Рефераты

УДК 511. 44

Деформации диофантовых систем для квадратичных форм решеток корней A_n. Бударина Н. В. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 20. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 314), СПб., 2004, с. 5–14.

В работе рассматривается метод деформации диофантовых квадратичных систем в n-мерных решетках корней A_n, позволяющий получать сечения матричных квадратичных уравнений $Q[X] = A$ для квадратичных форм Q решеток A_n и формулы для числа представлений форм соответствующими сечениями. Библ. – 10 назв.

УДК 511.466+517.863

Распределение значений L-функций Гекке в точке 1. Голубева Е. П. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 20. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 314), СПб., 2004, с. 15–32.

Пусть $S_2(q)$ – множество новых форм веса 2 и простой ступени q. Основным результатом работы является следующая

Теорема. *Для достаточно больших q имеем*

$$\left|\frac{\#\{\log L_f(1) < x, f \in S_2(q)\}}{\dim S_2(q)} - G(x)\right| < \frac{\log^2 \log q}{\log q}, \tag{3}$$

где $G(x)$ – функция распределения случайной величины

$$\log \prod_p \left(1 - \frac{2\cos\varphi_p}{p} + \frac{1}{p^2}\right)^{-1}. \tag{4}$$

Здесь случайные величины φ_p независимы и распределены на промежутке $[0, \pi]$ μ_p-равномерно по мере

$$\mu_p = \frac{2}{\pi}\Big(1 + \frac{1}{p}\Big)\frac{\sin^2\varphi_p}{1 - \dfrac{2\cos 2\varphi_p}{p} + \dfrac{1}{p^2}}\,d\varphi_p.$$

Библ. – 9 назв.

УДК 511.466+517.863

Распределение собственных чисел операторов Гекке. Голубева Е. П. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 20. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 314), СПб., 2004, с. 33–40.

В работе уточняются результаты работы Серра и Конри, Дьюка, Фармера о распределении собственных чисел операторов Гекке T_p на пространстве параболических форм веса k при фиксированном p и растущем k. Библ. – 7 назв.

УДК 517.54

О множестве значений системы $\{f(z_1), \ldots, f(z_n)\}$ в классе типично вещественных функций. Голузина Е. Г. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 20. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 314), СПб., 2004, с. 41–51.

Исследуется множество $D_n(T)$ значений системы $\{f(z_1), f(z_2), \ldots, f(z_n)\}$, $n \geqslant 1$, где z_j $(j = 1, 2, \ldots, n)$ – любые различные фиксированные точки круга $U = \{z : |z| < 1\}$ с $\operatorname{Im} z_j \neq 0$ $(j = 1, 2, \ldots, n)$, в классе T функций $f(z) = z + a_2 z^2 + \ldots$, регулярных в круге U и удовлетворяющих в нем условию $\operatorname{Im} f(z) \cdot \operatorname{Im} z > 0$ при $\operatorname{Im} z \neq 0$. Дана алгебраическая характеристика множества $D_n(T)$ с помощью неотрицательных эрмитовых форм, описаны все граничные функции. В качестве следствия, найдено множество значений $f(z_n)$ на подклассе функций из T с фиксированными значениями $f(z_k)$, $k = 1, 2, \ldots, n-1$. Библ. – 8 назв.

УДК 517.54

Некоторые применения обобщенных конденсаторов в теории аналитических функций. Дубинин В. Н., Эйрих Н. В. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 20. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 314), СПб., 2004, с. 52–75.

Рассматриваются новые приложения обобщенных конденсаторов с двумя и более пластинами. Единым подходом с привлечением простейших свойств таких конденсаторов доказываются граничные теоремы искажения для аналитических однолистных и ограниченных в круге функций, оценки некоторых комбинаций коэффициентов в разложениях таких функций, неравенства для полиномов и теоремы об экстремальном разбиении комплексной

сферы. Часть полученных результатов содержит новую информацию о производной Шварца регулярной и однолистной функции. Библ. – 21 назв.

УДК 517.54

О приведенном модуле полуполосы. Емельянов Е. Г. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 20. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 314), СПб., 2004, с. 76–82.

