Записки научных
семинаров ПОМИ
Том 306, 2003 г.

К ЮБИЛЕЮ ВСЕВОЛОДА АЛЕКСЕЕВИЧА СОЛОННИКОВА

В этом году исполнилось 70 лет Всеволоду Алексеевичу Солонникову – замечательному ученому, одному из ярких представителей петербургской математической школы. Его выдающиеся результаты по точным оценкам решений краевых и начально-краевых задач для линейных систем эллиптического и параболического типа, для системы Стокса и ее обобщений, а также его работы по математическому исследованию задач гидродинамики со свободными границами известны специалистам во всем мире.

Всеволод Алексеевич родился 8 июня 1933 года в Ленинграде, где и жил до войны с мамой и няней. Об отце он ничего не знает. В то время их семью поддерживал брат матери, занимавший видную должность в штабе Тихоокеанского военного флота. Однако в трагическом 1937 году он, как и многие военные, был репрессирован и расстрелян.

Годы войны Всеволод Алексеевич проводит вместе с няней в эвакуации в Кировской области. В это время его мать остается в блокадном Ленинграде и умирает в январе 1942 года. У Всеволода Алексеевича остается только няня, которая относится к нему как к родному ребенку, но не имеет возможности его содержать. После возвращения из эвакуации в голодный Ленинград няня вынуждена отдать Всеволода Алексеевича в детский дом N 7.

В 1947 году Всеволод Алексеевич поступает в музыкальную школу-десятилетку при Ленинградской Консерватории и учится играть на виолончели, живет он в интернате при школе. Как истинно талантливый человек, В. А. проявляет свою неординарность и учась музыке: он поступает в 1951 году на теоретико-композиторский факультет Ленинградской Консерватории и успешно заканчивает первый курс. Тем не менее, любовь к физике и математике, привитая ему еще в интернате прекрасным педагогом по физике Юлием Ароновичем Мирским, берет верх, и в 1952 г. В. А. поступает на физический факультет Ленинградского Университета. Начинается новый этап его жизни.

Годы учебы в музыкальной школе и Консерватории, несомненно, оставили глубокий след в душе В. А., в эти годы он приобрел много друзей в музыкальном мире, познакомился со своей будущей женой – Татьяной Федоровной Гамовой. Любовь к музыке он сохранил на всю жизнь, до сих пор его любимый отдых – посещение концертов классической музыки.

Во время обучения на физическом факультете В. А. все больше увлекается математикой. Он посещает лекции и семинары Ольги Александровны Ладыженской и пишет диплом под ее руководством. В своей дипломной работе В. А. рассматривает краевую задачу для эллиптического уравнения с малым параметром ε при старших производных и исследует поведение решения при $\varepsilon \to 0$. По материалам диплома он пишет свою первую научную работу [1].

В 1957 г. В. А. оканчивает Университет и получает диплом с отличием. О. А. Ладыженская берет его на работу в ЛОМИ (Ленинградское отделение Математического института им. В. А. Стеклова) в свою научную группу. Одним из общих направлений научной работы, которые Ольга Александровна ставила в те годы перед своими учениками, являлось изучение различных классов функциональных пространств и получение предельно точных априорных оценок для решений основных краевых задач математической физики в нормах этих пространств. В. А. успешно работает в этом направлении, в своей кандидатской диссертации (1961 г.) он доказывает точные априорные оценки решений простейших краевых задач для уравнений эллиптического и параболического типов, а также для стационарной системы Стокса в пространствах Соболева. Вскоре О. А. Ладыженская берет в свою научную группу еще одного талантливого выпускника физфака – Кирилла Капитоновича Головкина. Молодые ученые много работают вместе, расширяя и дополняя результаты друг друга по различным вопросам анализа и их приложениям в гидродинамике [2]. Уже в 1965 г. В. А. защищает докторскую диссертацию, в которой рассматривает параболические системы общего вида. Для этого класса систем строится теория разрешимости начально-краевых задач в пространствах Соболева и Гельдера [3–5], что завершает создание общей теории таких задач, начатое академиком И. Г. Петровским. Представление о методах исследования параболических задач, разработанных В. А., дают главы 4 и 7 книги [6].

