Записки научных
семинаров ПОМИ
Том 308, 2004 г.

В. Б. Филиппов, Н. Я. Кирпичникова, Н. Г. Власюк

КОМБИНИРОВАННЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА ПОЛЯ ТОЧЕЧНОГО ИСТОЧНИКА В ВОЛНОВОДЕ (СЛАБОИСКРИВЛЕННАЯ СЛОИСТАЯ СРЕДА)

**Работа посвящается П. В. Крауклису
в связи с его семидесятилетием**

В настоящей статье продолжается исследование задачи распространения звука от точечного источника в глубинном волноводе для скорости, слабо зависящей от координаты вдоль оси волновода, но имеющей минимум по глубине и произвольно изменяющейся с глубиной.

Асимптотическим комбинированным методом будет найдено интерференционное поле вблизи оси волновода на дальних расстояниях от источника. С этой целью необходимо сделать ряд предположений о поведении градиентов скорости, как по глубине, так и по координате, изменяющейся вдоль оси волновода. После предположений относительно скорости звуковой волны в волноводе и относительно областей расположения источника и наблюдателя, приведем задачу со слабо изменяющейся вдоль оси волновода скоростью к задаче со скоростью, не зависящей от продольной координаты в волноводе.

Окончательно, комбинированным методом получим в несколько измененном виде поле в волноводе как сумму нормальных, геометрооптических волн и остатка, сведя поставленную задачу к эталонной задаче, имеющей точное решение.

1. Постановка задачи.

Рассмотрим плоскую модель волновода. Давление звукового поля в волноводе будет зависеть только от двух координат

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (РФФИ) (грант 02-01-00260).

$u(x,z)$, глубина водного слоя постоянна $H = \text{const}$. Предположим, что для исследуемой среды скорость имеет один минимум $c_* = c(\varepsilon x, z^*)$ по глубине z^*. Будем изучать модель поведения скорости звука, слабо зависящей от горизонтальной составляющей $c = c(\varepsilon x, z)$.

Для скорости, зависящей произвольным образом от глубины и слабо зависисящей от x, $c = c(\varepsilon x, z)$, комбинированным методом найдем поле "осевой волны" от точечного источника в волноводе. Далее сравним его с полем эталонной задачи распространения волн в волноводе при специально подобранном показателе преломления [1] и с решением задачи о поле точечного источника в волноводе, имеющего скорость распространения, зависящую только от глубины [2].

Пусть звуковое давление $u(x,z)$ удовлетворяет уравнению Гельмгольца

$$(\Delta + K^2\, N^2)u = -\delta(x)\delta(z - z_0), \quad 0 < z < H, \tag{1.1}$$

$$K(\varepsilon x) = \omega\, n(\varepsilon x, z^*), \quad N(\varepsilon x, z) = n^{-1}(\varepsilon x, z^*) n(\varepsilon x, z), \quad c(\varepsilon x, z^*) = c_*,$$

$$(\Delta + \omega^2 n_H^2)u = 0, \quad z > H, \tag{1.2}$$

На свободной поверхности будет выполнено условие Дирихле

$$u\,|_{z=0} \,=\, 0. \tag{1.3}$$

На границе раздела $z = H$ жидкости и дна поставим условия сопряжения

$$u\,|_{z=H-0} \,=\, u\,|_{z=H+0}, \quad \left.\frac{\partial u}{\partial z}\right|_{z=H-0} \,=\, \left.\frac{1}{\varkappa}\frac{\partial u}{\partial z}\right|_{z=H+0}, \quad \varkappa \,>\, 1. \tag{1.4}$$

Условия (1.4) определяют равенство давлений и непрерывность вертикальных составляющих скорости частиц жидкости в звуковой волне на поверхности дна, $\varkappa$ определяется отношением плотностей водного слоя и дна.

Кроме того, функция $u(x,z)$ должна удовлетворять принципу предельного поглощения:

$$u(r) \to 0, \quad r = \sqrt{x^2 + z^2} \to \infty, \quad \Im k \,>\, 0. \tag{1.5}$$

Показатель преломления $N(\varepsilon x, z) = n(\varepsilon x, z) n(\varepsilon x, z^*)^{-1}$ имеет один максимум по глубине волновода в точке $z = z^*$ равный единице. Рассмотрения проведем для точек источника и наблюдателя

$z_0, z \ll H$, принадлежащих окрестности максимума показателя преломления.