В работе исследуются свойства приведенного модуля полуполосы, рассматриваемой как треугольник с одной из вершин в бесконечно удаленной точке. Библ. – 3 назв.

УДК 517.5

Некоторые ортогональности в теории приближения. Жук А. С., Жук В. В. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 20. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 314), СПб., 2004, с. 83–123.

Ряд величин теории аппроксимации связан между собой посредством ортогональных преобразований. Выявление этих ортогональностей дает возможность получать полезные соотношения и, в частности, позволяет воспользоваться известными теоремами о коэффициентах Фурье. В работе рассматривается этот подход применительно к преобразованию Фурье от финитных функций, к наилучшим приближениям в L_2, к тригонометрическим полиномам с коэффициентами из векторного пространства. Библ. – 11 назв.

УДК 517.54

Задачи об экстремальном разбиении римановой сферы. III. Кузьмина Г. В. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 20. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 314), СПб., 2004, с. 124–141.

Работа продолжает исследования задач, указанных в заглавии. В ней излагаются основные моменты доказательства теоремы о максимуме конформного инварианта, связанного с произведением конформных радиусов неналегающих областей. Библ. – 7 назв.

УДК 517.21

Прямые перенормировки на одномерном торе. Мануйлов Н. Н. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 20. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 314), СПб., 2004, с. 142–154.

Найдены формулы перенормировок между точками орбит $O_0^{\pm}$ – последовательностей, порожденных иррациональным сдвигом на полуинтервале $[0,1)$ или $(0,1]$, и точками производных орбит $d^m O_0^{\pm}$ – последовательностей, полученных с помощью ограничения $O_0^{\pm}$ на полуинтервалы меньшей длины. Библ. – 5 назв.

УДК 517.54

Неравенства для мажорантных аналитических функций. Олесов А. В. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 20. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 314), СПб., 2004, с. 155–173.

Для аналитических функций, удовлетворяющих условиям мажорантности Меймана, с помощью классических свойств конформных отображений получены точные неравенства, дополняющие и усиливающие результаты Ахиезера и Меймана. Как следствие, приводится оценка типа неравенства Бернштейна для модуля производной рационально-тригонометрической функции, содержащая результат Борвейна, Эрдейи и Занга. Библ. – 10 назв.

УДК 517.54

Неравенства для целых функций конечной степени и полиномов. Олесов А. В. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 20. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 314), СПб., 2004, с. 174–195.

Изучаются экстремальные свойства целых функций конечной степени, не обращающихся в нуль в верхней полуплоскости, и полиномов. Полученные точные неравенства дополняют и усиливают результаты Генчева, Гарднера и Говила, Турана, Лакса. В основе доказательств лежит условие однолистности, установленное В. Н. Дубининым. Библ. – 15 назв.

УДК 517.43+519.4

О некоторой конечной группе связанной с кубической тета функцией. Проскурин Н. В. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций теория функций. 20. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 314), СПб., 2004, с. 196–212.

Кубической тета функции Куботы–Паттерсона мы сопоставляем 27 сдвинутых тета функций. Затем естественным образом определяем некоторую группу перестановок сдвинутых тета функций, которая оказывается изоморфной подгруппе в известной группе перестановок 27 прямых на кубической поверхности. Библ. – 17 назв.

УДК 517.5.

Непрерывно устранимые множества для квазиконформных отображений. Тютюев А. В., Шлык В. А. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 20. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 314), СПб., 2004, с. 213–220.

Пусть D – область в n-мерном евклидовом пространстве R^n, $n \geqslant 2$, и E — компакт, расположенный в D. В работе получены условия на компакт E, при которых любое гомеоморфное отображение $f : D\backslash E \to R^n$ из класса $L_n^1(D\backslash E)$ или квазиконформное отображение $f : D\backslash E \to R^n$ продолжается до непрерывного отображения $f : D \to \overline{R}^n = R^n \cup \{\infty\}$. Этими условиями определяется класс NCS-компактов, который при $n = 2$ совпадает с классом топологически устранимых компактов для конформных и квазиконформных отображений. Библ. — 11 назв.