Теоремы об оценках интегральных операторов, доказанные в первой части диссертации, используются также для оценки решения первой начально-краевой задачи для трехмерной нестационарной системы Стокса, которая не является параболической [7]. С помощью этих оценок В. А. исследует затем дифференциальные свойства обобщенных решений нестационарной системы Навье–Стокса [8]. И в дальнейшем В. А. продолжает отшлифовывать доказательства получения точных оценок решений линеаризованных систем. В работе 1973 г. [9] он приводит еще одно доказательство предельно точных оценок в пространствах Соболева и Гёльдера для нестационарной задачи Стокса. Позже, когда возник интерес к анизотропным пространствам, В. А. получил точные оценки в пространствах $L_{q,r}(Q_q)$ для системы Стокса [10] и линеаризации модифицированных уравнений Навье–Стокса, предложенных О. А. Ладыженской.

С 70-х годов главные научные интересы В. А. сосредоточены на изучении разнообразных задач гидродинамики [11, 12 и другие]. В середине 70-х Ольга Александровна привлекает его к изучению краевых задач для уравнений Стокса и Навье–Стокса в областях с некомпактными границами. В основополагающих работах [13, 14] они выделили и изучили основные функциональные пространства, в рамках которых получаются наиболее красивые результаты. Они показали также, как результаты О. А. Ладыженской 50-х годов по разрешимости краевых задач для систем Стокса и Навье–Стокса позволяют доказать разрешимость таких же задач для областей с некомпактными границами в случае областей с достаточно широкими выходами на бесконечность. Затем в работах [15 и другие] они исследовали задачи для областей с произвольными выходами на бесконечность, требующими уже отказа от конечности интеграла Дирихле. Эти исследования были продолжены их учениками – Л. В. Капитанским, К. И. Пилецкасом [16, 17] и другими. В [18] дан обзор результатов по задачам с некомпактными границами.

В 70-х же годах начинается изучение задач со свободными границами для вязких несжимаемых жидкостей. Важным блоком при изучении таких задач является краевая задача для системы Стокса, в которой на одной части границы задается нормальная компонента поля скоростей и касательная часть вектора нормальных напряжений, а на другой части – условие прилипания. Такая задача является частным случаем задач по общим эллиптическим системам, исследованным В. А. в 60-х годах. Детальный анализ, касающийся системы Стокса, был дан в работе [19].

Значительно труднее было исследовать задачи со свободными границами при наличии контакта свободной поверхности с твердой стенкой. В. А. принадлежат первые замечательные результаты по этим задачам в двумерных и трехмерных ограниченных областях [20, 21]. Это потребовало нахождения весовых пространств Соболева и Гёльдера, в которых имеют место коэрцитивные оценки для областей с ребрами.

Имея в виду приложения к контактным задачам со свободными границами, В. А. доказывает в 80-е годы теоремы о разрешимости классических начально-краевых задач в двугранном угле [22, 23]. Позднее, вместе со своей аспиранткой Е. В. Фроловой, он исследует задачу, в которой на одной из граней угла ставится краевое условие с производной по времени [24].

В. А. изучает также задачи со свободными границами для параболических уравнений 2-го порядка. В цикле его совместных работ с Г. И. Бижановой [25, 26 и другие] доказаны теоремы о локальной по времени разрешимости задач Стефана и Веригина в весовых пространствах Гёльдера без потери гладкости решения со временем и при минимальных условиях согласования. Аналогичный результат в пространствах Соболева для однофазной задачи Стефана получен в [27].

В начале 80-х годов В. А. приступает к изучению задачи о движении капли в полной ее постановке. Этот цикл его трудов открывается небольшой статьей 1984 г. [28], где он дает постановку задачи об эволюции изолированного объема вязкой несжимаемой капиллярной жидкости и приводит подробный план доказательства локальной однозначной разрешимости этой задачи в анизотропных пространствах Соболева–Слободецкого. В последствии этот план уточняется, так как исследование этой задачи оказалось сложнее, чем предполагал вначале автор. Для доказательства существования решения линейной задачи В. А. применяет свой метод построения регуляризатора, описанный им еще в монографии [6]. Полное доказательство локальной разрешимости задачи о движении вязкой капли было закончено к началу 90-х годов [29, 30]. Аналогичный результат для этой задачи в гёльдеровских классах функций был получен В. А. вместе со своим учеником И. Ш Могилевским [31, 32]. В этом случае трудность оценки явного решения модельной полупространственной задачи состоит в отсутствии теоремы аналогичной теореме Кальдерона–Зигмунда для оценки сингулярных интегралов. В. А. Солонников и И. Ш. Могилевский применяют довольно сложный метод мультипликаторов Фурье для пространств Гёльдера. Эта тяжелая техника была впоследствии заменена Всеволодом Алексеевичем на более простую, но в гёльдеровских пространствах со сниженным показателем гладкости по времени [33]. Развитие этого упрощенного метода (см. также [34]) позволило В. А. (в соавторстве со своей ученицей И. В. Денисовой) доказать также локальную разрешимость аналогичной задачи для сжимаемой жидкости уже без потери гладкости по времени [35, 36].

