Рефераты

УДК 515

Восстановление метрики $CAT(0)$-пространства по диагональной трубке. Андреев П. Д. – В кн.: Геометрия и топология. 8 (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 299), СПб., 2003, с. 5–29.

Пусть (X, d) – локально компактное, геодезически полное $CAT(0)$-пространство топологической размерности > 1 В работе доказано, что если всякий геодезический отрезок в X допускает единственное продолжение до полной геодезической, то метрика d восстанавливается по диагональной трубе $V \subset X \times X$, соответствующей произвольному $r > 0$. Этим частично обобщаются результаты В. Н. Берестовского о пространствах А. Д. Александрова отрицательной кривизны. Библ. – 8 назв.

УДК 515.162.8 + 515.164.634

Замечание об sl_2-аппроксимации интеграла Концевича тривиального узла. Варченко А., Тюрина С. – В кн.: Геометрия и топология. 8 (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 299), СПб., 2003, с. 30–37.

Интегралом Концевича узла K называется сумма $I(K) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} h^n \sum_{D \in A_n} a_D D$ по всем хордовым диаграммам, взятая с соответствующими коэффициентами. Здесь A_n – пространство хордовых диаграмм с n хордами. Простой явной формулы для коэффициентов a_D не известно даже для тривиального узла. Пусть $E_1, E_2, \ldots \subset A = \bigoplus_n A_n$. Сумма $I'(K) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} h^n E_n$ sl_2 называется sl_2-аппроксимацией интеграла Концевича, если значения системы sl_2-весов W_{sl_2} на обеих суммах равны: $W_{sl_2}(I(K)) = W_{sl_2}(I'(K))$.

Для любого $n \in \mathbb{N}$ зафиксируем на окружности точки $a_1, ..., a_{2n}$. Для любой перестановки $\sigma \in S_{2n}$ $2n$ элементов обозначим через $D(\sigma)$ хордовую диаграмму с n хордами вида $(a_{\sigma(2i-1)}, a_{\sigma(2i)})$, $i = 1, \ldots, n$. В работе показано, что

$$1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{h^{2n}}{2^n (2n)!(2n+1)!} \sum_{\sigma \in S_{2n}} D(\sigma)$$

является sl_2-аппроксимацией интеграла Концевича для тривиального узла. Библ. – 6 назв.

УДК 514.174

Одно свойство индуцированного упаковкой компактных тел нормального разбиения пространства на многогранники. Гурин А. М. – В кн.: Геометрия и топология. 8 (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 299), СПб., 2003, с. 38–41.

Множество плотнейших упаковок компактных тел, определенное Гильбертом, обобщается в виде определения множества непополнимых упаковок компактных тел. Тела, составляющие непополнимую упаковку, оснащаются отмеченными точками. Условия расположения отмеченных точек в непополнимой упаковке обобщают условия для системы точек Делоне–Александрова. Доказывается, что в n-мерном евклидовом пространстве число комбинаторно различных областей Дирихле–Вороного, построенных относительно отмеченных точек, конечно. Библ. – 5 назв.

УДК 514.763.62

О полном верхнем угле вокруг точки на плоскости Минковского. Дуткевич Ю. Г. – В кн.: Геометрия и топология. 8 (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 299), СПб., 2003, с. 42–53.

Изучается зависимость величины полного верхнего угла в смысле А. Д. Александрова вокруг точки на плоскости Минковского от формы “единичной окружности” – центрально-симметричной выпуклой кривой Φ, определяющей метрику Минковского ρ_Φ. Полный верхний угол вычисляется в трех случаях: когда Φ – квадрат, “срезанная окружность” и “скругленный ромб”. Библ. – 6 назв.

УДК 514.177.2 + 517.977.5

Обсуждение одного вопроса Беллмана. Залгаллер В. А. – В кн.: Геометрия и топология. 8 (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 299), СПб., 2003, с. 54–86.