В реальных условиях для глубинного волновода в рассматриваемых средах показатель преломления $N(\varepsilon x, z)$ при $z < H$ слабо отклоняется от единицы $N(\varepsilon x, z^*) = 1$. Это обстоятельство можно записать условием

$$\epsilon = H \max_{z<H} |N'_z(\varepsilon x, z)| \ll 1,$$

которое отличает глубинный волновод от поверхностного $(N'_z(\varepsilon x, z) > 0)$.

В окрестности максимума z^*, где будут проведены исследования осевой волны для $z, z_0 \ll H$, квадрат показателя преломления $N^2(\varepsilon x, z)$ может быть представлен в виде

$$N^2(\varepsilon x, z) = 1-(z-z^*)^2 \frac{[-n''_{zz}(\varepsilon x, z^*)]}{n(\varepsilon x, z^*)} + (z-z^*)^3 \frac{n'''_{zzz}(\varepsilon x, z^*)}{3n(\varepsilon x, z^*)} + \ldots, \quad (1.6)$$

$$l_\perp^2 = \frac{[-n''_{zz}(\varepsilon x, z^*)]}{n(\varepsilon x, z^*)},\ [-n''_{zz}(\varepsilon x, z^*)] > 0,\ \frac{(z-z^*)n'''_{zzz}(\varepsilon x, z^*)}{3[-n''_{zz}(\varepsilon x, z^*)]} \ll 1. \quad (1.7)$$

Следовательно, в окрестности максимума показателя преломления мы находимся в условиях эталонной задачи с показателем близким к такому

$$n = n(z) = \sqrt{1 - \left(\frac{z}{l_\perp}\right)^2}, \quad |z| < l_\perp, \quad (1.8)$$

для которого возможно точное решение задачи.

Для слабоискривленной слоистой среды лучи являются экстремалью функционала $\int N(\varepsilon x, z) ds$ и лежат в плоскости (x, z).

Заметим, что луч, упавший на дно $z = H$ под углом, большим угла полного внутреннего отражения, отражается от дна. Луч, упавший на дно под углом, меньшим угла полного внутреннего отражения, не только отражается от дна, но и преломляется в него. Поскольку подстилающее дно предполагается однородным, луч, преломившийся в дно, не возвращается более в водный слой. Это обстоятельство дает возможность ограничиться рассмотрением лучей только в слое $0 \leqslant z < H$.

Решение задачи будем строить в виде интеграла

$$u(x,z)=\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{+\infty} e^{i\,K(\varepsilon x)\,\zeta[x+\beta(Z(\varepsilon x,z))]}\Psi(Z(\varepsilon x,z),\zeta)\,K(\varepsilon x)\,d\zeta. \qquad (1.9)$$

Подставим решение (1.9) в уравнение (1.1), введя предварительно вместо переменных $(z-z^{*})$ и x новые

$$Z(\varepsilon x,z)=2\alpha(\varepsilon x,z)(z-z^{*}),\quad \boldsymbol{x}=\varepsilon x. \qquad (1.10)$$

Для функции $\Psi(Z(\varepsilon x))$ получим следующее уравнение:

$$\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\Bigg\{\Psi''4\alpha^2\left[1+\frac{Z^2(\varepsilon\nabla_{\boldsymbol{x}}[\ln\alpha])^2}{4\alpha^2}\right]+K^2\Psi\Bigg[1-\frac{Z^2}{4l_{\perp}^2\,\alpha^2}+$$
$$+\frac{Z^3n'''_{zzz*}}{24n_*\alpha^3}-\zeta^2(1+\varepsilon\nabla_{\boldsymbol{x}}[\ln n_*](x+\beta)+\varepsilon\beta' Z\nabla_{\boldsymbol{x}}[\ln\alpha])^2-\zeta^2 4\alpha^2(\beta')^2\Bigg]+$$
$$+2iK\zeta\Psi' Z\varepsilon\nabla_{\boldsymbol{x}}[\ln\alpha]\Bigg[1+\varepsilon\nabla_{\boldsymbol{x}}[\ln n_*](x+\beta)+\beta' Z\varepsilon\nabla_{\boldsymbol{x}}[\ln\alpha]+$$
$$+\beta'\frac{4\alpha^2}{Z\varepsilon\nabla_{\boldsymbol{x}}[\ln\alpha]}+\frac{\varepsilon(\nabla_{\boldsymbol{x}}(\nabla_{\boldsymbol{x}}[\ln\alpha]+(\nabla_{\boldsymbol{x}}[\ln\alpha])^2)}{2iK\zeta\nabla_{\boldsymbol{x}}[\ln\alpha]}\Bigg]$$
$$+i\zeta K\Psi\Bigg(\beta''4\alpha^2\left[1+\frac{Z^2(\varepsilon\nabla_{\boldsymbol{x}}[\ln\alpha])^2}{4\alpha^2}\right]+2\varepsilon\nabla_{\boldsymbol{x}}[\ln n_*](1+\beta' Z\varepsilon\nabla_{\boldsymbol{x}}[\ln\alpha])$$
$$+\varepsilon^2\frac{n''_{xx*}}{n_*}(x+\beta)+\beta' Z\varepsilon^2\frac{\alpha''_{xx}}{\alpha}\Bigg)\Bigg\}e^{iK\zeta[x+\beta]}d\,K\zeta=-\,2\alpha\delta(x)\delta(Z-Z_0). \qquad (1.11)$$

Сделаем предположения о поведении скорости по параметрам $\varepsilon x, z$. Пусть

$$\frac{Z^2(\varepsilon\nabla_{\boldsymbol{x}}[\ln\alpha])^2}{4\alpha^2}\ll 1,\quad \boldsymbol{x}\nabla_{\boldsymbol{x}}[\ln n^{*}]\ll 1,\quad \frac{Zn'''_{zzz*}}{3![-n''_{zz*}]2\alpha}\ll 1.$$

Для того, чтобы уравнение (1.11) в главном приближении превратилось в уравнение Вебера, следует выбрать

$$\beta=-\frac{Z^2\,(\varepsilon\nabla_{\boldsymbol{x}}[\ln\alpha])}{8\alpha^2},\quad \beta'=-\frac{Z\,(\varepsilon\nabla_{\boldsymbol{x}}[\ln\alpha])}{4\alpha^2}(1+\boldsymbol{x}\nabla_{\boldsymbol{x}}[\ln n_*]),$$

и, кроме этого, необходимо выполнение условия

$$|\beta| = \left|\frac{Z^2\,(\varepsilon\nabla_{\boldsymbol{x}}[\ln\alpha])}{8\alpha^2}\right| \ll x, \quad \varepsilon\nabla_{\boldsymbol{x}}[\ln\alpha]x \ll 1.$$

Определим функцию $\alpha(\varepsilon x)$, введем вместо $z - z^*$ и ζ новые переменные Z и t, а также большой параметр задачи $\mathcal{K}$ следующим образом

$$\alpha(\varepsilon x) = \sqrt{\frac{\mathcal{K}[-n''_{zz}(\varepsilon x, z^*)]}{n(\varepsilon x, z^*)}}, \quad Z = 2\frac{\sqrt{\mathcal{K}}(z - z^*)}{l_\perp}, \quad t + \frac{1}{2} = (1 - \zeta^2)\mathcal{K},$$

$$l_\perp = \sqrt{\frac{n(\varepsilon x, z^*)}{-n''_{zz}(\varepsilon x, z^*)}}, \quad \mathcal{K} = \frac{K}{2}\sqrt{\frac{n_*}{[-n''_{zz}(z^*)]}} = \frac{K\,l_\perp}{2} \gg 1. \qquad (1.12)$$

Тогда уравнение (1.11) перейдет в уравнение Вебера для функций параболического цилиндра $D_t(Z)$, $D_t(-Z)$ с дельта функцией в правой части:

$$\frac{\partial^2\Psi}{\partial Z^2} + \big(t + \frac{1}{2} - \frac{Z^2}{4}\big)\Psi = -\frac{l_\perp}{2\sqrt{\mathcal{K}}}\delta(Z - Z_0), \qquad (1.13)$$