Для малых начальных скоростей и для начальной формы капли близкой к шару В. А. получает существование глобального решения задачи о движении конечного объема самогравитирующей капиллярной несжимаемой [37], а затем и сжимаемой [38] жидкости. Он показывает, что в системе координат, связанной с центром масс капли, решение при больших временах приближается к вращению жидкости как твердого тела вокруг некоторой оси, а область, занимаемая жидкостью, стремится к фигуре равновесия. Позднее, В. А. исследует устойчивость осесимметрических фигур равновесия [39]. Совсем недавно В. А. Солонникову удалось показать, что достаточным условием устойчивости является положительность второй вариации функционала энергии [40]. Этот результат можно считать аналогом классических выводов А. М. Ляпунова, который анализировал устойчивость эллипсоидальных форм равновесия вращающейся жидкости без учета сил поверхностного натяжения.

Подробное изложение своих результатов и методов исследования задач со свободными границами В. А. привел в лекциях, прочитанных им в Летней школе на Мадейре в июне 2000 года [41].

К сожалению, в такой краткой заметке нет возможности перечислить все результаты и методы В. А. Солонникова. Они вошли в золотой фонд математики, освещены в монографиях и использованы в многочисленных статьях разных авторов. Монография [6], написанная В. А. в соавторстве с О. А. Ладыженской и Н. Н. Уральцевой, до сих пор является одной из наиболее цитируемых книг по параболическим уравнениям.

С 1969 года в течение 20-ти лет, параллельно с научной работой, В. А. работал на кафедре математической физики математико-механического факультета ЛГУ. В 1979 году ему было присвоено звание профессора. В соавторстве с Н. Н. Уральцевой им написано учебное пособие [42]. В. А. Солонников читал основные и специальные курсы лекций, привлекал студентов к научной работе. У него появилось много дипломников и аспирантов, в том числе и из других республик СССР: Литвы, Армении, Казахстана, Узбекистана, Молдавии. Выше мы указали некоторых из них.

В. А. всегда заботливо относился к своим ученикам, и не забывал их впоследствии, внимательно и чутко следя за их работой. Для многих его учеников его дом стал родным. Во многом этому способствовало радушие и гостеприимство его жены Татьяны Федоровны, которая, к большому сожалению, ушла из жизни в октябре 2002 года.

С начала 80-х годов В. А. регулярно выезжает в длительные научные командировки в Европу, много общается с зарубежными коллегами и овладевает четырьмя европейскими языками. У него появляется множество соавторов, учеников и последователей в Германии, Италии, Португалии и других странах.

Его приглашают читать лекции в Колледж де Франс, в центр Банаха, в различные университеты Португалии, Италии, Германии. Научные успехи В. А. высоко оценены и в России, и зарубежом. С 1964 г. по 1986 г. В. А. работал в должности старшего научного сотрудника, а с 1986 г. и по настоящее время – в должности ведущего научного сотрудника лаборатории математической физики ЛОМИ. В 2002 г. он был удостоен премии Гумбальтовского научного фонда (Германия). В этом же году ему присвоено звание профессора Университета г. Феррара (Италия).

В 2003 г., юбилейном для Всеволода Алексеевича, прошли две конференции, посвященные его 70-летию: “Основные тенденции в развитии уравнений математической физики” (7–10 июня 2003 г., Обидош, Португалия) и “Направления развития теории уравнений в частных производных” (6–9 ноября 2003 г., Феррара, Италия).