Из случайной точки O внутри бесконечной полосы ширины 1 в случайно выбранном направлении осуществляется движение по кривой Γ. Какая форма кривой Γ дает наименьшее значение математическому ожиданию длины пути, пройденного до выхода на край полосы? После доводов в пользу того, что искомая кривая находится в одном из четырех классов, доказывается, что лучшая из кривых этих классов состоит из 4 участков: отрезка OA длины a, гладко продолжающей эту дугу отрезка BD и отрезка DF (в точке D перелом). При выборе начала координат в O и оси x вдоль OA координаты точек: $A(a,0)$, $B(a+\sin\varphi, 1-\cos\varphi)$, $F(a,1)$,

$$D\left(a+\frac{\cos\varphi\sqrt{1+a^2}-a}{\cos\varphi-a\sin\varphi}, 1-\frac{\sin\varphi\sqrt{1+a^2}}{\cos\varphi-a\sin\varphi}\right).$$

Для лучшей кривой $a \approx 0.814$, $\varphi \approx 0.032$. Затрагиваются смежные вопросы. Библ. – 9 назв.

УДК 514.177.2 + 517.977.5

Кратчайшие линии осмотра сферы. Залгаллер В. А. – В кн.: Геометрия и топология. 8 (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 299), СПб., 2003, с. 87–108.

Какова форма наиболее короткой идущей вне единичной сферы S в $\mathbb{R}^3$ линии, двигаясь по которой можно увидеть извне все точки сферы S? Как изменится вид такой кратчайшей линии, если требовать, чтобы ее начало и конец лежали на S? Или только начало лежало на S? Решение последней задачи позволяет также ответить на следующий вопрос. Вы находитесь в полупространстве на расстоянии 1 от его граничной плоскости P, но не знаете, как по отношению к Вам расположена плоскость P. Двигаясь по какой наиболее короткой пространственной кривой, Вы заведомо выйдете на границу P? Приводятся геометрические доводы, что искомые кривые следует искать в определенных классах, зависящих от нескольких параметров. С помощью компьютерного анализа находятся лучшие кривые в этих классах. Аналогично решаются некоторые другие вопросы. Библ. – 4 назв.

УДК 515.164 + 511.34

Форма индекса пересечения результата склеивания нескольких многообразий. Иванов О. А. – В кн.: Геометрия и топология. 8 (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 299), СПб., 2003, с. 109–111.

Приведено доказательство результата, анонсированного в предыдущей работе автора (Записки научн. семин. ПОМИ, т. 268, 2000). Библ. – 3 назв.

УДК 515.164

О когомологиях вещественных алгебраических многообразий. Калинин И. О. – В кн.: Геометрия и топология. 8 (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 299), СПб., 2003, с. 112–151.

Изучается введенный автором класс пространств с инволюцией – так называемые *эффективные* пространства, кольца когомологий множеств неподвижных точек которых полностью определены спектральной последовательностью иволюции. Вещественные алгебраические многообразия, допускающие “клеточное разложение”, являются эффективными M-пространствами. При некоторых ограничениях вычислена спектральная последовательность иволюции и тотальное $\mathbb{Z}_2$-число Бетти вещественной части для вещественных подмногообразий вещественных алгебраических многообразий, являющихся эффективными GM-пространствами. Библ. – 14 назв.

УДК 514.762

Алгебры Якоби плоских многообразий. Кальницкий В. С. – В кн.: Геометрия и топология. 8 (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 299), СПб., 2003, с. 152–161.

Доказана классификационная теорема для алгебр Якоби на плоских многообразиях. В доказательстве используется обобщение одного результата об алгебре Ли $\mathrm{aff}_n(\mathbb{R})$. Библ. – 8 назв.

УДК $514+531.8$

О равноугольных точках. Ковалев М. Д. – В кн.: Геометрия и топология. 8 (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 299), СПб., 2003, с. 162–168.

Точки, из которой все связанные векторы из некоторой совокупности видны под одинаковым ориентированным углом, называется их ит равноугольной точкой. Доказано, что почти все тройки векторов на плоскости с фиксированными началами (не всеми равными друг другу) обладают равноугольной точкой. В качестве следствия выводится, что если у тройки векторов на плоскости нет равноугольной точки, то их проекции на некоторую ось равны.

