Рефераты

УДК 514

Замечания о чебышевских координатах. Бураго Ю. Д., Иванов С. В., Малев С. Г. — В кн.: Геометрия и топология. 9 (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 329), СПб., 2005, с. 5–13.

Доказаны результаты об условиях существования чебышевских координат на полных римановых поверхностях или, более общим образом, поверхностях Александрова. Например, такие координаты существуют, если положительная и отрицательная интегральные кривизны обе меньше 2π. Чебышевские координаты полезны для получения билипшицевых отображений между поверхностями. Библ. – 9 назв.

УДК 512.77

Коника и M-квинтика с одной точкой на бесконечности. Гущин М. А. — В кн.: Геометрия и топология. 9 (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 329), СПб., 2005, с. 14–27.

Рассматривается задача топологической классификации вещественных плоских алгебраических кривых степени 7, распадающихся в произведение двух M-сомножителей степени 2 и 5. Предъявлен список из 153 возможных топологических моделей, 53 из которых реализованы. Описана схема доказательства. Библ. – 5 назв.

УДК 514.113

Одна изопериметрическая задача для тетраэдра. Залгаллер В. А. — В кн.: Геометрия и топология. 9 (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 329), СПб., 2005, с. 28–55.

Решается вопрос о том, у какого тетраэдра в $\mathbb{R}^3$ при геодезическом диаметре поверхности, равном 1, будет наибольшая площадь поверхности. Попутно дано независимое доказательство теоремы О'Рурка и Шевон о полярных точках на выпуклом многограннике. Подчеркивается нерешенность общей проблемы А. Д. Александрова о максимуме площади выпуклой поверхности с фиксированным геодезическим диаметром. Библ. – 4 назв.

УДК 514.745.2

Изометрическая совместимость некоторых направлений в римановых симметрических пространствах. Козлов С. Е. — В кн.:

Геометрия и топология. 9 (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 329), СПб., 2005, с. 56–57.

Доказано существование изометрии вещественного грассманова многообразия, совмещающей два одномерных направления, косательных к вполне-геодезической двумерной поверхности ненулевой гаусовой кривизны. Библ. – 1 назв.

УДК 514.172

О диаметре пространства плоских выпуклых фигур относительно одной аффинно-инвариантной метрики. Макеев В. В. — В кн.: Геометрия и топология. 9 (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 329), СПб., 2005, с. 58–66.

Под выпуклой фигурой $K \subset \mathbb{R}^2$ понимается компактное выпуклое множество с непустой внутренностью, а под αK – его гомотетичный образ с коэффициентом $\alpha \in \mathbb{R}$. Доказано, что для любых двух выпуклых фигур $K_1, K_2 \subset \mathbb{R}^2$ найдется аффинное преобразование T плоскости такое, что $K_1 \subset T(K_2) \subset 2,7K_1$. Библ. – 2 назв.

УДК 514.172

Сколь круглая тень существует у выпуклого тела. Макеев В. В. — В кн.: Геометрия и топология. 9 (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 329), СПб., 2005, с. 67–78.

Под тенью понимается параллельная проекция F тела K на плоскость. Тень F ϵ-асферична, если ее граница ∂F защемлена между двумя окружностями с общим центром O и отношением радиусов $1+\epsilon$. F ϵ-асферична на часть α, если то же верно для части границы ∂F, лежащей внутри угла величиной $2\alpha\pi$ с вершиной O (внутри пары вертикальных углов величиной $\alpha\pi$ в случае центрально-симметричного тела). Доказано, что любое выпуклое тело $K \subset \mathbb{R}^3$ обладает $(\sqrt{2}-1)$-асферичной тенью и тенью, $(\sec \pi/5 - 1)$-асферичной на $4/5$. Если K центрально-симметрично, то оно обладает $(2/\sqrt{3}-1)$-асферичной тенью и тенью, $(\sec \pi/7 - 1)$-асферичной на $6/7$. Библ. – 5 назв.

УДК 514.172

Об объеме параллелепипедов, описанных вокруг трехмерного выпуклого тела. Макеев В. В. — В кн.: Геометрия и топология. 9 (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 329), СПб., 2005, с. 79–87.

Доказано, что всякое выпуклое тело $K \subset \mathbb{R}^3$ единичного объема содержится в параллелепипеде объемом $3\sqrt{2}$. Библ. – 4 назв.

УДК 514.172

О равнореберных симплексах в четырехмерном нормированном пространстве. Макеев В. В. — В кн.: Геометрия и топология. 9 (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 329), СПб., 2005, с. 88–91.

Пусть E – четырехмерное вещественное нормированное пространство, $x \geqslant 3/4$ – положительное число, $P \subset E$ – трехмерная плоскость. В статье доказано, что найдутся равноудаленные друг от друга точки A_1, A_2, A_3, $A_4 \in P$ и равноудаленная от них точка $A_5 \in E$ такие, что $\|A_5A_1\| = x \cdot \|A_1A_2\|$. В частности, в E существует равнореберный симплекс. Библ. – 5 назв.

УДК 514.172

Несколько теорем о делении непрерывно распределенной массы. Макеев В. В. — В кн.: Геометрия и топология. 9 (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 329), СПб., 2005, с. 92–106.

Три из доказанных теорем таковы.