где параметры Z_0, Z_1, Z_2 определены формулами

$$Z_0 = 2\sqrt{\mathcal{K}}\frac{(z_0 - z^*)}{l_\perp}, \quad Z_1 = 2\sqrt{\mathcal{K}}\frac{(-z^*)}{l_\perp},$$

$$Z_2 = 2\sqrt{\mathcal{K}}\frac{(H - z^*)}{l_\perp}.$$

Построим из двух линейно-независимых решений уравнения Вебера функцию Грина $\Psi(Z, Z_0, \zeta)$ задачи Штурма–Лиувилля по аналогии со статьей [2]:

$$\Psi(Z_>, Z_<, \zeta) = \frac{\Psi_1(Z_>)\Psi_2(Z_<)}{W(\Psi_1\Psi_2)}. \qquad (1.14)$$

Здесь через $Z_>, (Z_<)$ обозначены наибольшее, соответственно, (наименьшее) значение аргументов (Z, Z_0), $W(\Psi_1\Psi_2)$ — определитель Вронского двух линейно независимых решений Ψ_1, Ψ_2.

Линейно независимые решения Ψ_1, Ψ_2 определены формулами

$$\left.\begin{aligned} \Psi_1(Z) &= D_t(Z)D_t(-Z_1) - D_t(-Z)D_t(Z_1),\\ \Psi_2(Z) &= \mathcal{A}\,D_t(Z) + \mathcal{B}\,D_t(-Z), \end{aligned}\right\} \qquad (1.15)$$

в которых коэффициенты $\mathcal{A}$ и $\mathcal{B}$ найдены из условий согласования и совпадают с соответствующими коэффициентами в [2]

$$\mathcal{A} = [D_t'(-Z_2) - \frac{K\sqrt{\zeta^2 - n_H^2}}{\varkappa} D_t(-Z_2)];$$

$$\mathcal{B} = [D_t'(Z_2) + \frac{K\sqrt{\zeta^2 - n_H^2}}{\varkappa} D_t(Z_2)].$$

Тогда определитель Вронского $W(\Psi_1\Psi_2)$ двух линейно независимых решений Ψ_1, Ψ_2 равен

$$W(\Psi_1\Psi_2) \;=\; \Psi_1 \frac{\partial \Psi_2}{\partial Z} \;-\; \Psi_2 \frac{\partial \Psi_1}{\partial Z} \;=$$

$$= -W(D_t(Z)D_t(-Z))[\mathcal{A}\, D_t(Z_1) \;+\; \mathcal{B}\, D_t(-Z_1)], \qquad (1.16)$$

где $W(D_t(Z)D_t(-Z))$ — вронскиан функций параболического цилиндра $D_t(Z)$ и $D_t(-Z)$ равный

$$W(D_t(Z)D_t(-Z)) = 2D_t(0)\, D_t'(0) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}}\Gamma(t+1)\, \sin\, \pi t. \qquad (1.17)$$

Решение задачи о вычислении поля точечного источника в волноводе с показателем преломления близким к (1.8) определяется следующим интегралом

$$u(x,z) = -\frac{1}{4\pi}\sqrt{\mathcal{K}} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{i\,K\,x\,\zeta}\, D_t(Z_<)\, D_t(-Z_>)}{D_t(0)\, D_t'(0)} d\zeta. \qquad (1.18)$$

Решение задачи (1.1)-(1.5) приведено к виду (1.18), полностью совпадающему с представлением поля точечного источника эталонной задачи с показателем преломления (1.8). Следуя работам [1], [2], проведем всю схему комбинированного метода и представим полное поле $u(x,z)$ в виде суммы нормальных волн, отвечающих N вычетам подинтегральной функции, и некоторого контурного интеграла:

$$u = \sum_{n=1}^{N} u_n^{norm} + \frac{i}{4\pi}\sqrt{\mathcal{K}} \sum_{\alpha,\beta=\pm 1} \int\limits_{\gamma_N} \frac{\varphi(t, Z_>, Z_<) e^{iK\Phi_{M\alpha\beta}}}{1 - e^{i2\pi t}}\, d\zeta, \qquad (1.19)$$

$$u_n^{\mathrm{norm}} = \frac{i}{2\sqrt{\pi}} \frac{(-1)^n}{n!} \frac{e^{iKx\sqrt{1-\frac{2n+1}{2\mathcal{K}}}}}{\sqrt{2\mathcal{K} - (2n+1)}} D_n(Z_>) D_n(-Z_<),$$

$$\Phi_{m\alpha\beta} = x\zeta + \frac{t\pi}{K}\Big[2m+1+\frac{1}{2}(\alpha+\beta)\Big] - \frac{t+\frac{1}{2}}{K}\Big[\alpha P\Big(\frac{Z_>}{2\sqrt{t+\frac{1}{2}}}\Big) -$$

$$-\beta P\Big(\frac{Z_<}{2\sqrt{t+\frac{1}{2}}}\Big)\Big], \tag{1.20}$$

$$\varphi = \Big(t+\frac{1}{2}-\frac{Z_>^2}{4}\Big)^{-1/4}\Big(t+\frac{1}{2}-\frac{Z_<^2}{4}\Big)^{-1/4}, \tag{1.21}$$