УДК $514+531.8$

О шарнирниках, восстановимых по единственному напряжению. Ковалев М. Д. – В кн.: Геометрия и топология. 8 (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 299), СПб., 2003, с. 169–192.

Рассматриваются шарнирные конструкции в $\mathbb{R}^d$, имеющие закрепленные шарниры и допускающие внутренние напряжения.

Доказана справедливость гипотезы о наличии восстанавливающего напряжения для восстановимого по пространству внутренних напряжений шарнирника на прямой. Дано достаточное условие существования восстанавливающего напряжения в общем случае. Установлены некоторые свойства множества шарнирников, допускающих восстанавливающее напряжение. Поставлены новые вопросы. Библ. – 7 назв.

УДК 515.164

Возмущение особенностей типа A_μ и D_μ методом Виро и меандры их сглаживаний. Корчагин А. Б., Смит Д. – В кн.: Геометрия и топология. 8 (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 299), СПб., 2003, с. 193–217.

В статье получена топологическая классификация $(m, 2)$-меандров в замкнутом круге D^2 и подсчитано число классов эквивалентности пар (D^2, *меандр*). Доказано, что все эти классы реализуются алгебраическими $(m, 1)$- и $(m, 2)$-меандрами, которые получены в результате построения карт Виро устранений особенностей A_μ и D_μ. Построенные карты имеют максимальное количество овалов. Показано, что каждое взаимное расположение овалов и меандров в таких картах удовлетворяет обобщенному сравнению Гудкова–Рохлина. Библ. – 9 назв.

УДК 515.164.634

Модули зацеплений с пересекающимися компонентами. Лейкина Т. В. – В кн.: Геометрия и топология. 8 (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 299), СПб., 2003, с. 218–227.

Объединение двух n-мерных сфер, гладко вложенных в S^{n+2} и трансверсально пересекающихся по гладко вложенной $(n-2)$-мерной сфере, называется I-зацеплением. В работе изучаются гомологии универсального абелева покрывающего внешности I-зацепления, рассматриваемые как модули под групповым кольцом $\mathbb{Z}[\mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}]$. Библ. – 6 назв.

УДК 514.172

О делении непрерывно распределенной массы. Макеев В. В. – В кн.: Геометрия и топология. 8 (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 299), СПб., 2003, с. 228–240.

Топологическими средствами доказаны ряд теорем о делении непрерывно распределенной массы на плоскости, проективной плоскости и в пространстве. Библ. – 7 назв.

УДК 514.172

О четырехугольниках, вписанных в замкнутую кривую, и ее вершинах. Макеев В. В. – В кн.: Геометрия и топология. 8 (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 299), СПб., 2003, с. 241–251.

Доказано, что для вписанного в окружность пятиугольника $ABCDE$ и открытого плотного в C^4-топологии множества гладких выпуклых плоских овалов γ с 4 вершинами (стационарными точками кривизны) найдутся 2 подобных преобразования φ таких, что четырехугольник $\varphi(ABCD)$ вписан в γ, а вершина $\varphi(E)$ лежит внутри γ, а также 2 подобных преобразования φ таких, что четырехугольник $\psi(ABCD)$ вписан в γ, а вершина $\psi(E)$ лежит вне γ. Доказано, что на гладко вложенной в пространство $\mathbb{R}^n$ нечетной размерности окружности $\gamma \hookrightarrow \mathbb{R}^n$ лежат вершины равнозвенной замкнутой $(n+1)$-звенной ломаной, содержащейся в некоторой гиперплоскости в $\mathbb{R}^n$. Библ. – 7 назв.

УДК 514.172

Об аффинных диаметрах и хордах выпуклых компактов. Макеев В. В. – В кн.: Геометрия и топология. 8 (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 299), СПб., 2003, с. 252–261.