И. В. Денисова, О. А. Ладыженская, Г. А. Серегин, Н. Н. Уральцева, Е. В. Фролова

Литература

1. В. А. Солонников, *О линейных дифференциальных уравнениях с малым параметром при старших производных.* — ДАН **119**, No. 3 (1958), 454–457.
2. К. К. Головкин, В. А. Солонников, *Оценки интегральных операторов в трансляционно-инвариантных нормах.* — Труды МИАН **70** (1964), 47–58.
3. В. А. Солонников, *О краевых задачах для общих линейных параболических систем.* — ДАН СССР **157**, No. 1 (1964), 56–59.
4. В. А. Солонников, *Априорные оценки для уравнений второго порядка параболического типа.* — Труды МИАН **70** (1964), 133–212.
5. В. А. Солонников, *О краевых задачах для линейных параболических систем дифференциальных уравнений общего вида.* — Труды МИАН **83** (1965), 3–162.
6. О. А. Ладыженская, В. А. Солонников, Н. Н. Уральцева, *Линейные и квазилинейные уравнения параболического типа.* Наука, М. (1964).
7. В. А. Солонников, *Оценки решений нестационарной линеаризованной системы уравнений Навье–Стокса.* — Труды МИАН **70** (1964), 213–317.
8. В. А. Солонников, *О дифференциальных свойствах решений первой краевой задачи для нестационарной системы уравнений Навье–Стокса.* — Труды МИАН **73** (1964), 221–291.
9. В. А. Солонников, *Оценки решений нестационарной системы Навье–Стокса.* — Зап. научн. семин. ЛОМИ **38** (1973), 153–231.
10. В. А. Солонников, *Оценки решений уравнений Стокса в пространствах С. Л. Соболева со смешанной нормой.* — Зап. научн. семин. ПОМИ **288** (2002), 204–231.
11. О. А. Ладыженская, В. А. Солонников, *Об однозначной разрешимости начально-краевой задачи для вязких несжимаемых неоднородных жидкостей.* — Зап. научн. семин. ЛОМИ **52** (1975), 52–109.
12. О. А. Ладыженская, В. А. Солонников, *О принципе линеаризации и инвариантных многообразиях для задач магнитной гидродинамики.* — Зап. научн. семин. ЛОМИ **38** (1973), 46–93.
13. О. А. Ладыженская, В. А. Солонников, *О разрешимости краевых и начально-краевых задач для уравнений Навье–Стокса в областях с некомпактными границами.* — Вестник ЛГУ **13**, No. 3 (1977), 39–47.
14. О. А. Ладыженская, В. А. Солонников, *О некоторых задачах векторного анализа и обобщенных постановках краевых задач для уравнений Навье–Стокса.* — Зап. научн. семин. ЛОМИ **59** (1976), 81–116.
15. О. А. Ладыженская, В. А. Солонников, *О нахождении решений краевых задач для стационарных уравнений Стокса и Навье–Стокса, имеющих неограниченный интеграл Дирихле.* — Зап. научн. семин. ЛОМИ **96** (1980), 117–160.
16. Л. В. Капитанский, К. И. Пилецкас, *О пространствах соленоидальных векторных полей в областях с некомпактными границами сложной формы.* — Труды МИАН **159** (1982), 5–35.