Пусть $\mathbf{m}$ – непрерывное распределение конечной массы (НРКМ) в $\mathbb{R}^2$, а $\ell = \{\ell_1, \ldots, \ell_5 \subset \mathbb{R}^2\}$ – набор 5 лучей с общим началом, в котором суммы соседних углов между лучами не превосходят π. Тогда $\mathbf{m}$ можно разделить на 5 частей аффинным образом набора ℓ в любом наперед заданном отношении.

Для всякого НРКМ $\mathbf{m}$ в $\mathbb{R}^n$ найдутся n взаимно-ортогональных гиперплоскостей, каждые две из которых делят $\mathbf{m}$ на 4 равные части.

Для любых двух НРКМ $\mathbf{m}_1$ и $\mathbf{m}_2$ в $\mathbb{R}^n$ с общим центром симметрии O найдутся n проходящих через точку O гиперплоскостей, каждые две из которых разбивают и $\mathbf{m}_1$ и $\mathbf{m}_2$ на 4 равные части. Библ. – 9 назв.

УДК 514.172

Геометрия конечномерных нормированных пространств и непрерывные функции на евклидовой сфере. Макеев В. В. — В кн.: Геометрия и топология. 9 (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 329), СПб., 2005, с. 107–117.

Пусть $\mathbb{R}^n$ – n-мерное евклидово пространство, $\|\cdot\|$ – норма в $\mathbb{R}^n$. Две прямые ℓ_1 и ℓ_2 в $\mathbb{R}^n$ называются $\|\cdot\|$-ортогональными, если для их $\|\cdot\|$-единичных направляющих векторов $\mathbf{e}_1$ и $\mathbf{e}_2$ выполняется равенство $\|\mathbf{e}_1+\mathbf{e}_2\| = \|\mathbf{e}_1-\mathbf{e}_2\|$. В работе доказано, что для любых двух норм $\|\cdot\|$ и $\|\cdot\|'$ в $\mathbb{R}^n$ найдется набор прямых $\ell_1, \ldots, \ell_n$, попарно $\|\cdot\|$- и $\|\cdot\|'$-ортогональных одновременно.

Пусть $f\colon S^{n-1} \to \mathbb{R}$ – непрерывная числовая функция на стандартной единичной сфере $S^{n-1} \subset \mathbb{R}^n$ с центром O. В работе доказано, что найдется $(n-1)$-мерный куб с центром в O, вписанный в сферу S^{n-1} и такой, что все суммы значений функции f в вершинах его $(n-3)$-мерных граней равны между собой. Если функция f – четная, то найдется n-мерный куб с теми же свойствами. Кроме того, если f – четная, существует ортонормальный базис $\mathbf{e}_1, \dots, \mathbf{e}_n$ такой, что для $1 \leqslant i < j \leqslant n$ выполняется равенство $f\left(\frac{\mathbf{e}_i+\mathbf{e}_j}{\sqrt{2}}\right) = f\left(\frac{\mathbf{e}_i-\mathbf{e}_j}{\sqrt{2}}\right)$. Библ. – 7 назв.

УДК 514.7+271.21.21.17

Уравнения Максвелла и направление электромагнитного поля. Низкий Р. Я. — В кн.: Геометрия и топология. 9 (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 329), СПб., 2005, с. 118–146.

Отображение $F\colon U \to \Lambda_2(M_0)$, $U \subset \mathbb{R}^4$, удовлетворяющее уравнениям Максвелла, рассматривается как тензор некоторого электромагнитного поля (ЭМ-поля) в вакууме. ЭМ-поле описывается на основе специального разложения $F = e\omega + h(*\omega)$, где отображение $\omega\colon U \to G^1$ называется направлением ЭМ-поля, а $e\colon U \to (0, +\infty)$ и $h\colon U \to \mathbb{R}$ – его электрическим и магнитным коэффициентами. Уравнения Максвелла переформулируются в терминах ω, e, h. Рассматриваются ЭМ-поля, для которых множество направлений является точкой или одномерным подмножеством G^1. Библ. – 7 назв.

УДК 514.745

О каноническим представлении касательных векторов грассманиана. Никанорова М. Ю. — В кн.: Геометрия и топология. 9 (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 329), СПб., 2005, с. 147–158.

Изучается структура касательного пучка вещественного грассманова многообразия $G^+_{p,n}$ при его плюккеровом вложении (во внешнюю алгебру над исходным евклидовым пространством). Получены явные выражения, описывающие связь между разложениями касательного вектора по различным базисам касательного пространства. Для произвольного касательного вектора найден конструктивный способ построения канонического (наиболее простого) разложения. Библ. – 8 назв.

УДК 515.164

Об отображениях сферы в односвязное пространство. Подкорытов С. С. — В кн.: Геометрия и топология. 9 (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 329), СПб., 2005, с. 159–194.

Зафиксируем $m \in \mathbb{N}$, $m \geqslant 2$. Пусть Y – односвязное пунктированное клеточное пространство, а B – конечное множество связанных (т.е. отображающих отмеченную точку в отмеченную) непрерывных отображений $a\colon S^m \to Y$. Пусть $\Gamma(a) \subset S^m \times Y$ – граф отображения a, $[a] \in \pi_m(Y)$ – его гомотопический класс. Доказывается, что для некоторого $r \in \mathbb{N}$, зависящего лишь от m, найдутся конечное множество $E \subset S^m \times Y$ и отображение $k\colon E(r) = \{\, F \subset E : |F| \leqslant r \,\} \to \pi_m(Y)$ такие, что для каждого $a \in B$ верно равенство

$$[a] = \sum_{F \in E(r): F \subset \Gamma(a)} k(F).$$

Библ. – 5 назв.