где $P(x) = x\sqrt{1-x^2} + \arcsin x$.

Контур γ_N пересекает вещественную ось плоскости комплексного переменного ζ при $\zeta = a_N$ так, что

$$\zeta_{N+1} < a_N < \zeta_N, \quad \zeta_n = \sqrt{1-\frac{2n+1}{2\mathcal{K}}}. \tag{1.22}$$

Преобразовав контурный интеграл в сумму двух контурных интегралов, получим окончательную формулу

$$u = \sum_{n=1}^{N} u_n^{norm} + \sum_{m=M}^{\infty}\sum_{\alpha,\beta=\pm1} I^{(1)}_{m\alpha\beta} + \sum_{\alpha,\beta=\pm1} I^{(2)}_{M\alpha\beta}, \tag{1.23}$$

где

$$I^{(1)}_{m\alpha\beta} = \frac{i}{4\pi}\sqrt{\mathcal{K}}\int\limits_{\gamma^1} \varphi(\zeta, Z_>, Z_<) e^{iK\Phi_{m\alpha\beta}(\zeta,x,Z_>,Z_<)} d\zeta, \tag{1.24}$$

$$I^{(2)}_{M\alpha\beta} = \frac{i}{4\pi}\sqrt{\mathcal{K}}\int\limits_{\gamma^2_N} \varphi(\zeta, Z_>, Z_<) \frac{e^{iK\Phi_{M\alpha\beta}(\zeta,x,Z_>,Z_<)}}{1-e^{i2\pi t}} d\zeta. \tag{1.25}$$

Результат вычисления интеграла $I^{(1)}_{m\alpha\beta}$ по методу стационарной фазы дает геометрическую волну, проходящую через точки $(0, z_0 - z^*)$ и $(x, z - z^*)$ и имеющую $2m + 1 + (\alpha+\beta)/2$ циклов.

Слагаемое $\sum_{\alpha,\beta=\pm1} I^{(2)}_{M\alpha\beta}$ формул (1.23), (1.25) будет соответствовать осевой волне, которая вбирает в себя сложное интерференционное поле, сосредоточенное в окрестности линии минимума скорости по глубине волновода.

Применение метода стационарной фазы требует выполнения следующих неравенств.

Учитывая сделанные в [2] предположения, получим, что при $\zeta = \zeta_{m\alpha\beta}$, удовлетворяющем условию

$$1 - \zeta^2 \gg \max\left\{\frac{1}{Kl_\perp}, (\frac{z}{l_\perp})^2, \left(\frac{z}{x}\right)^{\frac{2}{2n-1}} (K\,x)^{-\frac{n-2}{2n-1}}\right\}, n \geqslant 2, \qquad (1.26)$$

проведение метода стационарной фазы для интеграла $I^{(1)}_{m\alpha\beta}$ не встретит препятствий.

Обратимся к интегралу $I^{(2)}_{M\alpha\beta}$. Предположим, что точка пересечения a_N контура в рассматриваемом интеграле с вещественной осью удовлетворяет неравенству

$$\zeta_{M\,\alpha\beta} \leqslant a_N \leqslant \zeta_{M-1\,\alpha'\beta'}, \qquad \forall\, \alpha, \beta, \alpha', \beta', \qquad (1.27)$$

где

$$\zeta_{m\alpha\beta} \sim \frac{x}{l_\perp \pi[2m + 1 + (\alpha + \beta)/2]}$$

является стационарной точкой для интеграла $I^{(1)}_{m\alpha\beta}$.

