Рефераты

УДК 519.68

Многочлены с малыми дискриминантами и регулярные системы действительных алгебраических чисел. Берник В. И., Куксо О. С. — В кн.: Труды по теории чисел (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 322), СПб., 2005, с. 10–16.

В статье мы исследуем распределение специальных алгебраических чисел и строим оптимальную регулярную систему.
Библ. – 11 назв.

УДК 519.68

Обобщенный квадрат дзета-функции. Спектральное разложение. Виноградов А. И. — В кн.: Труды по теории чисел (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 322), СПб., 2005, с. 17–44.

Обобщается спектральное разложение для квадрата классической дзета-функции Римана: $\zeta^2(s)$ на случай произведения двух таких функций: $\zeta(s_1)\cdot\zeta(s_2)$ от разных аргументов. Библ. – 6 назв.

УДК 519.68

О распределении норм простых идеалов из заданного класса в арифметических прогрессиях. Гриценко С. А. — В кн.: Труды по теории чисел (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 322), СПб., 2005, с. 45–62.

Пусть $\mathcal{C}$ – произвольный класс идеалов кольца целых алгебраических чисел мнимого квадратичного поля, l и q – целые взаимно простые числа, $1 \leqslant q \leqslant \log^{A_1} x$, A_1 – положительная постоянная. Получена асимптотическая формула для $\pi_1(x, q, l, \mathcal{C})$ – числа простых идеалов из класса $\mathcal{C}$, нормы которых не превосходят x и сравнимы с l по модулю q. Библ. – 6 назв.

УДК 519.68

Об экспоненциальной сумме. Динг П. — В кн.: Труды по теории чисел (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 322), СПб., 2005, с. 63–75. Пусть p – простое число, n – положительное целое и $f(x) = ax^k + bx$. Положим

$$S(f, p^n) = \sum_{x=1}^{p^n} e\left(\frac{f(x)}{p^n}\right),$$

где $e(t) = \exp(2\pi it)$. Эта специальная экспоненциальная сумма широко исследовалась в связи с проблемой Варинга. Мы запишем n в виде $n = Qk+r$, где $0 \leqslant r \leqslant k-1$ и $Q \geqslant 0$. пусть $\alpha = \mathrm{ord}_p(k)$, $\beta = \mathrm{ord}_(k-1)$, и $\theta = \mathrm{ord}_p(b)$. Определим

$$\mathcal{Q} = \begin{cases} \frac{\theta-\alpha}{k-1}, & \text{если } \theta \geqslant \alpha, \\ 0, & \text{иначе,} \end{cases}$$

и $J = [\zeta]$. Более того, мы обозначаем $V = \min(Q, J)$.

Улучшая предыдущие результаты, мы устанавливаем следующую теорему.

Теорема *Пусть $k \geqslant 2$ и $n \geqslant 2$. Если $p > 2$, то*

$$|S(f, p^n)| \leqslant$$

$$\begin{cases} p^{\frac{1-V}{2}} p^{\frac{n}{2}} (b, p^n)^{\frac{1}{2}}, \quad \textit{если } n \equiv 1 (\mod k), \\ (k-1, p-1) p^{-\frac{V}{2}} p^{\frac{\min(\alpha,1)}{2}} p^{\min(\frac{\beta}{2}, \frac{n}{2}-1)} p^{\frac{n}{2}} (b, p^n)^{\frac{1}{2}}, \ \textit{если } n \not\equiv 1 (\mod k). \end{cases}$$

Мы приводим пример, показывающий что это является наилучшим возможным результатом. Библ. – 15 назв.

УДК 519.68

Свойства делимости некоторых рекуррентных последовательностей. Дубицкас А. — В кн.: Труды по теории чисел (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 322), СПб., 2005, с. 76–82.

