УДК 512

Об унитарном подобии алгебр, порождаемых парами ортопроекторов. Альпин Ю. А., Икрамов Х. Д. — В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XVIII. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 323) СПб., 2005, с. 5–14.

Показано, что унитарное подобие двух матричных алгебр, порождаемых парами ортопроекторов $\{P_1, Q_1\}$ и $\{P_2, Q_2\}$, можно проверить, сличая следы матриц P_1, Q_1 и $(P_1Q_1)^i$, $i = 1, 2, \dots, n$, со следами матриц P_2, Q_2 и $(P_2Q_2)^i$. Уточнены условия унитарного подобия двух матриц с квадратичными минимальными многочленами, указанные в [A. George, Kh. D. Ikramov, *Unitary similarity of matrices with quadratic minimal polynomials.* – Linear Algebra Appl., **349** (2002), 11–16].

Библ. – 10 назв.

УДК 512

Матричное уравнение $AX - YB = C$ и смежные вопросы. Альпин Ю. А., Ильин С. Н. — В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XVIII. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 323) СПб., 2005, с. 15–23.

Основным результатом статьи является теорема, с помощью которой дается новое доказательство теоремы Рота, находится новый критерий разрешимости уравнения $AX - YB = C$, выводится формула его частного решения, а также определяется наименьший из порядков невырожденных матриц, содержащих произвольную фиксированную прямоугольную матрицу в качестве подматрицы. Библ. – 5 назв.

УДК 517.54

О множестве значений системы $\{f(z_1), \dots, f(z_n)\}$ в классе типично вещественных функций. II. Голузина Е. Г. — В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XVIII. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 323) СПб., 2005, с. 24–33.

Исследуется множество $D_{m,1}(T)$ значений системы $\{f(z_1), f(z_2), \dots, f(z_m), f(r)\}$, $m \geqslant 1$, где z_j $(j = 1, 2, \dots, m)$ – любые различные фиксированные точки круга $U = \{z : |z| < 1\}$ с $\operatorname{Im} z_j \neq 0$ $(j = 1, 2, \dots, m)$ и r $(0 < r < 1)$ фиксировано, на классе T функций $f(z) = z + a_2 z^2 + \cdots$, регулярных в круге U и удовлетворяющих в нем условию $\operatorname{Im} f(z) \operatorname{Im} z > 0$ при $\operatorname{Im} z \neq 0$. Дана алгебраическая характеристика множества $D_{m,1}(T)$ с помощью неотрицательных эрмитовых форм, описаны все граничные функции. В качестве следствия найдено множество значений $f(z_m)$ в подклассе функций из T с фиксированными значениями $f(z_k)$ $(k = 1, 2, \dots, m-1)$ и $f(r)$. Библ. – 5 назв.

УДК 512.643

О коразмерности многообразия симметричных матриц с кратными собственными значениями. Дана М., Икрамов Х. Д. — В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XVII. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 323) СПб., 2005, с. 34–46.

Согласно Вигнеру и фон Нейманну, размерность множества $\mathcal{M}$ вещественных симметричных $n \times n$-матриц, имеющих кратное собственное значение, равна $N - 2$, где $N = n(n+1)/2$. При этом размерность определяется путем подсчета числа свободных параметров в спектральном разложении матрицы. Показано, что то же значение для размерности получится, если $\mathcal{M}$ рассматривать как алгебраическое многообразие. Библ. – 4 назв.

УДК 512

О главных минорах матрицы с кратным собственным значением. Икрамов Х. Д. — В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XVIII. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 323) СПб., 2005, с. 47–49.

Показано, что равенство нулю всех главных миноров порядка $n-1$ является чисто алгебраическим следствием обращения в нуль двух младших коэффициентов характеристического многочлена эрмитовой $n \times n$-матрицы A. Обоснование этой импликации не требует привлечения какой-либо информации о ранге или собственных значениях матрицы.

УДК 512

О спектральном расстоянии от нормальной матрицы до множества матриц с кратным собственным значением нуль. Икрамов Х. Д., Назари А. М. — В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XVIII. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 323) СПб., 2005, с. 50–56.

Дан элементарный вывод формулы для спектрального расстояния от нормальной матрицы A до множества матриц с кратным собственным значением нуль. Ранее авторы получили эту формулу как следствие нетривиального результата, принадлежащего А. Н. Малышеву. Библ. – 3 назв.

УДК 512.643

Оценки сингулярных значений, учитывающие структуру разреженности матрицы. Колотилина Л. Ю. — В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XVIII. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 323) СПб., 2005, с. 57–68.

В работе представлены новые верхние и нижние оценки для сингулярных значений прямоугольной матрицы, зависящие от ее структуры разреженности. Полученные результаты базируются на верхней оценке перроновского корня неотрицательной матрицы и на зависящем от структуры разреженности варианте теоремы Островского–Брауэра о локализации собственных значений. Библ. – 7 назв.

УДК 512.643

Оценки и неравенства для перроновского корня неотрицательной матрицы. III. Оценки, зависящие от простых путей и контуров. Колотилина Л. Ю. — В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XVIII. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 323) СПб., 2005, с. 69–93.

В работе представлены новые верхние и нижние оценки для перроновского корня неотрицательной матрицы, зависящие от простых контуров длины, не превосходящей k, и простых путей длины k, $1 \leqslant k \leqslant n$, в ориентированном графе матрицы. Для каждого k, $1 \leqslant k \leqslant n$, эти оценки лежат между контурными оценками и оценками, зависящими от путей, которые были предложены ранее, а при $k = 1$ и $k = n$ они совпадают соответственно с оценками, зависящими от путей, и контурными оценками. Библ. – 5 назв.