17. В. А. Солонников, К. И. Пилецкас, *О некоторых пространствах соленоидальных векторов и о разрешимости краевой задачи для системы уравнений Навье–Стокса в областях с некомпактными границами.* — Зап. научн. семин. ЛОМИ **79** (1977), 136–151.
18. В. А. Солонников, *О задачах гидродинамики вязкой несжимаемой жидкости в областях с некомпактными границами.* — Алгебра и анализ **4**, No. 6 (1992), 28–53.
19. В. А. Солонников, В. Е. Щадилов, *Об одной краевой задаче для стационарной системы уравнений Навье–Стокса.* — Труды МИАН **125** (1973), 196–210.
20. В. А. Солонников, *Разрешимость задачи о плоском движении тяжелой вязкой несжимаемой капиллярной жидкости, частично заполняющей некоторый сосуд.* — Изв. АН СССР, сер. матем. **43** (1979), 203–236.
21. В. А. Солонников, *Разрешимость трехмерной задачи со свободной границей для стационарной системы уравнений Навье–Стокса.* — Зап. научн. семин. ЛОМИ **84** (1979), 252–285.
22. В. Зайончковский, В. А. Солонников, *О задаче Неймана для эллиптических уравнений второго порядка в областях с ребрами на границе.* — Зап. научн. семин. ЛОМИ **127** (1983), 7–48.
23. В. А. Солонников, *О разрешимости классических начально-краевых задач для уравнения теплопроводности в двугранном угле.* — Зап. научн. семин. ЛОМИ **138** (1984), 146–180.
24. В. А. Солонников, Е. В. Фролова, *Об одной нестационарной задаче в двугранном угле.* II. — Зап. научн. семин. ЛОМИ **188** (1991), 178–185.
25. Г. И. Бижанова, В. А. Солонников, *О разрешимости начально-краевой задачи для параболического уравнения второго порядка с производной по времени в граничном условии в весовом гельдеровском пространстве функций.* — Алгебра и анализ **5** (1993), 109–142.
26. Г. И. Бижанова, В. А. Солонников, *Задачи со свободными границами для параболических уравнений второго порядка.* — Алгебра и анализ **12 (6)** (2000), 98–139.
27. В. А. Солонников, Е. В. Фролова, *L_p-теория для задачи Стефана.* — Зап. научн. семин. ПОМИ **243** (1997), 299–323.
28. В. А. Солонников, *Разрешимость задачи об эволюции изолированного объема вязкой несжимаемой капиллярной жидкости.* — Зап. научн. семин. ЛОМИ **140** (1984), 179–186.
29. В. А. Солонников, *Об одной начально-краевой задаче для системы Стокса, возникающей при изучении задачи со свободной границей.* — Труды МИАН СССР **188** (1990), 150–188.
30. В. А. Солонников, *Разрешимость задачи об эволюции вязкой несжимаемой жидкости, ограниченной свободной поверхностью, на конечном интервале времени.* — Алгебра и анализ **3**, No. 1 (1991), 222–257.
31. И. Ш. Могилевский, В. А. Солонников, *Разрешимость одной некоэрцитивной начально-краевой задачи для системы Стокса в гельдеровских классах функций.* — Z. Anal. Anwendungen **8**, No. 4 (1989), 329–347.
32. I. Sh. Mogilevskiĭ, V. A. Solonnikov, *On the solvability of an evolution free boundary problem for the Navier–Stokes equations in Hölder spaces of functions.* —

Mathematical Problems Relating to the Navier–Stokes Equations, ser. on Advances in Math. Appl. Sci. (G. P. Galdi, eds.), vol. 11, World Sci. Publ., 1992, 105–181.

33. В. А. Солонников, *Оценки решения второй начально-краевой задачи для системы Стокса в пространствах функций с непрерывными по Гёльдеру производными по пространственным переменным.* — Зап. научн. семин. **259** (1999), 254–279.
34. V. A. Solonnikov, *On the justification of the quasistationary approximation in the problem of motion of a viscous capillary drop.* — Interfaces and Free Bundaries **1**, No. 2 (1999), 125–173.
35. И. В. Денисова, В. А. Солонников, *Классическая разрешимость модельной задачи в полупространстве, связанной с движением изолированной массы сжимаемой жидкости.* — Зап. научн. семин. ЛОМИ **271** (2000), 92–113.
36. И. В. Денисова, В. А. Солонников, *Классическая разрешимость задачи о движении изолированной массы сжимаемой жидкости.* — Алгебра и анализ **14**, No. 1 (2002), 71–98.
37. В. А. Солонников, *О неустановившемся движении конечной изолированной массы самогравитирующей жидкости.* — Алгебра и анализ **1**, No. 1 (1989), 207–248.
38. V. A. Solonnikov, *Evolution free boundary problem for equations of motion of viscous compressible barotropic self-gravitating fluid.* — SAACM **3**, No. 4 (1993), 257–275.
39. В. А. Солонников, *Оценка обобщенной энергии в задаче со свободной границей для вязкой несжимаемой жидкости.* — Зап. научн. семин. ПОМИ **282** (2001), 216–243.
40. В. А. Солонников, *Об устойчивости осесимметрических фигур равновесия вращающейся вязкой несжимаемой жидкости.* — Алгебра и анализ **16**, No. 2 (2004) (в печати).
41. V. A. Solonnikov, *Lectures on Evolution Free Boundary Problems: Classical Solutions, in Math. Aspects of Evolving Interfaces.* — Lecture Notes in Maths., Springer **1812** (2003), 123–175.
42. В. А. Солонников, Н. Н. Уральцева, *Избранные главы анализа и высшей алгебры.* Изд-во ЛГУ (1981).

С.-Петербургское отделение
Математического института
им. В. А. Стеклова РАН

Поступило 15 ноября 2003 г.