Пусть g и m – два положительных целых числа, F – многочлен с целыми коэффициентами. Мы показываем, что рекуррентная последовательность $x_0 = g$, $x_n = x_{n-1}^n + F(n)$, $n = 1, 2, 3, \ldots$, является периодической по модулю m. Далее рассматривается частный случай, где $F(z) = 1$ и $m = p > 2$ – простое число. Например, мы показываем, что последовательность $x_0 = 2$, $x_n = x_{n-1}^n + 1$, $n = 1, 2, 3, \ldots$, имеет бесконечное количество элементов, делящихся на любое простое число p меньшее или равное 211, кроме трех простых чисел $p = 23, 47, 167$, которые не делят x_n. Эти рекуррентные последовательности связаны с построением трансцендентных чисел ζ, для которых последовательности $[\zeta^{n!}]$, $n = 1, 2, 3, \ldots$, обладают некоторыми замечательными свойствами делимости. Библ. – 18 назв.

УДК 519.68

Разбиения Рози и множества ограниченного остатка на торе. Журавлев В. Г. — В кн.: Труды по теории чисел (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 322), СПб., 2005, с. 83–106.

Для двумерного тора $\mathbb{T}^2$ строится согласованная последовательность разбиений Рози (Rauzy) $d^0 \supset d^1 \supset \ldots \supset d^m \supset \ldots$, в которой каждое разбиение d^{m+1} получается делением тайлов из предыдущего разбиения d^m. Доказаны следующие утверждения:

1) разбиение d^m инвариантно относительно сдвига тора $S(x) = x + \begin{pmatrix} \zeta \\ \zeta^2 \end{pmatrix} \mod \mathbb{Z}^2$, где $\zeta^{-1} > 1$ – кубическое число Пизо, являющееся вещественным корнем уравнения $x^3 - x^2 - x - 1 = 0$;

2) действие сдвига S на разбиение d^m сводится перекладыванию трех его базисных тайлов, разбивающих область $B^m d$, где $d = d^0$ - нулевое развиение и $B = \begin{pmatrix} -\zeta & -\zeta \\ 1-\zeta^2 & \zeta^2 \end{pmatrix}$;

3) ограничение $S^{(m)} = S|_{B^m d}$ сдвига S на подмножество $B^m d \subset \mathbb{T}^2$ (отображение первого возвращения) снова является сдвигом тора, аффинно изоморфным исходному сдвигу S. Данное свойство означает, что d^m – бесконечно дифференцируемые разбиения единичного периода.

Пусть $Z_N(X)$ обозначает количество точек орбиты $S^1(0)$, $S^2(0), \ldots, S^N(0)$, попавших в область $B^m d$. Доказано, что для отклонения

$$r_N(B^m d) = Z_N(B^m d) - N\zeta^m$$

при всех уровнях m выполнены неравенства $-1.7 < r_N(B^m d) < 0.5$. Библ. – 10 назв.

УДК 519.68

Приближения к q-логарифмам и q-дилогарифмам с применениями к q-дзета значениям. Зудилин В. — В кн.: Труды по теории чисел (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 322), СПб., 2005, с. 107–124.

Мы сторим совместные рациональные приближения к q-рядам $L_1(x_1; q)$ и $L_1(x_2; q)$, и если $x = x_1 = x_2$, к рядам $L_1(x; q)$ и $L_2(x; q)$, где

$$L_1(x; q) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(xq)^n}{1-q^n} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{xq^n}{1-xq^n},$$

$$L_2(x;q) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(xq)^n}{1-q^n} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{xq^n}{(1-xq^n)^2}.$$

Применяя нашу конструкцию, мы получаем оценку меры линейной независимости над $\mathbb{Q}$ чисел из следующих наборов: 1, $\zeta_q(1) = L_1(1;q)$, $\zeta_{q^2}(1)$, и 1, $\zeta_q(1)$, $\zeta_q(2) = L_2(1;q)$ для $q = 1/p$, $p \in \mathbb{Z} \setminus \{0, \pm 1\}$. Библ. – 14 назв.

УДК 519.68

Предельная теорема для дзета-функции Гурвица с алгебраическим иррациональным параметром. Лауринчикас А. — В кн.: Труды по теории чисел (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 322), СПб., 2005, с. 125–134.