Тогда в окрестности точки $\zeta = a_N + i\xi$ имеем

$$I^{(2)}_{M\,\alpha\beta} \sim -\frac{1}{4\pi\sqrt{1-a_N^2}} e^{iK\Phi_{M\alpha\beta}(a_N)} \times$$

$$\times \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-K\Phi'_{M\alpha\beta}(a_N)\xi}}{1 - e^{i2\pi t(a_N)} e^{2\pi K l_\perp a_N \xi}}\, d\xi. \qquad (1.28)$$

Эту формулу можно записать в другом виде

$$I^{(2)}_{M\,\alpha\beta} \sim -\frac{1}{8\pi^2 K l_\perp a_N \sqrt{1-a_N^2}} \Big\{ e^{iK\Phi_{M\alpha\beta}(a_N)} \big[F(\alpha_N, \beta_N) +$$

$$F(2-\alpha_N, \beta_N)\big] - e^{iK\Phi_{M-1\,\alpha\beta}(a_N)} \big[F(1-\alpha_N, \beta_N) + F(1+\alpha_N, \beta_N)\big] \Big\}, \quad (1.29)$$

где

$$F(\alpha, \beta) = \int\limits_0^1 \frac{x^{\alpha-1}}{1 - 2x\cos\beta + x^2}\, dx, \qquad (1.30)$$

$$\alpha_N = -\frac{\Phi'_{M\,\alpha\beta}(a_N)}{2\pi l_\perp a_N}, \qquad \beta_N = K l_\perp \pi (1 - a_N^2) - \pi.$$

Заметим, что формула (1.29) имеет смысл при $1 > \alpha_N > 0$. Это выполняется, если справедливо неравенство (1.27) для величины a_N.

2. Основной результат.

При достаточно больших значениях волнового числа $K = \omega\, n_*(\varepsilon x, z^*)$ имеет место комбинированное представление (1.23) звукового поля u от точечного источника для скорости $c = c(\varepsilon x, z)$.

Функции $I^{(1)}_{m\alpha\beta}$ определяют геометрооптические волны, а для остатка $I^{(2)}_{M\alpha\beta}$ справедлива простая формула (1.29). Величины M и N (соответственно количество отщепленных геометрооптических и нормальных волн) находятся из таких условий, при которых выполнены неравенства (1.22), (1.26), (1.27).

Слабая зависимость скорости звуковых волн от координаты x приведет к следующим изменениям по сравнению с эталонной задачей [1] для скорости (1.8) и в сравнении со скоростью, зависящей лишь от глубины [2]:

1) большой параметр задачи $k = \omega n_*$ в работе [2] или $k = \omega n$ работы [1] здесь заменится параметром $K = \omega n(\varepsilon x, z^*)$. Этот параметр входит во все формулы решения;

2) параметры $l_\perp = \sqrt{\dfrac{n(\varepsilon x, z^*)}{-n''_{zz}(\varepsilon x, z^*)}}$ и $\alpha(\varepsilon x) = \sqrt{\mathcal{K} l_\perp^{-2}}$ содержащиеся также во всех формулах и неравенствах, зависят от медленной переменной εx;

3) кроме этого, предполагается медленное изменение градиентов скоростей и выполнение неравенств (см. неравенства между формулами (1.11) и (1.12)).

Литература

1. В. Б. Филиппов, *Об одном методе расчета поля точечного источника в волноводе.* — Зап. научн. семин. ЛОМИ АНСССР. **99** (1980), 146-156.
2. В. Б. Филиппов, Н. Я. Кирпичникова, Н. Г. Власюк, *Комбинированный метод расчета поля точечного источника в волноводе (Плоско-слоистая среда.)* — Зап. научн. семин. ПОМИ РАН **308** (2004), 197–224.

Philippov V. B., Kirpichnikova N. Ya., Vlasjuk N. G. Combined method of calculation of the field of the point source in a waveguide (Slightly curred media).

The two-dimensional problem of propagation of waves, raised by a point source, in an slightly curred waveguide is investigated. The Dirichlet condition is given on the bound of the wave guide and also two junction condition are defined on the interface between fluid and bottom. The velocity is supposed to be arbitrary depending with respect to the depth of the waveguide and to be weakly depending with respect to trace coordinate. With help of cumbersome transformation the solution is represented as a sum of the geometro-optical waves, the normal waves and the residual is shown. The sufficient conditions on the general amount of the detached normal and geometro-optical waves are obtained.

С.-Петербургское отделение
Математического института
им. В. А. Стеклова РАН

Поступило 19 марта 2004 г.