УДК 512.643

Псевдоблочные условия диагонального преобладания. Колотилина Л. Ю. — В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XVIII. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 323) СПб., 2005, с. 94–131.

В работе представлены новые псевдоблочные условия диагонального преобладания для матриц с фиксированным блочным разбиением, обобщающие точечные условия диагонального преобладания порядка k и точечные условия контурного диагонального преобладания. Для матриц, удовлетворяющих псевдоблочным условиям, исследована проблема вырожденности/невырожденности. В частности, получены обобщения и уточнения некоторых известных результатов для блочных 2×2 матриц. Также приведены некоторые результаты по локализации собственных значений произвольных матриц, вытекающие из псевдоблочных условий невырожденности. Библ. – 11 назв.

УДК 519

К решению многопараметрических задач алгебры. 6. Спектральные характеристики полиномиальных матриц. Кублановская В. Н. — В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XVIII. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 323) СПб., 2005, с. 132–149.

Для q-параметрической полиномиальной $m \times n$ матрицы F ранга ρ рассматриваются решения уравнения $Fx = 0$ в точках спектра матрицы F, определяемых $(q-1)$-мерными решениями системы $Z[F] = 0$. Здесь $Z[F]$ есть полиномиальный вектор, компоненты которого суть всевозможные миноры порядка ρ матрицы F. Предлагается классификация спектральных пар в терминах матрицы $A[F]$, для которой $Z[F]$ является ассоциированным вектором. Для матриц F полного ранга приводится также классификация и свойства спектральных пар в терминах так называемого уровня наследственности точек спектра F. Библ. – 4 назв.

УДК 519

К решению многопараметрических задач алгебры 7. Метод PG-q факторизации и его применения. Кублановская В. Н. — В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XVIII. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 323) СПб., 2005, с. 150–163.

В статье предлагается новый тип ранговой факторизации (PG-q факторизация) q-параметрической полиномиальной $m \times n$ матрицы F ранга m вида $F = PG$, где $P = \prod\limits_{k=1}^{q-1} \prod\limits_{i=1}^{n_k} \nabla_i^{(k)}$. Здесь G – q-параметрическая полиномиальная $m \times n$ матрица ранга m; $\nabla_i^{(k)}$ – регулярная $(q-k)$-параметрическая $m \times m$ матрица, характеристический полином которой является примитивным над кольцом полиномов от $q-k-1$ переменных; P – регулярная q-

параметрическая матрица, являющаяся наибольшим левым делителем матрицы F примитивным над кольцом полиномов от $q-1$ переменных. Предлагается алгоритм PG-q факторизации матричных и скалярных полиномов и рассматривается его применение к решению некоторых задач алгебры. Библ. – 6 назв.

УДК 519

Методы решения некоторых параметрических задач алгебры. Хазанов В. Б. — В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XVIII. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 323) СПб., 2005, с. 164–181.

В работе рассматриваются методы решения следующих параметрических задач: деление скалярных и матричных полиномов и вычисление их НОД и НОК; вычисление базисов суммы, разности и пересечения линейных оболочек полиномиальных векторов; построение минимальных MFDs (matrix fraction descriptions) рациональной матрицы; вычисление полиномиальных базисов образа и нуль-пространства рациональной матрицы; решение матричных уравнений, а также вычисление обратных и псевдообратных матриц (как для полиномиальных, так и для рациональных объектов); вычисление порождающего собственного вектора полиномиальной матрицы. Библ. – 16 назв.

УДК 519

Результантный подход к вычислению векторных характеристик многопараметрических полиномиальных матриц. Хазанов В. Б. — В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XVIII. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 323) СПб., 2005, с. 182–214.

Известные виды результантных матриц, отвечающих однопараметрическим скалярным и матричным полиномам, обобщаются на многопараметрический случай. На базе результантного подхода описываются методы решения следующих задач для параметрических полиномиальных матриц: построение базиса образа и минимального базиса правого нуль-пространства полиномиальной матрицы и построение жордановых цепочек и жордановых полурешеток векторов, отвечающих кратной точке спектра полиномиальной матрицы. При решении указанных задач исходная полиномиальная матрица не преобразуется. На основе метода построения минимального базиса правого нуль-пространства полиномиальной матрицы могут быть разработа-

ны методы решения других параметрических задач алгебры. Вопросы оптимизации вычисления нуль-пространств разреженных результантных матриц и точности вычислений не рассматриваются. Библ. – 19 назв.

УДК 519

Существование неотрицательных решений сингулярных краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка. Яковлев М. Н. — В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XVIII. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 323) СПб., 2005, с. 215–222.

Показано, что краевая задача

$$-u'' + p(t)u + q(t)u^n = f(t), \quad u(a) = u(b) = 0, \quad n \geqslant 2,$$

имеет единственное неотрицательное решение, если

$$0 \leqslant q(t)[(b-t)(t-a)]^{\frac{n+1}{2}} \in L(a,b); \quad 0 \leqslant f(t)\sqrt{(b-t)(t-a)} \in L(a,b);$$

$$1 - \frac{1}{b-a}\int\limits_a^b p^-(t)(t-a)(b-t)dt > 0.$$

Библ. – 2 назв.