Получена предельная теорема в смысле слабой сходимости вероятностных функций в пространстве аналитических функций для дзета-функции Гурвица с алгебраическим иррациональным параметром. Библ. – 6 назв.

УДК 519.68

Скалярные произведения рядов Дирихле и распределение целых точек на торических многообразиях. Мороз Б. З. — В кн.: Труды по теории чисел (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 322), СПб., 2005, с. 135–148.

Рассматриваются введенные Ю. В. Линником скалярные произведения рядов Гекке с гроссенхарактерами и их обобщения. Подчеркивается связь аналитических свойств рассматриваемых функций с проблемой распределения целых точек торических многообразий. Библ. – 22 назв.

УДК 519.68

О проблеме Варинга (элементарные методы). Нестеренко Ю. В. — В кн.: Труды по теории чисел (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 322), СПб., 2005, с. 149–175.

В статье излагаются два элементарных метода решения проблемы Варинга о представлении чисел в виде суммы одинаковых степеней натуральных чисел. Первый представляет собой элементарную переработку оригинального доказательства Гильберта, а второй упрощает и уточняет элементарное доказательство Линника, основанное на оценке числа решений некоторой системы диофантовых уравнений. Библ. – 21 назв.

УДК 519.68

Об индексе граничных узлов четырехмерных решеток, допустимых для куба. Смирнов Ю. А. — В кн.: Труды по теории чисел (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 322), СПб., 2005, с. 176–185.

Пусть Г – это 4-мерная решетка общего положения, допустимая для куба. Предположим, что эта решетка содержит по крайней мере один узел, принадлежащий границе этого куба. Доказано, что индекс множества таких точек может быть равен только 0, 1, 2. Библ. – 5 назв.

УДК 519.68

О статистических свойствах конечных цепных дробей. Устинов А. В. — В кн.: Труды по теории чисел (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 322), СПб., 2005, с. 186–211.

Статья посвящена исследованию статистических свойств цепных дробей для чисел a/b, когда a и b лежат в секторе $a, b \geqslant 1$, $a^2+b^2 \leqslant R^2$. Основным результатом является асимптотическая формула с двумя значащими членами для величины

$$N_x(R) = \sum_{\substack{a^2+b^2\leqslant R^2\\ a,b\in\mathbb{N}}} s_x(a/b),$$

где $s_x(a/b) = |\{j \in \{1,\dots,s\} : [0;t_j,\dots,t_s] \leqslant x\}|$ — гауссовская статистика дроби $a/b = [t_0;t_1,\dots,t_s]$. Библ. – 12 назв.

УДК 519.68

Взвешенные суммы делителей. Фридландер Б., Иванец Х. — В кн.: Труды по теории чисел (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 322), СПб., 2005, с. 212–219.

Оценки сумм функций делителей требуются во многих рассуждениях, применяемых в аналитической теории чисел. Линник был первым из тех, кто показал как решать такие задачи. Мы даем оценки, которые особенно хорошо работают в случае разреженных последовательностей. Библ. – 5 назв.

УДК 519.68

Обобщение понятия глобального соотношения. Чирский В. Г. — В кн.: Труды по теории чисел (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 322), СПб., 2005, с. 220–238.

Рассмотрена задача обобщения понятий глобального соотношения и нетривиального глобального соотношения на случай, когда аргументом рядов в этих определениях является ряд, состоящий из алгебраических чисел и допускающий хорошие приближения алгебраическими числами в каждом из локальных неархимедовски нормированных полей. Библ. – 7 назв.

УДК 519.68

Суммы типа аддитивной проблемы делителей и метод скалярного произведения. Ютила М. — В кн.: Труды по теории чисел (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 322), СПб., 2005, с. 239–250.

Делается обзор работ относящихся к применению метода скалярного произведения к аддитивной проблеме делителей с различными аналогами ее касповой формы. Выводится формула спектрального суммирования для сумм сверток, содержащих коэффициенты Фурье форм Маасса. Анонсировано применение к оценкам подвыпуклости для L-функций Ранкина–Сельберга. Библ. – 18 назв.