5. Ф. Франк и Р. Мизес, *Дифференциальные и интегральные уравнения математической физики.* ОНТИ ГРОТЛ, Л.-М. (1937).
6. Л. М. Бреховских, *Волны в слоистых средах.* Наука, М. (1973).
7. В. И. Селин, *Асимптотика электтромагнитного поля точечного источника в слоистой среде.* — Ж. Выч. матем. и матем. физ. **41**, No. 6 (2001), 965–990.
8. A. Gray, G. B. Mathews, *A treatise on Bessel functions and their applications to physics.* Macmillan and Co. (second edition prepared by A. Gray and T. M. Macrobert), London (1931).
9. Е. Янке, Ф. Эмде, Ф. Леш, *Специальные функции. Формулы, графики, таблицы.* ГРФМЛ, Наука, М. (1968).
10. Н. Я. Кирпичникова, С. Н. Кирпичников, В. Б. Филиппов, *Рассеяние плоских электромагнитных волн от малой неоднородности в слабо искривленном слое.* — Зап. научн. семин. ПОМИ **297** (2003), 93–105.

Kirpichnikova N. Ya., Svirkina L. A., Philippov V. B. Scattering of plane ellastic waves on a small inhomogeneity lying inside an ellastic slightly bent layer.

The problem of diffraction of the ellastic plane wave of the horizontal polarization (SH-wave) on a small inhomogeneity lying in a slightly bent layer is investigated. The layer is situated on the boundary of the half-space. The inhomogeneity is supposed to be a cylinder, the cross-section diameter of which is small in comparision with the length of the falling wave. The insident wave is polarized in parallel to the axis of the cylinder.

It is proved that the small inhomogeneity radiates as a point source, the intensity of which is proportional to area of the cross-section inhomogeneity and the jumps of the squared velocities in the layer and in the inhomogeneity.

С.-Петербургское отделение
Математического института
им. В. А. Стеклова РАН
С.-Петербургский
государственный
университет

Поступило 13 марта 2003 г.