УДК $511.466 + 517.863$

Автоморфные L-функции в аспекте по весу. Фоменко О. М. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 20. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 314), СПб., 2004, с. 221–246.

Пусть $S_k(\Gamma)$ – пространство голоморфных Γ-параболических форм $f(z)$ четного веса $k \geqslant 12$ для $\Gamma = SL(2,\mathbb{Z})$, $S_k(\Gamma)^+$ – множество собственных форм Гекке из этого пространства с первым коэффициентом Фурье $a_f(1) = 1$.

Для $f \in S_k(\Gamma)^+$ рассмотрим L-функцию Гекке $L(s,f)$. Пусть

$$S(k \leqslant K) = \bigcup_{\substack{12 \leqslant k \leqslant K \\ k \,\text{четное}}} S_k(\Gamma)^+.$$

Доказано, что для больших K справедливо неравенство

$$\sum_{f\in S(k\leqslant K)} L(\frac{1}{2}, f)^4 \ll K^{2+\varepsilon},$$

где $\varepsilon > 0$ любое.

Пусть для $f \in S_k(\Gamma)^+$ $L(s, \mathrm{sym}^2 f)$ означает симметрический квадрат L-функции Гекке $L(s,f)$.

Доказано, что при $k\to\infty$ величина

$$\frac{\#\{f|f\in S_k(\Gamma)^+, L(1,\mathrm{sym}^2 f)\leqslant x\}}{\#\{f|f\in S_k(\Gamma)^+\}}$$

сходится к функции распределения $G(x)$ в каждой точке непрерывности последней, причем для соответствующей характеристической функции получено явное выражение. Библ. – 17 назв.

УДК 511.466 + 517.863

Тождества, включающие коэффициенты автоморфных L-функций. Фоменко О. М. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 20. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 314), СПб., 2004, с. 247–256.

Пусть $f(z)$ – голоморфная параболическая собственная форма Гекке веса k относительно $SL(2,\mathbb{Z})$,

$$L(s,\mathrm{sym}^2 f) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n n^{-s}, \quad \mathrm{Re}\, s > 1,$$

– симметрический квадрат L-функции Гекке $L(s,f)$.

Доказан аналог формулы Вороного для

$$C(x) = \sum_{n\leqslant x} c_n.$$

Доказано также, что

$$C(x) = \Omega_{\pm}(x^{1/3}).$$

Приведены эвристические подходы к оценке возникающих при этом тригонометрических сумм. Библ. – 9 назв.

УДК 539.12

Обратная теорема приближения на подмножествах эллиптических кривых. Хаустов А. В., Широков Н. А. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 20. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 314), СПб., 2004, с. 257–271.

Для функций, заданных на замкнутых подмножествах эллиптических кривых $G \subset E = \{(\zeta, w) \in \mathbb{C}^2 : w^2 = 4\zeta^3 - g_2\zeta - g_3\}$, доказывается следующая обратная теорема приближения: если для функции $f : G \to \mathbb{C}$ найдется последовательность полиномов $P_n(\zeta, w)$, $\deg P_n \leqslant n$, таких, что справедливы оценки

$$|f(\zeta, w) - P_n(\zeta, w)| \leqslant c(f, G)\delta^{\alpha}_{\frac{1}{n}}(\zeta, w) \quad \text{при} \quad (\zeta, w) \in \partial G,$$

где $0 < \alpha < 1$, то функция f необходимо принадлежит классу $H^{\alpha}(G)$. С учетом доказанной в предыдущей работе авторов прямой теоремы приближения класс Гельдера получает конструктивную характеристику. Библ. – 6 назв.

УДК 519.21

Производные поворотов окружности и подобие орбит. Шутов А. В. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 20. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 314), СПб., 2004, с. 272–284.

Показано, что производная поворота окружности на произвольном интервале есть либо поворот окружности, либо нециклическое перекладывание трех отрезков. В первом случае вычислены все возможные значения нового угла поворота. Показано, что ограничение орбиты поворота окружности на собственный интервал дифференцирования подобно орбите другого поворота окружности. Библ. – 9 назв.