Доказаны теоремы существования для наборов из нескольких аффинных диаметров выпуклого тела, удовлетворяющих различным дополнительным условиям. Получена оценка для площади выпуклой фигуры через максимальную длину хорды, делящей ее площадь в заданном отношении. Библ. – 7 назв.

УДК 514.172

Об оценке сверху периметра несимметричного единичного круга на плоскости Минковского. Макеев В. В. – В кн.: Геометрия и топология. 8 (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 299), СПб., 2003, с. 262–266.

В работе доказано, что внутри всякой плоской выпуклой фигуры $K \subset \mathbb{R}^2$ можно так выбрать точку O, что периметр K, вычисленный относительно калибровочной функции Минковского пары (K, O), не превосходит 9. Для треугольника K данная оценка неулучшаема. Библ. – 7 назв.

УДК 515.164.634 + 515.162.8

О распознавании виртуальных кос. Мантуров В. О. – В кн.: Геометрия и топология. 8 (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 299), СПб., 2003, с. 267–286.

В настоящей работе приводится обобщение полного инварианта группы кос, предложенного в [3], на случай виртуальных кос. Приведены примеры виртуальных кос, распознаваемых описываемым инвариантом, но не распознаваемых многими известными инвариантами (полином Кауффмана, представление Бурау). Доказано, что понятия "классической" и "виртуальной" эквивалентностей на множестве классических кос совпадают. Предложенный инвариант полностью распознает виртуальные косы с небольшим количеством перекрестков. Вопрос о полноте инварианта выдвигается в качестве гипотезы. Библ. – 7 назв.

УДК 515.164.634

Сингулярные зацепления почти метастабильных размерностей. Нежинский В. М. – В кн.: Геометрия и топология. 8 (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 299), СПб., 2003, с. 287–294.

Изучаются сингулярные зацепления сфер размерностей $p_1, \dots, p_r$ и p в n-мерной сфере S^n. В случае, когда $\max\{p_1, \dots, p_r\} < \frac{2}{3}n - 1$ и $p < 3n - 3\max\{p_1, \dots, p_r\} - 5$, строится теория таких сингулярных зацеплений, обобщающая (насколько это возможно) теорию сингулярных зацеплений сфер размерностей $k, \dots, k$ и p в S^{2k+1}, где $k > 1$, развитую в недавних работах автора. Библ. – 13 назв.

УДК 515.162.8 + 515.164.634

Сингулярные зацепления двух окружностей и букета окружностей в трехмерной сфере. Нежинский В. М., Петрова Ю. В. – В кн.: Геометрия и топология. 8 (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 299), СПб., 2003, с. 295–299.

Дается гомотопическая классификация сингулярных зацеплений двух окружностей и букета окружностей в трехмерной сфере. Этим обобщается результат Милнора о гомотопической классификации трехкомпонентных зацеплений. Библ. – 3 назв.

УДК 515.164.634

Типичные погружения двумерной сферы в $\mathbf{R}^3$ и их остовы. Степанова М. А. – В кн.: Геометрия и топология. 8 (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 299), СПб., 2003, с. 300–313.

Пусть $f : S^2 \looparrowright \mathbb{R}^3$ – типичное гладкое погружение. *Остовом* погружения f называется следующая тройка: 1-мерный полиэдр Γ – множество сингулярных точек отображения f, 1-мерный полиэдр $D = f^{-1}(\Gamma)$ и отображение $p : D \to \Gamma$, $x \mapsto f(x)$.

Для тройки вида (D, Γ, p), где полиэдр Γ имеет $\leqslant 4$ вершин, указывается критерий того, когда эта тройка является остовом некоторого типичного гладкого погружения $f : S^2 \looparrowright \mathbb{R}^3$. Библ. – 4 назв.

УДК 514.172.45

Сильно симметричные многогранники. Субботин В. И. – В кн.: Геометрия и топология. 8 (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 299), СПб., 2003, с. 314–325.

Дается определение сильно симметричных выпуклых многогранников в трехмерном евклидовом пространстве и их классификация. Библ. – 5 назв.